

Λ 超子的衰变

罗蓓玲 郭碩鴻

(物理学系)

用色散关系来处理 Λ 衰变中强作用的影响, 其中忽略了 κ 介子的强作用, 对中间态作了确定的近似, 结果发现 Λ 超子衰变的分枝比和实验的偏差, 比微扰论的结果还坏。

§ 1. 引言

盖尔曼和费曼[1]提出了普适的费米型弱作用, 成功地解决了 β 衰变, μ 介子衰变和 π 介子衰变现象, 在这些现象中所遇到的弱作用, 只是核子和轻子间的普适费米型弱作用。但是在重子之间是否存在着类似的弱作用, 尚须讨论。[2],[3] 实验提出了 Λ 及 Σ 超子衰变上下不对称, 所以在衰变的过程中宇称是不守恒的。马夏克[4]等把普适的费米型弱作用推广到 Λ 超子衰变过程中, 发现如果不考虑中间过程中重粒子间的强作用, 则这一理论可以解释 $\Lambda \rightarrow \pi^- + p$ 和 $\Lambda \rightarrow \pi^0 + n$ 的分枝比, 以及 Λ 衰变中不对称因子等等。应该指出在超子衰变中, 不考虑中间过程的强作用是不行的, 因为仅是弱作用不能解释 Λ 超子和 Σ 超子平均寿命的比例[5], 也不能解释 Σ 衰变中不对称因子[3]。朱洪元等[6]计算的结果指出, 如果考虑了中间过程中重粒子间之强作用至一级微扰, 那么 Λ 衰变的分枝比显著地降低, 和实验结果的结果比[4]的结果还坏。

本文的目的是企图比较精确地处理 Λ 超子衰变中强作用的影响, 我们如哥伯克[7]一样, 用色散关系来处理 Λ 超子的衰变, 其中忽略了 κ 介子的强作用, 因为 $g^2_{\kappa}/g^2_{\pi} \sim 0.1$, 对中间态作了确定的近似, 计算结果发现 Λ 超子衰变的分枝比和实验的偏差比微扰论的结果还坏。

§ 2. Λ 超子衰变的色散关系

设以 s_{p_s} 表示核子之同位旋, 自旋, 及动量。

αp_{α} 表示 π 介子之同位旋, 及动量

p_{Λ} 表示 Λ 超子之动量

在 Λ 超子衰变过程中, 只有两个独立矢量, 我们选择这两个独立矢量为 P_{Λ} 及 P_s , 由于 $P_{\Lambda}^2 = -m_{\Lambda}^2$, $P_s^2 = -m^2$, 其中 m_{Λ} 及 m 分别为 Λ 超子及核子之质量, 故这二独立矢量只能组成一独立标量, 现选择为

$$\xi = -(p_{\Lambda} - p)^2 \quad (1)$$

Λ 超子衰变矩阵元为

$$\langle N \pi_{\alpha} | S | \Lambda \rangle = -i(2\pi)^4 \delta(p_{\Lambda} - p_s - p_{\alpha}) \frac{1}{\sqrt{2\omega}} T^c \quad (2)$$

其中

$$T^c = -i \int dx e^{-i(p_\Lambda - p_s)x} \langle N | T(\bar{j}_\pi(x) j_\Lambda(0)) | 0 \rangle u(p_\Lambda) \quad (3)$$

另外两个辅助函数 $T^{(+)}$ 和 $T^{(-)}$ 分别为

$$\begin{aligned} T^{(+)} &= -i \int dx e^{-i(p_\Lambda - p_s)x} \langle N | j_\Lambda(0) \bar{j}_\pi(x) | 0 \rangle u(p_\Lambda) \\ &= -i(2\pi)^4 \sum_n \langle N | j_\Lambda(0) | n \rangle \langle n | \bar{j}_\pi(0) | 0 \rangle u(p_\Lambda) \delta(p_n + p_\Lambda - p_s) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} T^{(-)} &= -i \int dx e^{-i(p_\Lambda - p_s)x} \langle N | \bar{j}_\pi(x) j_\Lambda(0) | 0 \rangle u(p_\Lambda) \\ &= -i(2\pi)^4 \sum_n \langle N | \bar{j}_\pi(0) | n \rangle \langle n | j_\Lambda(0) | 0 \rangle u(p_\Lambda) \delta(p_n - p_\Lambda) \end{aligned} \quad (5)$$

