

基于自适应 Kriging 模型的人行斜拉桥 有限元模型修正*

秦世强, 廖思鹏, 黄春雷, 唐剑

武汉理工大学土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070

摘要: 为了更加合理地确定 Kriging 模型样本点数量, 提高 Kriging 模型对目标函数极值区域的预测精度, 提出了一种自适应 Kriging 模型并将其应用于桥梁结构有限元模型修正。该方法首先通过中心复合设计估算初始样本点数量, 然后利用拉丁超立方设计获得初始样本点的空间分布, 并初步构建 Kriging 模型; 最后利用期望改善准则 (EI 准则) 控制新增样本点位置, 使其位于目标函数极值附近区域; 新增样本点的最终数量由收敛准则确定。利用测试函数比较了自适应 Kriging 模型和标准 Kriging 模型的预测精度; 并以一座人行斜拉桥模型修正为例, 对比了基于自适应 Kriging 模型和标准 Kriging 模型的修正结果。结果表明: 在样本点总数一致的情况下, 自适应 Kriging 模型与标准 Kriging 模型精度评价指标基本一致, 但自适应 Kriging 模型能够避免样本点空间分布的随机性, 提高对目标函数极值区域的预测精度, 从而获得更好的修正结果。

关键词: 桥梁工程; 自适应 Kriging 模型; 模型修正; 期望改善准则; 代理模型

中图分类号: U448.22 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2021) 06-0043-11

Adaptive Kriging model based finite element model updating of a cable-stayed pedestrian bridge

QIN Shiqiang, LIAO Sipeng, HUANG Chunlei, TANG Jian

School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China

Abstract: To reasonably determine the number of data samples for Kriging model and to improve the predicting accuracy of Kriging model at minimum areas of objective function, this study proposes an adaptive Kriging model and applies it in the finite element model updating of bridge structures. The proposed method first estimates the initial number of data samples using central composite design, then Latin hypercube design is utilized to obtain the spatial distribution of data samples. The Kriging model is constructed based on the initial data samples set. Finally, the expected improvement (EI) criterion is employed to control the location of newly increased data samples, making them mainly locate at the minimum areas of objective function. The number of newly increased data samples are determined by convergence criterion. The predicting accuracy of standard Kriging model and adaptive Kriging model are compared by using test functions. The model updating of a pedestrian cable-stayed bridge is taken as an example, in which the updating results of Kriging model and adaptive Kriging model are compared. The results show that the accuracy indexes of Kriging model and adaptive Kriging model are almost the same under that the premise the total number of data samples is equal. However, the adaptive

* 收稿日期: 2020-02-12

录用日期: 2020-03-04

网络首发日期: 2021-01-09

基金项目: 国家自然科学基金 (51608408); 中央高校基本科研业务费专项资金 (2017IVB046)

作者简介: 秦世强 (1987年生), 男; 研究方向: 桥梁健康监测; E-mail: shiqiangqin@whut.edu.cn

Kriging model can avoid the random distribution of data samples in design space, thus provide a higher predicting accuracy in minimum areas of the objective function and obtain better updating results.

Key words: bridge engineering; adaptive Kriging model; model updating; expected improve criterion; surrogate model

在结构设计、施工、养护管理等领域, 建立能够代表实际结构行为的有限元模型尤为关键^[1]。由于建模过程简化和误差、结构参数的不确定性等因素^[2], 导致有限元模型计算响应与实测响应之间可能存在一定差异; 为此, 通常需要对初始模型进行修正, 从而获得能够代表实际结构的有限元模型。模型修正可看作优化问题, 其目标函数由结构响应计算值和实测之间的残差构成。由于结构响应与设计参数之间为隐函数关系, 在修正过程中需不断调用有限元模型来评估目标函数; 若有限元模型复杂、单元数量多, 这一过程会非常耗时。因此, 利用代理模型显式地表达结构响应和设计参数之间的隐式关系, 从而替代有限元模型进行目标函数评估, 能够显著提高模型修正的效率。

常用的代理模型包括多项式响应面^[3]、Kriging 模型^[4]、径向基函数^[5]、支持向量回归^[6]等, 其中以地质统计学为基础的 Kriging 模型因对所有样本点的精确插值具有比多项式响应面更高的近似精度^[7], 且兼具局部与全局的统计特性, 具有一定的代表性。Kriging 模型是一种方差估计最小的无偏估计模型, 能够在给出未知函数的预测值的同时给出相应的误差。胡俊亮等^[8]以频率和模态置信准则 (MAC, modal assurance criterion) 为修正目标, 结合 Kriging 模型对一大跨度钢管混凝土连续梁拱结构模型进行了修正; Khodaparast 等^[9]利用 Kriging 模型进行了区间模型修正; Liu 等^[10]利用试验模态参数构建目标函数, 结合 Kriging 模型对一复杂结构进行了模型修正。以上研究在构建 Kriging 模型时均采用一次性构建方法, 即利用试验设计, 一次性生成所有样本点。这种方法有 2 个缺点: 1) 样本点数量确定完全凭借分析者的经验; 传统试验设计方法如中心复合设计, 其样本点数量是由参数的维度确定的, 但由于其样本点位置有重复, 并不适用于模型修正这一类确定性的计算机试验; 现代试验设计方法如拉丁超立方设计 (LHD, latin hypercube design), 其基本思想是均匀随机抽样, 样本点的数量与参数的个数无

关; 而标准 Kriging 模型样本点的数量是根据分析者经验确定的; 样本点数量过大时, 不仅导致计算工作量增大, 而且会导致过拟合问题; 若样本点数量过小, 可能导致精度不足。2) 在样本点数量合适的前提下, 由于其空间位置的随机性, 标准 Kriging 模型即便通过均方根误差精度检测, 也不能保证对目标函数极值区域的预测精度。本文采用自适应 Kriging 模型进行模型修正, 基本思路是通过先前少部分样本点构建的 Kriging 模型对目标函数极值分布进行学习, 控制后续增加的样本点分布在目标函数极值附近, 使样本点在设计空间的位置更为合理, 从而提高基于 Kriging 模型的模型修正精度。

