

重粒子間的弱作用

郭碩鴻 羅蓓玲

(物理学系)

用色散关系处理 $\Lambda + P \rightarrow N + P$ 过程中强作用的影响, 其中忽略了 κ 介子的强作用, 对中间态作了近似。

§1 引言

馬夏克[1]等最先把普适費米弱作用, 推广到重粒子之間, 来解释超子的衰变现象,

[2]等提出要解释 Λ 超子和 Σ 超子平均寿命的比例, 必须考虑中间过程中强作用的影响, 本文的目的是企图比较精确地处理 $\Lambda + P \rightarrow P + N$ 中强作用对弱作用的影响, 我們如哥伯克[3]一样用色散关系的方法处理, 其中忽略了 ① κ 介子的强作用, 因为 $g^2_{\kappa}/g^2_{\pi} \sim 0.1$, ② 对中间态作了确定的近似。

§2 作用矩阵元

$V + P \rightarrow N + P$ 过程的矩阵元为

$$\langle P_2 N | S | P_1 \Lambda \rangle = \bar{u}_N \int dx dy e^{-inx + ip_1 y} \langle p_2 | \frac{\delta^2 S}{\delta \bar{\psi}_N(x) \delta \psi_{p_1}(y)} S^+ | \Lambda \rangle u_{p_1} \quad (1)$$

其中

$$\frac{\delta^2 S}{\delta \bar{\psi}_N(x) \delta \psi_{p_1}(y)} = -T(\bar{j}_N(x) j_{p_1}(y) S) - iT \left(\frac{\delta j_{p_1}(y)}{\delta \bar{\psi}_N(x)} S \right) \quad (2)$$

核子流 $j_{p_1}(y)$ 中包含二部分, 一部分是由强作用产生的, 一部分是由弱作用产生的, 即

$$j_{p_1}(y) = j^w_{p_1}(y) + j^s_{p_1}(y) \quad (3)$$

如果核子和 π 介子間的作用是赝标量作用, 重粒子間的弱作用是普适費米型作用, 則

$$\frac{\delta j^s_{p_1}(y)}{\delta \bar{\psi}_N(x)} = \sqrt{2} G \psi^+_{\pi}(x) i \gamma_5 \delta(y-x) \quad (4)$$

$$\frac{\delta j^w_{p_1}(y)}{\delta \bar{\psi}_N(x)} = J_{\mu}(x) \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) \delta(y-x) \quad (5)$$

其中

$$J_{\mu}(x) = \frac{f}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_p(x) \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) \psi_{\Lambda}(x) \quad (6)$$

∴

$$\langle P_2 N | S | P_1 \Lambda \rangle = S_1 + S_2 + S_3 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} S_1 &= -i \int dx e^{-i(N-P_1)x} \langle P_2 | J_{\mu}(x) | \rangle \bar{u}_N \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) u_{p_1} \\ &= -i(2\pi)^4 \delta(\Lambda + P_1 - N - P_2) \langle P | J_{\mu}(0) | \Lambda \rangle \bar{u}_N \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) u_{p_1} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 S_2 &= -i \int dx e^{-i(N-P_1)x} \langle P | \varphi_{\pi}(x) | \Lambda \rangle \sqrt{2} G \bar{u}_N i \gamma_5 u_P \\
 &= -i(2\pi)^4 \delta(\Lambda + P_1 - N - P_2) \langle P | \varphi_{\pi}(0) | \Lambda \rangle \sqrt{2} G \bar{u}_N i \gamma_5 u_P, \quad (9)
 \end{aligned}$$

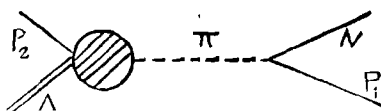
其中 $\varphi_{\pi}(0)$ 是海森堡表象的符号

$$S_3 = -i(2\pi)^4 \delta(\Lambda + P_1 - N - P) \bar{u}_N T^c_3 u_P, \quad (10)$$

其中 $T^c_3 = -i \int dx e^{-iNx} \langle P | T(\bar{j}_N(x) j_P(0)) | \Lambda \rangle \quad (11)$