立刻可以看出 $T^{(+)}$ 对衰变过程没有贡献, 故

$$T^{(+)} = 0 \quad (6)$$

因而

$$T^c = T^\gamma \quad (7)$$

T^γ 为推迟振幅。在 $T^{(-)}$ 中, 中间态比较重要的为 $N\pi, N\bar{N}N$ 等, 其中 $N\pi$ 态表示末态强作用, 我们在这里不考虑。在这里所考虑的主要是和 Λ 有直接的弱作用联系的中間态, 即 $N\bar{N}N$ 态。因此

$$T^{(-)} = 0 \text{ 当 } \xi < 4m^2 \quad (8)$$

现在考虑 Λ 衰变中 T^c 的形式。由于 T^c 中只包含二个独立矢量—— p_s 和 p_Λ , 由它们及 γ 矩阵可以组成三个标量: ξ 、 $\hat{p}_s$ 及 $\hat{p}_\Lambda$ 。但由于狄拉克方程式, $\hat{p}_s$ 和 $\hat{p}_\Lambda$ 部可化为 m 和 m_Λ , 因此 $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ 矩阵元的形式为

$$T^c = i\bar{u}(p)(a + b\gamma_5)u(p_\Lambda) \quad (9)$$

同样, $\Lambda \rightarrow n + \pi^0$ 的矩阵元的形式为

$$T^c = i\bar{u}(p_n)(a' + b'\gamma_5)u(p_\Lambda) \quad (10)$$

其中 a, b, c, d 皆为 ξ 的函数。在真实 Λ 衰变情形下, $\xi = m^2\pi$ 。我们现在假设 a, b, c, d 分别满足色散关系, 其协变形式为

$$a(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} d\xi' \frac{I_m a(\xi')}{\xi' - \xi - i\epsilon} \quad (11)$$

b, a', b' 亦满足相同的色散关系式。

§ 3. 虚过程 $\pi^- \rightarrow \Lambda + \bar{p}$ 的矩阵元

为处理色散关系方便起见, 我们不直接考虑 Λ 衰变的矩阵元 T^c , 而考虑虚过程 $\pi^- \rightarrow \Lambda + \bar{p}$ 的矩阵元 $\bar{T}^c$ 。 T^c 和 $\bar{T}^c$ 的关系如下:

$$T^c = \sqrt{2\omega} \bar{u}(p) \langle \pi | i \frac{\delta S}{\delta \bar{\psi}_p(0)} S^+ | \Lambda \rangle \quad (12)$$

$$\text{而} \quad \langle \Lambda \bar{p} | S | \pi \rangle = -i(2\pi)^4 \delta(p_\pi - \bar{p} - p_\Lambda) \frac{1}{\sqrt{2\omega}} \bar{T}^c \quad (13)$$

$$\bar{T}^c = \sqrt{2\omega} \langle \Lambda | i \frac{\delta S}{\delta \psi_p(0)} S^+ | \pi \rangle v(\bar{p}) \quad (14)$$

$$\text{故} \quad \bar{T}^c = -i\bar{u}(p_\Lambda)(a^* - b^*\gamma_5)v(\bar{p}) \quad (15)$$

輔助函数 $\bar{T}^{(+)}$ 和 $\bar{T}^{(-)}$ 为:

$$T^{(+)} = -i(2\pi)^4 \sum_n \bar{u}(p_\Lambda) \langle \bar{p} | j_\pi(0) | n \rangle \langle n | \bar{j}_\Lambda(0) | 0 \rangle \delta(p_n + p_\Lambda) = 0 \quad (16)$$

$$\text{故} \quad \bar{T}^c = \bar{T}^+ \quad (17)$$

$$\bar{T}^{(-)} = -i(2\pi)^4 \sum_n \bar{u}(p_\Lambda) \langle \bar{p} | \bar{j}_\Lambda(0) | n \rangle \langle n | j_\pi(0) | 0 \rangle \delta(p_n - \bar{p} - p_\Lambda) \quad (18)$$