在可靠度评估方面, Chen 等^[11]提出一种局部自适应采样方法, 用于自适应地构建 Kriging 模型; 利用三个测试函数及一个蜂窝状结构的可靠度优化设计表明, 自适应 Kriging 模型同时具备精度和效率。在注塑成型优化设计方面, 高月华等^[12]提出一种同时考虑预测响应值及其不确定性的加点准则, 自适应地构建了 Kriging 模型, 验证了自适应 Kriging 模型的有效性。在桥梁动力可靠度方面, 贾布裕等^[13]将自适应策略加入到 Kriging 模型, 并首次建立了动力可靠度极限状态方程。然而, 自适应 Kriging 模型在模型修正领域的应用却相对较少。李永乐等^[14]在进行车-线-桥耦合振动分析时, 将自适应 Kriging 模型用于修正无砟轨道的有限元模型, 并对其进行了精度检验; 杨修铭等^[15]利用频响函数构建目标函数, 结合自适应 Kriging 模型进行了模型修正。在上述研究的基础上, 本文利用自适应 Kriging 模型进行桥梁结构模型修正, 通过 CCD 估算初始样本点的数量, 然后利用 EI 准则和收敛准则控制新增样本点的位置和数量。同时, 结合一座人行斜拉桥, 分别利用标准 Kriging 模型和自适应 Kriging 模型构建人行桥的代理模型, 并基于环境振动试验获得的频率和振型, 对该桥进行了有限元模型修正, 验证了自适应 Kriging 模型在实际工程应用中的可行性和优势。

1 理论基础

1.1 模型修正理论

有限元模型修正就是通过修正结构设计参数,不断减小结构响应计算值和实测值之间的差异。模型修正是一个优化问题,其目标函数 $J(\mathbf{x})$ 为

$$J(\mathbf{x}) = \omega_i r_i(\mathbf{x}), \quad (1)$$

式中 \mathbf{x} 表示待修正参数组成的向量,修正参数包括弹性模量、边界条件、材料容重、截面惯性矩等; $r_i(\mathbf{x})$ 表示第 i 个响应计算值与实测值的残差函数; ω_i 为 $r_i(\mathbf{x})$ 的权重系数; n_i 表示模型修正中考虑的响应类型数量。常用于结构模型修正的响应类型包括静力位移、应变、频率、模态振型等。以位移为例,其残差函数 $r_d(\mathbf{x})$ 可表示为

$$r_d(\mathbf{x}) = \sqrt{\sum_{j=1}^{n_d} \left(\frac{d_j^a - d_j^c}{d_j^c} \right)^2}, \quad (2)$$

式中 d_j^a 、 d_j^c 分别表示第 j 个测点的位移计算值和实测值; n_d 表示位移测点数量。

1.2 Kriging模型

为了避免在修正过程调用复杂的有限元模型,需要将结构响应和修正参数之间的隐函数关系拟合成显函数。利用试验设计获得待修正参数和结构响应的样本后,可以进一步拟合结构响应关于修正参数的Kriging模型。Kriging模型由两部分组成:线性回归和非参数部分。即

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = f(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{x}) + z(\mathbf{x}), \quad (3)$$

式中 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 表示结构响应的Kriging模型预估值; $f(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{x})$ 为多项式函数,用于模拟样本点的总体趋势; $\boldsymbol{\beta}$ 为多项式回归系数矩阵; $z(\mathbf{x})$ 为一随机过程,服从均值为0、方差为 σ^2 的正态分布,用于模拟样本点局部近似。由于 $z(\mathbf{x})$ 的存在,Kriging模型更适用于近似具有复杂非线性的结构输入、输出模型。Kriging模型常用的精度测试指标如 R^2 、均方根误差RMSE等^[4],关于Kriging模型完整的理论推导过程可参考文献[16]。

2 自适应Kriging模型

2.1 试验设计及样本点数量确定

为了获取结构响应和待修正参数的样本,首先需要通过试验设计获得待修正参数在设计空间内的样本,然后结合有限元模型计算结构响应。目前,试验设计方法可分为传统试验设计方法,

和现代试验设计方法两类。传统试验设计方法适用于物理试验,其特点是样本点位置相同,但试验结果仍有可能不同。现代试验设计方法主要采用了空间填充的思想,其样本点数量不固定且位置不重合,更适用于计算机试验。本文选用拉丁超立方设计用于生成修正参数样本点。LHD是一种多维分层抽样试验设计方法,其样本点 $H_j^{(i)}$ 为

$$H_j^{(i)} = \frac{\pi_j^{(i)} - U_j^i}{N}, \quad 1 \leq i \leq N, \quad 1 \leq j \leq d, \quad (4)$$

式中 π 为1到 N 的独立随机排列数; U 为在 $[0, 1]$ 之间独立于 π 的随机数;下标 j 为修正参数的维数,上标 i 为修正参数的水平数。

对于LHD样本点数量的确定,自适应Kriging模型首先需要确定一个初始样本集,然后根据最大期望准则控制后续新增加点的数量。韩忠华^[17]曾指出,自适应Kriging初始样本集数量的选择,并不受设计空间维度的限制,只需满足代理模型精度要求即可;可见,目前并无明确的方法确定现代试验设计方法及Kriging模型的样本点数量。为此,本文采用CCD来估算自适应Kriging模型的初始样本集数量;并结合收敛准则自适应地控制新增样本点数量,即样本点总数由算法自身确定。为了保证可比性,标准Kriging模型的样本点总数与自适应Kriging模型相等。

2.2 自适应加点准则

自适应Kriging模型是通过初始样本集获取目标函数在设计空间的分布状况,使得后续新增的样本点位于目标函数极值处或预测误差较大的位置,不断提升Kriging模型的精度;当达到一定的条件时,新增样本点的过程终止,Kriging模型构建完毕。本文通过初始样本集得到Kriging模型对未知点 x 的预测值和预测标准差后,根据最大期望改善(EI, expected improvement)准则,将EI函数值作为评价指标,来代表设计空间内任意点对当前样本集中的最优值的改善程度 $I(x)$,选择使EI函数值最大点所对应的样本点作为最佳样本点,将该样本点添加到最初的样本集中更新Kriging模型,如此循环迭代直至收敛。假设当前样本集内最优值为 y_{\min} ,Kriging模型对未知点的预测值 \hat{y} 服从均值为 \bar{y} 、方差为 $s^2(x)$ 的正态分布。 $I(x)$ 定义为

$$I(x) = \max(y_{\min} - \hat{y}(x), 0), \quad (5)$$

函数 $I(x)$ 的期望(即EI函数)可表示为

$$E[I(x)] = (y_{\min} - \bar{y}(x))\Phi\left(\frac{y_{\min} - \bar{y}(x)}{s(x)}\right) + s(x)\psi\left(\frac{y_{\min} - \bar{y}(x)}{s(x)}\right), \quad (6)$$