§ 3 关于 $\{P_2 | \varphi_{\pi}(0) | \Lambda\}$ 的色散关系处理

和 $S^{(2)}$ 相应的图形是



矩阵元 $\langle P_2 | \varphi_{\pi}(0) | \Lambda \rangle$ 的物理意义是 Λ 超子放出一个 π^- 介子或吸收一个 π^+ 介子变成质子 $\langle P_2 | \varphi_{\pi}(0) | \Lambda \rangle$ 中只包含二个独立的向量 P_2 和 Λ , 这二个独立的量只能组成一个独立的标量

$$\xi = -(\Lambda - P_2)^2 \quad (12)$$

由

$$\langle P_2 | \varphi_{\pi}(0) | \Lambda \rangle = -i \int dy e^{-iP_2 y} \bar{u}(P_2) \langle 0 | T(\bar{j}_{P_2}(y) \varphi_{\pi}(0)) | \Lambda \rangle \quad (13)$$

很容易得到

$$T_2^{(+)}(\xi) = -i(2\pi)^4 \sum_{n'} \bar{u}_{P_2} \langle 0 | \varphi_{\pi}(0) | n' \rangle \langle n' | \bar{j}_{P_2}(0) | \Lambda \rangle \delta(P_{\Lambda} - P_2 - P_{n'}) \quad (14)$$

$$T_2^{(-)}(\xi) = -i(2\pi)^4 \sum_{n'} \bar{u}_{P_2} \langle 0 | \bar{j}_{P_2}(0) | n' \rangle \langle n' | \varphi_{\pi}(0) | \Lambda \rangle \delta(P_2 - P_{n'}) \quad (15)$$

$T_2^{(-)}$ 对我们所讨论的弱作用过程没有贡献, 因此

$$T_2^{(-)}(\xi) = 0$$

$$\langle P_2 | \varphi_{\pi}(0) | \Lambda \rangle = T^{\alpha}_2(\xi) \quad (16)$$

设 $T^{\prime}_2, T^{\prime\prime}_2$ 都是 ξ 的解析函数, 于是 $\langle P_2 | \varphi_{\pi}(0) | \Lambda \rangle$ 满足色散关系

$$\langle P_2 | \varphi_{\pi}(0) | \Lambda \rangle = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi' \frac{A(-\xi')}{\xi' + \xi + i\epsilon} \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2}(T_2^{(+)} - T_2^{(-)}) = -\frac{1}{2}(2\pi)^4 \sum_{n'} \bar{u}_{P_2} \langle 0 | \varphi_{\pi}(0) | n' \rangle \\
 &\quad \langle n' | \bar{j}_{P_2}(0) | \Lambda \rangle \delta(P_{\Lambda} - P_2 - P_{n'}) \quad (18)
 \end{aligned}$$

(18) 中最主要的中间态是 π^- , 我们忽略了粒子数较多的中间态, 于是得到

$$A = -\frac{1}{2}(2\pi)^4 \sum_{\pi^-} \bar{u}(P_2) \langle 0 | \varphi_{\pi}(0) | \pi^- \rangle \langle \pi^- | \bar{j}(0) | \Lambda \rangle \delta(P_{\Lambda} - P_2 - P_{\pi}) \quad (19)$$

现在来计算 $\langle 0 | \varphi_{\pi}(0) | \pi^- \rangle$

$$\langle 0 | \varphi_{\pi}(0) | \pi^- \rangle = \langle 0 | \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int dx_1 \cdots dx_n T(\mathcal{H}(x_1) \cdots \mathcal{H}(x_n) \varphi_{\pi}(0)) | \pi^- \rangle \quad (20)$$

其中 $\varphi_{\pi}(0)$ 是作用表象中的称符

$$\varphi_{\pi}(0) = \sum_k \sqrt{\frac{1}{2\omega_k}} (a(\vec{k}) + b^+(\vec{k})) \quad (21)$$

其中 $a(\vec{k})$ 表示吸收一个动量为 $\vec{k}$ 的 π^- 介子, $b^+(\vec{k})$ 表示放出一个动量为 $\vec{k}$ 的 π^- 介子, 把 (2) 中吸收称符向右移, 产生称符向左移, 利用公式

$$P(\partial \mathcal{L}(x) \varphi_{\pi_2}(0)) = N(\partial \mathcal{L}(x) \varphi_{\pi_2}(0)) + \frac{\partial \mathcal{L}(x)}{\partial \varphi_{\pi_2}(x)} \varphi_{\pi_2}(x) \varphi_{\pi_2}(0) \quad (22)$$

得到

$$\begin{aligned} \langle 0 | \varphi_{\pi}(0) | \pi^- \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2\omega}} - i \int dx \frac{1}{2} D^F(x) \langle 0 | j^+_{\pi}(x) | \pi^- \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\omega}} - i \frac{1}{\xi - m^2_{\pi} + i\epsilon} \langle 0 | j^+_{\pi}(0) | \pi^- \rangle \quad (23) \end{aligned}$$

其中 ω 表示 π^- 介子之能量, 即是 P_{π} .