若只考虑 $\bar{p}'N$ 中間态的貢獻, 得到

$$\begin{aligned} \text{Im } \bar{T}^c &= \frac{1}{2i} (\bar{T}^{(+)} - \bar{T}^{(-)}) \\ &= \frac{1}{2} (2\pi)^4 \sum_{\bar{p}'p_N} \bar{u}(p_\Lambda) \langle \bar{p} | \bar{j}_\Lambda(0) | \bar{p}'p_N \rangle \langle \bar{p}'p_N | j_\pi(0) | 0 \rangle \delta(\bar{p}' - p_N - \bar{p} - p_\Lambda) \quad (19) \end{aligned}$$

根据哥伯克一文, 得到

$$\langle \bar{p}'n | j_\pi(0) | 0 \rangle = K(\xi) \bar{u}(p_N) i \gamma_5 v(\bar{p}') \quad (20)$$

其中

$$\xi = -(p_\Lambda + \bar{p})^2$$

由[7], 知

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_\Lambda) \langle \bar{p} | \bar{j}_\Lambda(0) | \bar{p}'p_N \rangle &\approx \frac{f}{\sqrt{2}} v(\bar{p}') \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u(p_N) \bar{u}(p_\Lambda) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) v(\bar{p}) \\ &\quad - \frac{\sqrt{2}Gi}{\xi - m_\pi^2 + i\epsilon} \bar{v}(\bar{p}') i \gamma_5 u(p_N) \bar{u}(p_\Lambda) (a - b\gamma_5) v(\bar{p}) \\ &\quad - \frac{Gi}{\eta - m_\pi^2 + i\epsilon} \bar{v}(\bar{p}') i \gamma_5 v(\bar{p}) \bar{u}(p_\Lambda) (a' - b'\gamma_5) u(p_N) \quad (21) \end{aligned}$$

其中

$$\eta = -(p_\Lambda - p_N)^2 \quad (22)$$

在 π 介子靜止坐标中, $\epsilon_N = \epsilon_{\bar{p}'} = \epsilon$

$$\xi = 4\epsilon^2 \quad |p_N| = |\bar{p}'| = \sqrt{\frac{\xi}{4} - m^2}$$

中間态情态密度

$$\rho^{(\pi)} d\Omega = \frac{1}{2(2\pi)^3} \frac{1}{4} \sqrt{\xi(\xi - 4m^2)} d\Omega$$

把(20)及(21)式代入(19)式, 得到

$$\begin{aligned} \text{Im } \bar{T}(\xi) &= \frac{-i}{4\pi} \frac{f}{\sqrt{2}} \text{Re} K(\xi) \sqrt{\frac{\xi - 4m^2}{\xi}} \bar{u}(p_\Lambda) [(m_\Lambda - m) + (m_\Lambda + m)\gamma] v(\bar{p}) \\ &\quad + \frac{i}{4\pi} \sqrt{2} G \frac{\xi}{2(\xi - m_\pi^2 + i\epsilon)} \text{Re} K(\xi) \sqrt{\frac{\xi - 4m^2}{\xi}} \bar{u}(p_\Lambda) [a - b\gamma_5] v(\bar{p}) \\ &\quad + \frac{i}{8\pi} G \text{Re} K(\xi) \sqrt{\frac{\xi - 4m^2}{\xi}} \bar{u}(p_\Lambda) [(\xi + m(m_\Lambda - m))a' - (\xi - m(m_\Lambda + m))b'\gamma_5] v(\bar{p}) f(\xi) \quad (23) \end{aligned}$$

其中

$$f(\xi) = \int \frac{1}{\eta - m_\pi^2 + i\varepsilon} \frac{d\Omega}{4\pi} \quad (24)$$