式中 Φ 和 ψ 分别代表标准正态累积分布函数和标准正态分布概率密度函数。通过优化算法寻找到 EI 函数值最大点所对应的样本点作为更新点添加到样本空间中, 不断更新模型, 使得 Kriging 模型根据不同的工程实际问题的特性来自适应地选择样本点; 其收敛准则为

$$\frac{E[I(x)]_{\max}}{y_{\text{opt}}} \leq \sigma, \quad (7)$$

即当最大 EI 值与当前最优响应值 y_{opt} 小于收敛阈值 σ 时, 不再新增加样本点; σ 可根据问题的精度需求确定; 若取为 1×10^{-3} , 则表示新增样本点后的最大 EI 值与当前最优值之比 $< 1 \times 10^{-3}$, 此精度水平对结构模型修正而言已经足够。

2.3 基于自适应 Kriging 模型的模型修正流程

基于自适应 Kriging 模型的模型修正流程为:

1) 根据设计图纸建立结构有限元模型, 基于工程经验和敏感性分析选择待修正参数; 同时, 完成实际结构测试, 并建立目标函数;

2) 根据修正参数的个数, 结合 CCD 确定初始样本点数量; 利用 LHD 生成初始样本点, 并结合初始有限元模型计算样本点对应的结构响应;

3) 利用初始样本集构建 Kriging 模型, 以标准遗传算法 (GA, genetic algorithm)^[18] 进行迭代, 寻找在当前模型基础上使 EI 函数值最大的样本点作为新增样本点;

4) 结合有限元模型计算新增样本点对应的结构响应, 并用于更新 Kriging 模型;

5) 重复第 3~4 步, 直至满足式 (7) 中的收敛要求;

6) 对构建的 Kriging 模型进行精度测试; 若满足精度要求, 进入第 7 步; 若不满足, 重复 3~5 步;

7) 利用优化算法寻找目标函数在设计空间内的极值; 目标函数中的响应计算值由构建好的 Kriging 模型提供, 实测值由试验数据提供;

8) 评估模型修正效果。

3 测试函数

为了测试自适应 Kriging 模型相对于标准 Kriging 模型的精度, 本文选取了六背驼峰函数以及

Goldstein-Price (GP) 函数作为测试函数。六驼峰函数为

$$F_1(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^2, \quad (8)$$

GP 函数为

$$F_2(x) = \log_{10}\left\{\left[1 + (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)\right] \times \left[30 + (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)\right]\right\}, \quad (9)$$

式中 $F(x)$ 表示测试函数的函数值; x 表示自变量; 对六驼峰函数, $-2 \leq x_1 \leq 2$, $-1 \leq x_2 \leq 1$; 在 (0.089 8, -0.712 6) 和 (-0.089 8, 0.712 6) 有相同的全局最小值为 -1.031 6; 对 GP 函数, $-1 \leq x_{1,2} \leq 1$; 在 (0, -1) 处有全局最小值 0.477 12。

采用 LHD 构建初始的样本点, 在构建的初始 Kriging 模型的基础上, 利用 GA 对 EI 函数进行寻优来更新模型直到满足收敛条件为止。GA 参数设置为种群数目为 500, 迭代次数为 200, 交叉几率为 0.9, 变异几率为 0.1。

根据 Matlab 中的命令 *ccdesign*, 对 CCD, 当问题维度为 2 时样本点数量为 16。因此自适应 Kriging 模型的初始样本点数量取为 16; 由于测试函数有明确的函数形式, 计算精度较高, 因此自适应 Kriging 模型的收敛阈值 σ 取为 1×10^{-6} ; 最终, 六驼峰函数和 GP 函数在初始样本点的基础上, 分别新增加了 28 和 33 个样本点, 即总样本点数量分别为 44 和 49。对于标准 Kriging 模型, 则保持总样本点数量与自适应 Kriging 模型相同, 利用 LHD 一次性抽取 44 和 49 个样本点; 图 1 和图 2 分别给出了两个测试函数的标准 Kriging 样本点和自适应 Kriging 样本点, 可以看到, 通过自适应地添加样本点的方式, 两个测试函数新增加的样本点主要位于边界和函数极值附近。

对构建好的两种 Kriging 模型, 采用标准粒子群优化算法 (PSO, particle swarm optimization)^[19] 寻找测试函数在定义域内的最小值, PSO 参数为种群数目为 30, 最大迭代次数为 100, 速度惯性取 0.729, 学习因子为 2。为获得统计上有意义的比较结果, 避免算法的不确定性, 对每个测试函数进行了 200 次独立运算。表 1 给出了利用不同 Kriging 模型的精度评价和 PSO 优化结果。从表 1 可看出: (1) 在样本点总数相等的前提下, 对两个测试函数, 构建的标准 Kriging 模型和自适应 Kriging 模型的 R^2 均大于 0.97; RMSE 最大不超过 0.039 3;

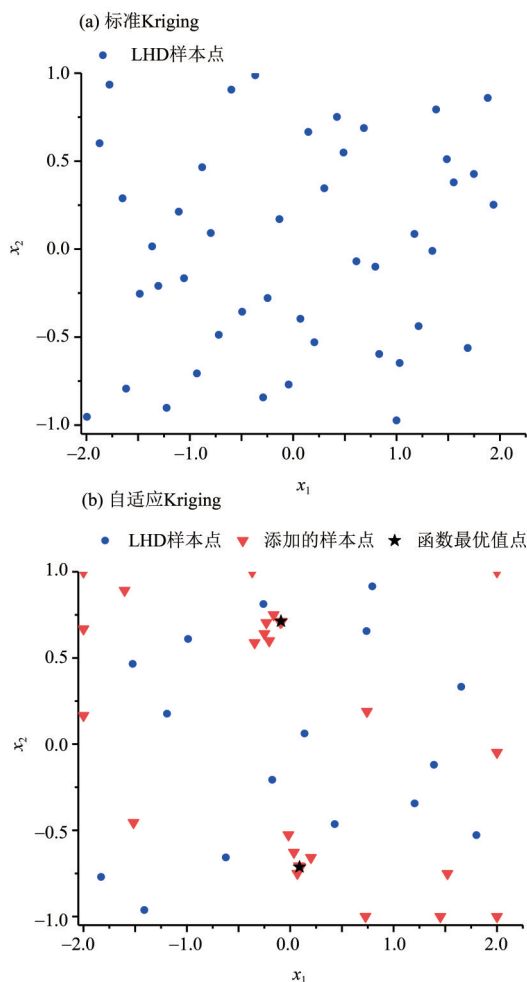


图 1 标准 Kriging 和自适应 Kriging 样本点 (六驼峰函数)
Fig. 1 Standard Kriging sample points and Adaptive Kriging sample points(six hump functions)

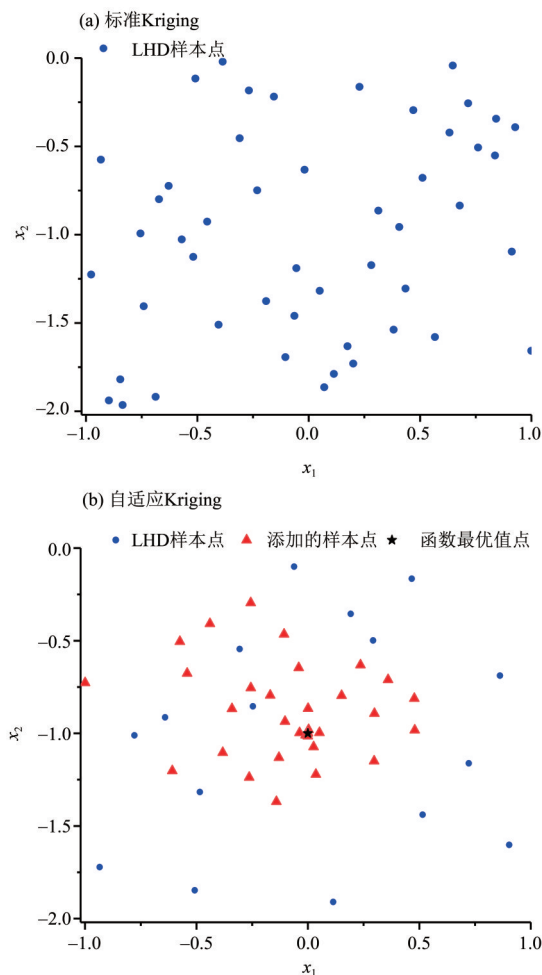


图 2 标准 Kriging 和自适应 Kriging 样本点 (GP 函数)
Fig. 2 Standard Kriging sample points and Adaptive Kriging sample points(GP functions)

表明标准 Kriging 模型和自适应 Kriging 模型均具备较高的精度; (2) 进一步地, 利用 PSO 去寻找两个函数的最小值, 并进行 200 次独立计算, 分析计算结果的均值和标准差; 对六驼峰函数, 标准 Kriging 模型和自适应 Kriging 模型的均值较为接近, 且均接近于理论解, 但自适应 Kriging 模型的结果精度和稳定性更高; 对 GP 函数, Kriging 模型的均值为 0.47, 偏离理论解较多; 而自适应 Kriging 模

型的均值为 0.84, 接近理论解。这主要是因为标准 Kriging 模型一次生成的样本点具有一定的随机性。从图 2 可看出, 在函数极值 (0, -1) 附近区域点数较少, 导致无法准确预测目标函数极值; 而自适应 Kriging 模型则较好地避免了这个问题。测试函数结果表明, 自适应 Kriging 能够避免样本点在空间分布的随机性, 提高模型对目标函数极值区域的预测精度。

表 1 不同 Kriging 模型的函数值搜索结果

Table 1 Function value search results of different Kriging models

测试函数	理论解 (最小值)	代理模型	R^2	RMSE	统计结果	
					均值	方差
六驼峰函数	-1.031 6	标准 Kriging	0.990 5	0.039 3	-1.019 79	5.61×10^{-9}
		自适应 Kriging	0.998 9	0.018 5	-1.031 64	4.39×10^{-11}
GP 函数	0.477 12	标准 Kriging	0.981 2	0.009 2	0.840 66	1.17×10^{-17}
		自适应 Kriging	0.972 1	0.010 1	0.477 12	8.97×10^{-17}

4 人行斜拉桥模型修正

4.1 工程概况

理工一桥是一座主跨为 45.0 m 的独塔人行斜拉桥, 桥跨布置为 (20.0+45.0+21.3) m。主梁为钢箱梁结构, 高 0.7 m, 如图 3 所示。主梁由直线段和 U 型曲线段组成, 直线段桥面宽 7.0 m, 曲线段桥面宽分别为 3.5 m 和 4.0 m。桥塔采用变截面矩形钢箱结构, 高 25.0 m, 在桥塔两侧各布置 4 根拉索。主塔上最高拉索的锚固点距离桥面 16.98 m,

最低拉索的锚固点为 6.48 m, 锚固点相互间距为 3.50 m。8 根斜拉索中, 最长拉索长为 34.761 m, 最短拉索长为 10.618 m, 采用主塔端固定和主梁端张拉。根据设计图纸, 基于 ANSYS 软件建立了理工一桥的初始有限元模型 (图 4)。主梁及主塔采用 Shell63 单元模拟, 其弹性模量为 210 GPa, 质量密度为 7 900 kg/m³; 斜拉索采用 Link10 单元模拟, 其材料弹性模量为 202 GPa, 质量密度 7 900 kg/m³。边界条件按照图纸设置, 主梁与主塔采取固结方式, 边墩处设置两个板式橡胶支座。