由(23)立刻得到

$$\begin{aligned} \text{Im } a = & \frac{1}{4\pi} \frac{f}{\sqrt{2}} \text{Re} K(\xi) \sqrt{\frac{\xi - 4m^2}{\xi}} (m_\Lambda - m) \\ & - \frac{1}{4\pi} \sqrt{2} G \frac{\xi}{2(\xi - m_\pi^2)} \text{Re} K(\xi) \sqrt{\frac{\xi - 4m^2}{\xi}} a \\ & - \frac{1}{8\pi} G \text{Re} K(\xi) \sqrt{\frac{\xi - 4m^2}{\xi}} [\xi + m(m_\Lambda - m)] a' f(\xi) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \text{Im } b = & -\frac{1}{4\pi} \frac{f}{\sqrt{2}} \text{Re} K(\xi) \sqrt{\frac{\xi - 4m^2}{\xi}} (m_\Lambda + m) \\ & - \frac{1}{4\pi} \sqrt{2} G \frac{\xi}{2(\xi - m_\pi^2)} \text{Re} K(\xi) \sqrt{\frac{\xi - 4m^2}{\xi}} b \\ & - \frac{1}{8\pi} G \text{Re} K(\xi) \sqrt{\frac{\xi - 4m^2}{\xi}} [\xi - (m_\Lambda + m)m] b' f(\xi) \end{aligned} \quad (26)$$

用同样方法, 考虑到虚过程 $\pi^0 \rightarrow \Lambda + \bar{N}$ 中的 $\bar{T}^{(-)}$ 的中間态只能是总同位旋为1的质子反质子 $p\bar{p}$ 态, 故

$$\langle p\bar{p}' | j_\pi(0) | 0 \rangle = \frac{K(\xi)}{\sqrt{2}} \bar{u}(p) i\gamma_5 v(\bar{p}') \quad (27)$$

按同样的计算得到

$$\begin{aligned} \text{Im}(a') = & \frac{1}{4\pi} \frac{f}{2} \text{Re} K(\eta) \sqrt{\frac{\eta - 4m^2}{\eta}} (m_\Lambda - m) \\ & - \frac{1}{4\pi} \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{\eta}{2(\eta - m_\pi^2)} \text{Re} K(\eta) \sqrt{\frac{\eta - 4m^2}{\eta}} a' \\ & - \frac{1}{8\pi} G \text{Re} K(\eta) \sqrt{\frac{\eta - 4m^2}{\eta}} (\eta + m(m_\Lambda - m)) a' f(\eta) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \text{Im}(b') = & \frac{-1}{4\pi} \frac{f}{2} \text{Re} K(\eta) \sqrt{\frac{\eta - 4m^2}{\eta}} (m_\Lambda + m) \\ & - \frac{1}{4\pi} \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{\eta}{2(\eta - m_\pi^2)} \text{Re} K(\eta) \sqrt{\frac{\eta - 4m^2}{\eta}} b' \\ & - \frac{1}{8\pi} G \text{Re} K(\eta) \sqrt{\frac{\eta - 4m^2}{\eta}} (\eta - m(m_\Lambda - m)) b' f(\eta) \end{aligned} \quad (29)$$

把(25)(26)(28)(29)分别代入如(11)的色散关系式中, 如果取 $\xi = m_\pi^2$ 即可得到

$$\left(1 + \frac{G^2 J}{2\pi^2}\right) a - \frac{\sqrt{2}}{4\pi^2} G^2 I a' = \frac{1}{2\pi^2} f G^2 (m_\Lambda - m) J \quad (30)$$

$$\left(1 + \frac{G^2 J}{4\pi^2}\right) a' - \frac{\sqrt{2}}{4\pi^2} G^2 I a = \frac{1}{\sqrt{2} 2\pi^2} f G^2 (m_\Lambda - m) I \quad (31)$$