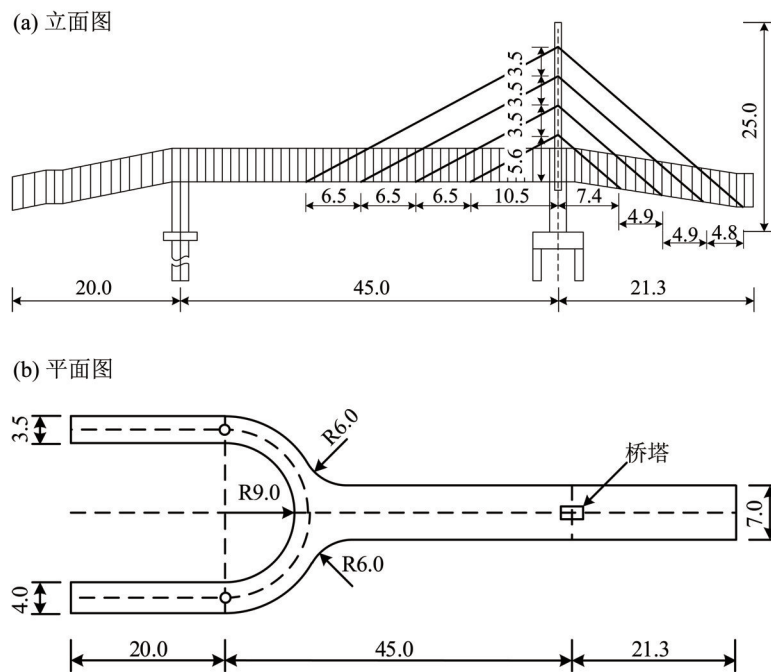


图 3 理工一桥立面图及平面图 (单位: m)

Fig. 3 The elevation and plan view of Ligong First Bridge (unit: m)

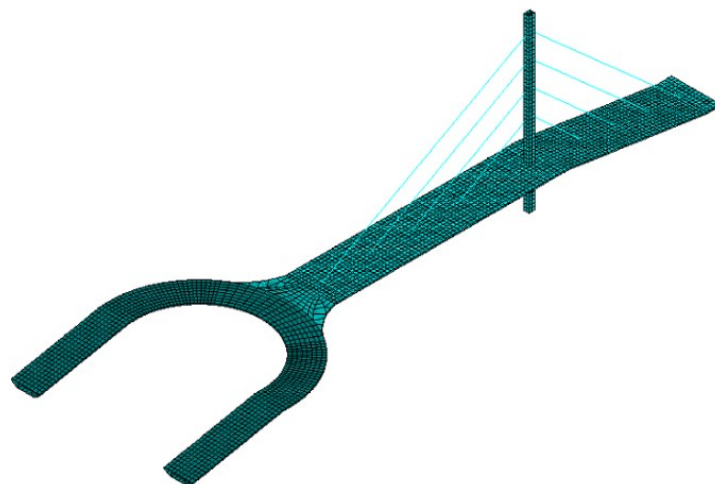


图 4 理工一桥 ANSYS 有限元模型

Fig. 4 The ANSYS finite element model of Ligong First Bridge

4.2 环境振动试验

为了获得理工一桥的模态参数, 对其进行环境振动试验。环境振动试验利用5个无线加速度传感器, 测试桥面在环境荷载下的竖向和横向加速度, 并结合协方差驱动的随机子空间识别算法识别桥梁的频率和振型。在桥面两侧平均每隔3 m布置1个测点, 共计布置了53个测点, 其中2个为参考点, 其余测点通过移动传感器分17个测试组完

成; 每个测试组采样时间约为15 min, 采样频率为200 Hz。表2对比了试验识别的前4阶频率的计算值和试验值, 并给出了振型的MAC值; 可以看出, 前4阶模态振型试验值与计算值的MAC值均大于0.93, 表明振型识别结果较好。频率方面, 试验值和计算值的相对误差均未超过10%, 最大相对误差为7.02%, 表明初始有限元模型与实际结构吻合较好, 但频率计算值仍有修正空间。

表2 频率和振型实测值与计算值

Table 2 The frequencies and mode shapes of experimental identified and analytical values

序号	振型特点	初始模型计算频率/Hz	实测频率/Hz	相对误差/%	MAC值
1	主梁一阶竖弯	1.934	2.080	7.02	0.961
2	主梁二阶竖弯	4.614	4.559	1.20	0.932
3	主梁一阶扭转	6.099	6.449	5.43	0.976
4	主梁三阶竖弯	9.164	9.329	1.77	0.937

4.3 修正参数与目标函数

修正参数的选择上, 一方面考虑到理工一桥主梁、主塔为钢箱梁, 其截面制造精度较高, 因此截面惯性矩未作为修正参数; 另一方面, 初始模型建立过程中忽略了一些局部加劲肋、焊缝和螺栓, 这些会影响到结构的刚度和质量分布, 因此修正参数的选择范围主要是结构的弹性模量、质量密度; 此外, 由于斜拉桥的索力对结构响应影响较大, 因此斜拉索的初始张力也纳入修正参数的选择范围。在上述思路下, 首先选了13个结构设计参数作为待修正参数, 然后进行参数的频率和模态振型灵敏度分析, 选择灵敏度高的参数作为最终的修正参数。这13个待修正参数分别是: 主塔、T型桥墩、主跨箱梁、边跨箱梁、圆弧段箱梁和斜拉索的弹性模量(用E1-E6表示)和质量密度(用P1-P6表示); 斜拉索的初始拉应变(用stra表示)。除了E6的设计值为202 GPa外, 其余构件的弹性模量设计值均为210 GPa; 所有质量密度的设计值均为7 900 kg/m³; 斜拉索的初始拉应变为7.47 × 10⁻³。

对上述13个待修正参数进行频率灵敏度和振型灵敏度计算, 计算结果如图5所示。可以看出, 主跨箱型梁的弹性模量E3和其质量密度P3、圆弧曲线端箱梁的弹性模量E5和其质量密度P5对理工一桥的模态频率 f_i 敏感性相对较高; 主跨箱型梁质量密度P3和圆弧曲线端箱梁的质量密度P5对理工

一桥的模态振型敏感性相对较高。综合考虑, 选择E3、E4、E5、P3和P5五个设计参数作为修正参数进行模型修正。按照式(1), 目标函数由前4阶频率和模态振型的MAC构建。为保证修正后的参数物理意义, 修正过程中各参数的上下界分别为其初始值的1.25和0.75倍。

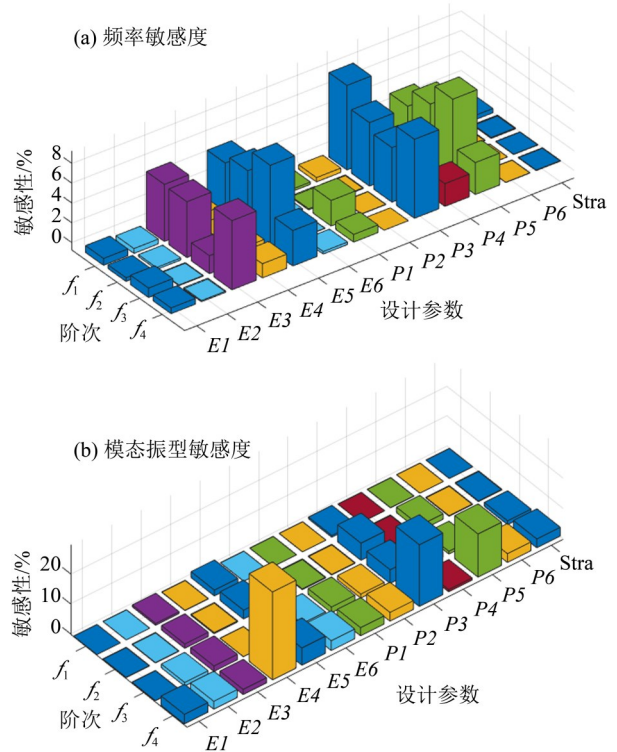


图5 设计参数敏感度分析

Fig. 5 The sensitivity analysis of design parameters

4.4 自适应 Kriging 模型

对于 5 参数问题, CCD 的样本点数量为 46, 因此自适应 Kriging 模型的初始样本点数量为 46。利用 LHD 获得初始样本点的空间分布后, 结合有限元模型计算样本点对应的频率和振型; 后续新增样本点则由 EI 准则控制, 收敛阈值取为 0.01。最终, 共计新增了 28 个样本点, 即总样本点的数量为 74。为保持样本点总数一致, Kriging 模型的样本点数量取为 74。以一阶频率关于修正参数 $E3$ 和 $E5$ 的函数关系为例, 标准 Kriging 和自适应 Kriging 拟合的 Kriging 响应面分别如图 6 所示。可以看出, 标准 Kriging 模型的样本点基本上随机地布满设计

空间; 自适应 Kriging 模型的初始样本点也是随机布满空间, 但新增的样本点则一部分集中于边界, 另一部分位于 $E3$ [0.7, 0.9] 的区间内; 这表明自适应 Kriging 模型的新增样本点更具有指向性, 即更多分布于 RMSE 较大的位置和函数极值区域。表 3 给出了标准 Kriging 模型和自适应 Kriging 模型的 R^2 和 RMSE, 以评价二者的精度。可以看出, 两个模型的前四阶频率的 $R^2 > 0.99$, RMSE 值均小于 1.07×10^{-3} ; 除第四阶振型外, 前三阶的振型的 R^2 均大于 0.97; RMSE 均小于 0.54×10^{-3} ; 表明标准 Kriging 和自适应 Kriging 模型的拟合精度较高。

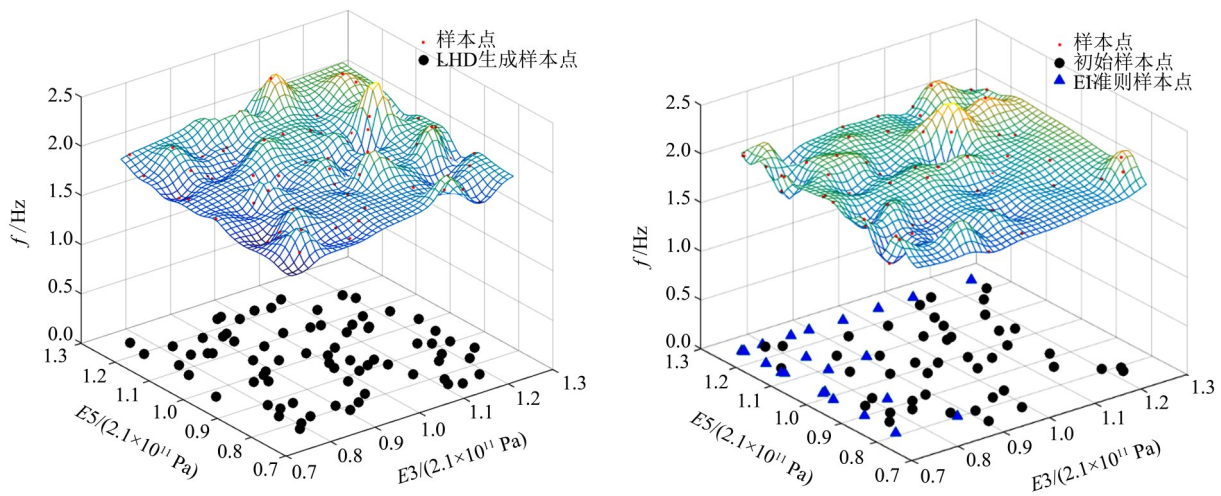


图 6 标准 Kriging 和自适应 Kriging 拟合的一阶频率响应面

Fig. 6 The 1st order frequency response surface fitted by standard Kriging and Adaptive Kriging

表 3 Kriging 模型和自适应 Kriging 模型的精度
Table 3 The accuracy of Kriging and Adaptive Kriging model

模态阶次	结构响应	Kriging		自适应 Kriging	
		R^2	RMSE	R^2	RMSE
1	f_1	0.999	3.60×10^{-4}	0.999	3.70×10^{-4}
	MAC	0.994	1.10×10^{-4}	0.989	1.40×10^{-4}
2	f_2	0.999	1.50×10^{-4}	0.999	2.40×10^{-4}
	MAC	0.987	4.60×10^{-4}	0.988	4.30×10^{-4}
3	f_3	0.998	5.30×10^{-4}	0.999	4.40×10^{-4}
	MAC	0.976	5.10×10^{-3}	0.973	5.40×10^{-3}
4	f_4	0.995	1.02×10^{-3}	0.994	1.07×10^{-3}
	MAC	0.929	3.94×10^{-3}	0.932	3.25×10^{-3}