其中

$$2\sqrt{2} GJ = \int_{4m^2}^{\infty} \frac{1}{\xi - m_\pi^2} \operatorname{Re} K(\xi) \sqrt{\frac{\xi + 4m^2}{\xi}} d\xi \quad (32)$$

$$2\sqrt{2} GI = \int_{4m^2}^{\infty} \frac{1}{\xi - m_\pi^2} \operatorname{Re} K(\xi) \sqrt{\frac{\xi + 4m^2}{\xi}} [\xi + m(m_\Lambda - m)] f(\xi) d\xi \quad (33)$$

$$2\sqrt{2} GI' = \int_{4m^2}^{\infty} \frac{1}{\xi - m_\pi^2} \operatorname{Re} K(\xi) \sqrt{\frac{\xi + 4m^2}{\xi}} [\xi - m(m_\Lambda + m)] f(\xi) d\xi \quad (34)$$

解(30)及(31)得到

$$a = \frac{1}{2\pi^2} f G^2 (m_\Lambda - m) J \frac{1 + \frac{G^2 J}{4\pi^2} + \frac{G^2 I}{4\pi^2}}{\left(1 + \frac{G^2 J}{2\pi^2}\right) \left(1 + \frac{G^2 I}{4\pi^2}\right) - 2 \left(\frac{G^2 I}{4\pi^2}\right)^2} \quad (35)$$

$$a' = \frac{1}{\sqrt{2} 2\pi^2} f G^2 (m_\Lambda - m) I \frac{1 + \frac{2JG^2}{4\pi^2} + \frac{2IG^2}{4\pi^2}}{\left(1 + \frac{JG^2}{2\pi^2}\right) \left(1 + \frac{IG^2}{4\pi^2}\right) - 2 \left(\frac{G^2 I}{4\pi^2}\right)^2} \quad (36)$$

对于 b 及 b' ，只要把 $m_\Lambda - m$ 代之以 $-(m_\Lambda + m)$ ， I 代之以 I' 。

§ 4. 討 論

按照哥伯克計算結果 $J \gg 0.1$ 因此 $\frac{JG^2}{4\pi^2} \gg 0.1$ ， I 的数值我們不知道，不过 J 和 I 相消之可能性非常小，这样的话，(35)及(36)式子中的 1 可以忽略去，于是

$$a/a' \sim \frac{1}{\sqrt{2}} \quad b/b' \sim \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Λ 衰变的分枝比成为 $\sim \frac{1}{2}$ ，和实验结果 1.7 相差很大。如果强作用阻尼因子如哥伯克所估计那样大的话，这结果是所用的色散关系处理方法所特有的，可能对所用的近似的依赖性不大。对于理论计算和实验之间的矛盾，目前仍不能作出很确实的结论。在衰变现象中，强作用发生于 $1/m$ 数量级的范围中，在这范围内目前是没有正确的强作用的理论的。可能对于衰变中这种色散关系的理论本身是有问题的。我们的结果表明，虽然普适弱作用理论在某些方面有了一定的成功，但是要彻底弄清楚超子和介子的衰变现象，还需要做更深入一步的工作。

参 攷 文 献

- [1] Feynman R. P., Gell-Mann M., Phys. Rev 109 (1958) 193
- [2] Gell-Mann M., Rosenfeld, A. H., Annu. Rev. Nucl. Sci. 7 (1957) 447
- [3] R. L. Cool, Bruce, James, W. Crouin, and William A. Wenzel Phys Rev 114 (1959) 912
- [4] Okubo, Marshak, Sudarshan Phys. Rev. 113 (1959) 1156
- [5] Akihiko Fujii, Masaaki Kawaguchi Phys. Rev. 113 (1959) 1156
- [6] 陈中漠 何祚麻 冼鼎昌 朱洪元 中国物理学报 15 (1959) 77
- [7] 郭碩鴻 罗蓓玲 同刊发表

Decay of Λ Hyperon

Lo Pai-Ling Kwo She-Hung

ABSTRACT

The Λ decay process is treated by The method of dispersion relations. The calculated values of the branching ratios of Λ decay are in disagreement with experiment.