4.5 结果分析

采用 PSO 算法在设计空间内搜索目标函数的最小值; 其中, 目标函数的计算值分别由标准 Kriging 和自适应 Kriging 模型预测, 试验值根据实测结

果确定。PSO 算法的种群数量取为 30, 最大迭代次数取 100, 速度惯性取 0.729, 社会和认知系数均取为 2.0, 上述参数均为标准 PSO 的默认参数, 其合理性已经得到大量工程算例验证。

表4列出了各修正参数在修正前后的对比, 可以看出: (1) 除 $E4$ 外, 两种模型的修正结果变化趋势基本一致; (2) 自适应Kriging模型的修正结果中, $E3$ 相比其初始值降低了20.9%, 即为其初始值的0.79倍, 这与前述自适应Kriging新增样本点的位置是一致的, 表明自适应Kriging通过评估初始样本集, 找到了目标函数极值所在的区域,

并对其该区域的样本点数量进行了增加。需要说明的是, 修正参数在修正前后的变化, 并非代表材料特性发生了变化, 只是表征初始模型和实际结构之间的质量或刚度差异; 因此可以理解为等效弹性模量或等效密度; 类似的修正幅度在现有文献中也有描述, 如文献[20]对一座斜拉桥的模型修正, 主梁的密度修正幅度达到17.9%。

表4 模型修正前后的修正参数值

Table 4 The updating parameters before and after model updating

修正参数	初始值	Kriging		自适应Kriging	
		修正值	修正率/%	修正值	修正率/%
$E3/\text{GPa}$	210	175.0	-16.7	166.0	-20.9
$E5/\text{GPa}$	210	262.5	25.0	262.5	25.0
$P3/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	7900	6332.3	-19.8	6001.1	-24.0
$P5/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	7900	9875.0	25.0	9875.0	25.0
$E4/\text{GPa}$	210	213.1	1.5	192.6	-8.3

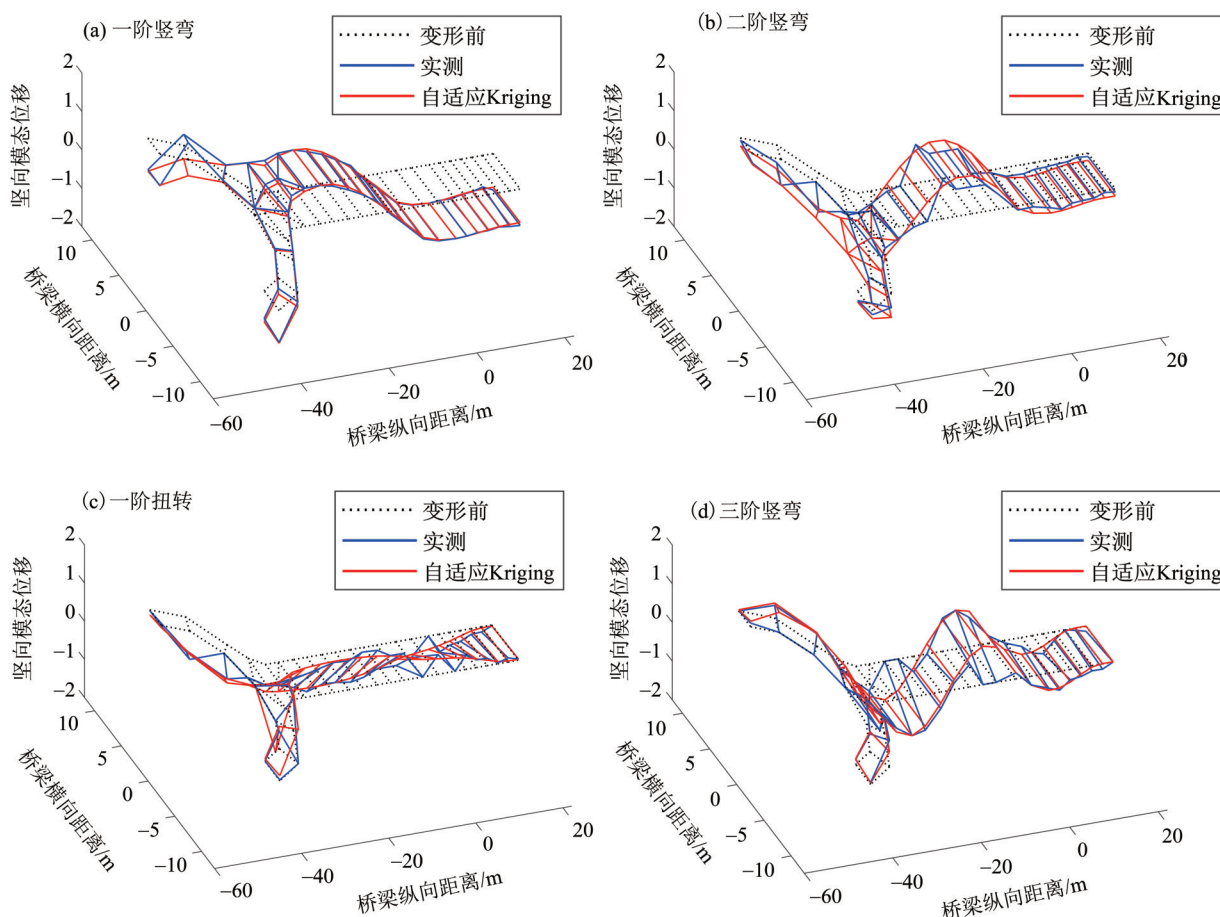


图7 模态振型试验值和自适应Kriging修正值

Fig. 7 The mode shapes of experimental values and updated values obtained from Adaptive Kriging

表 5 给出了修正前后的频率和 MAC 与试验值的对比, 可以看出: (1) 经过模型修正, 相比初始模型, 两种 Kriging 模型的修正结果均与试验值更为接近; 例如第一阶频率相对误差由修正前的 7.02% 降低到修正后的 3.08% 和 2.81%; 其余各阶频率精度均有不同程度的提升; 相比修正前, 修正后的 MAC 也有小幅提升; (2) 相比标准 Krig-

ing 模型, 自适应 Kriging 模型获得了更好的修正精度。上述修正结果表明, 在样本点数量一致的前提下, 自适应 Kriging 模型能获得比 Kriging 模型更好的修正精度。图 7 给出了前四阶实测振型和自适应 Kriging 修正后的模型计算振型对比图, 可以看出, 经过模型修正, 各振型与实测振型吻合良好。

表 5 修正结果对比

Table 5 The comparison of the updating results

模态阶次	实测频率/Hz	标准 Kriging 模型			自适应 Kriging 模型		
		频率/Hz	误差/%	MAC 值	频率/Hz	误差/%	MAC 值
1	2.080	2.016	3.08	0.955	2.022	2.79	0.955
2	4.559	4.698	3.04	0.946	4.694	2.96	0.944
3	6.449	6.387	0.96	0.966	6.389	0.93	0.970
4	9.329	9.416	0.93	0.940	9.396	0.72	0.947

5 结 语

本文构建了一种基于自适应 Kriging 模型的有限元模型修正方法, 并且提出了一种样本点总数的确定方法。与标准 Kriging 模型一次性生成所有样本点不同, 该方法首先通过 CCD 估算初始样本集的数量, 利用 LHD 生成样本点的空间位置, 并初步构建 Kriging 模型; 然后利用 EI 准则自适应地控制新增样本点的位置, 直至满足收敛准则。通过测试函数和理工一桥模型修正对比了标准 Kriging 模型、自适应 Kriging 模型精度以及修正结果, 可得到如下结论:

1) 测试函数表明: 在样本点总数一致的情况下, 通过计算 R^2 和 RMSE, 可知自适应 Kriging 模型和标准 Kriging 模型具有相近的预测精度; 但由

于自适应 Kriging 模型中后续增加的样本点多位于目标函数极值附近, 因此在函数极值附近, 自适应 Kriging 能够提供比标准 Kriging 更高预测精度; 此外, GP 测试函数还表明, 即便 Kriging 模型通过 R^2 和 RMSE 精度测试, 由于样本点分布的随机性, Kriging 模型对函数极值区域预测精度可能不足, 从而导致后续优化结果不正确。

2) 理工一桥模型修正案例表明: 通过 CCD 初步估算样本点数量, 并结合收敛准则控制新增样本点数量, 确定的样本点总数基本合理。在样本点总数一致的情况下, 自适应 Kriging 模型和标准 Kriging 模型的精度基本相仿, 但自适应 Kriging 模型能够避免样本点空间分布的随机性, 提高对目标函数极值区域的预测精度, 从而获得更好修正结果。

参考文献:

- [1] 单德山, 顾晓宇, 李中辉, 等. 桥梁结构有限元模型的仿射-区间不确定修正[J]. 中国公路学报, 2019, 32(2): 67-76.
- [2] 万华平, 任伟新, 黄天立. 基于贝叶斯推理的随机模型修正方法[J]. 中国公路学报, 2016, 29(4): 67-76+95.
- [3] UMAR S, BAKHARY N, ABIDIN A R Z. Response surface methodology for damage detection using frequency and mode shape[J]. Measurement, 2018, 115(2): 258-268.
- [4] QIN S, ZHOU Y, CAO H, et al. Model updating in complex bridge structures using kriging model ensemble with genetic algorithm[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2018, 22(9): 3567-3578.
- [5] ZHOU L, YAN G, OU J. Response surface method based on radial basis functions for modeling large-scale structures in model updating[J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2013, 28(3): 210-226.
- [6] XIANG H, LI Y, LIAO H, et al. An adaptive surrogate

- model based on support vector regression and its application to the optimization of railway wind barriers [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017, 55(2): 701-713.
- [7] WANG J, WANG C, ZHAO J. Frequency response function-based model updating using Kriging model [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 87: 218-228.
- [8] 胡俊亮, 颜全胜, 郑恒斌, 等. 基于Kriging模型的钢管混凝土连续梁拱桥有限元模型修正[J]. *振动与冲击*, 2014, 33(14):33-39.
- [9] KHODAPARAST H H, MOTTERSHEAD J E, BADCOCK K J. Interval model updating with irreducible uncertainty using the Kriging predictor [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, 25(4): 1204-1226.
- [10] LIU Y, LI Y, WANG D J, et al. Model updating of complex structures using the combination of component mode synthesis and Kriging predictor[J]. *The Scientific World Journal*, 2014(14):1-13.
- [11] CHEN Z, QIU H, GAO L, et al. A local adaptive sampling method for reliability-based design optimization using Kriging model [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, 49(3):401-416.
- [12] 高月华, 王希诚. 基于Kriging代理模型的多点加点序列优化方法[J]. *工程力学*, 2012, 29(4):90-95.
- [13] 贾布裕, 余晓琳, 颜全胜, 等. 基于Kriging改进响应面法的桥梁地震动力可靠度研究[J]. *振动与冲击*, 2013, 32(16):82-87.
- [14] 李永乐, 鲍玉龙, 向活跃. 基于代理模型的无砟轨道模拟方法及其在车-线-桥分析中的应用[J]. *土木工程学报*, 2018, 51(5):95-102.
- [15] 杨修铭, 郭杏林, 李东升. 基于Kriging模型的频响函数有限元模型修正方法[J]. *计算力学学报*, 2018, 35(4):487-493.
- [16] KLEIJNEN J P C. Kriging metamodeling in simulation: a review[J]. *European Journal of Operational Research*, 2009, 192(3):707-716.
- [17] 韩忠华. Kriging模型及代理优化算法研究进展[J]. *航空学报*, 2016, 37(11): 3197-3225.
- [18] 闫桂荣, 段忠东, 欧进萍. 遗传算法在结构有限元模型修正中的应用[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2007, 39(2):181-186.
- [19] SHABBI R, OMENZETTER F, PIOT R. Particle swarm optimization with sequential niche technique for dynamic finite element model updating[J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2015, 30(5):359-375.
- [20] WANG F, XU Y, SUN B, et al. Updating multiscale model of a long-span cable-stayed bridge [J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2018, 23(3): 04017148.

(责任编辑 王海蓉)