而 $\langle 0 | j^+_{\pi}(0) | \pi^- \rangle$ 相当于介子的其空极化矩陣元, 当介子在自由介子情形

$$\langle 0 | j^+_{\pi}(0) | \pi^- \rangle = 0 \quad P^2_{\pi} = -m^2_{\pi} \text{ 时} \quad (24)$$

所以 (23) 中第二项代入色散关系式 (17) 时, 沒有贡献, 因此, 將 (23) 及 (18) 代入 (17) 得到

$$\begin{aligned} \langle P_2 | \varphi_{\pi}(0) | \Lambda \rangle &= \frac{1}{\xi - m^2_{\pi} + i\epsilon} \sqrt{2\omega} \bar{u}(P_2) \langle \pi^- | \bar{j}_{\pi_2}(0) | \Lambda \rangle \\ &= \frac{1}{\xi - m^2_{\pi} + i\epsilon} \langle P_2 | j^+_{\pi}(0) | \Lambda \rangle \quad (25) \end{aligned}$$

$\langle P_2 | j^+_{\pi}(0) | \Lambda \rangle$ 的形式因子 [4] $a = a(m^2_{\pi})$ $b = b(m^2_{\pi})$

§4 关于 T^c_3 的色散关系处理

T^c_3 中有三个独立向量, 这三个独立向量可組成二个独立标量, 我們选择为

$$\eta = -(\Lambda - n)^2 \quad \zeta = -(P_2 + n)^2 \quad (26)$$

因为

$$\begin{aligned} T(\bar{j}_N(x) j_{p_1}(0)) &= [\bar{j}_N(x) j_{p_1}(0)]_+ \theta(x) - j_{p_1}(0) \bar{j}_N(x) \\ &= -[j_{p_1}(0) \bar{j}_N(x)]_+ \theta(-x) + \bar{j}_N(x) j_{p_1}(0) \quad (27) \end{aligned}$$

$$\therefore T_3^{(+)} = i(2\pi)^4 \sum_{n'} \langle P_2 | j_{p_1}(0) | n' \rangle \langle n' | \bar{j}_N(0) | \Lambda \rangle \delta(\Lambda - N - P_{n'}) \quad (28)$$

$$T_3^{(-)} = i(2\pi)^4 \sum_{n'} \langle P_2 | \bar{j}_N(0) | n' \rangle \langle n' | j_{p_1}(0) | \Lambda \rangle \delta(P_2 + N - P_{n'}) \quad (29)$$

$T_3^{(+)}$ 的中間态, 其重粒子数为 0, 則相当的中間态有 $\pi, 2\pi, P\bar{p}, \dots$ 等, $T_3^{(-)}$ 的中間态重粒子数必須为 2, 故如 T_3 是 η 及 ζ 的解析函数, 則在 η 平面上, 在 $\eta = m^2_{\pi}$ 处有一极点, 又有一由 $4m^2_{\pi} \rightarrow \infty$ 的割綫, 而在 ζ 平面上, 則只有一条由 $4m^2_{\pi} \rightarrow \infty$ 的割綫, 其中 m 是核子的質量, 因此

$$T^c_3(\eta\zeta) = T^a_3(\eta, \zeta) \quad (30)$$

于是 $T^c(\eta, \xi)$ 满足色散关系

$$T^c(\eta, \xi) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A_3(-\eta')}{\eta' + \eta + i\epsilon} d\eta' \quad (31)$$

倘若只考虑 π^0 中间态的贡献, 则

$$A_3(\eta) = \frac{1}{2i} (T^c_{33}(\eta) - T^c_{33}(-\eta)) = \frac{1}{2} (2\pi)^4 \sum_{\pi^0} \langle P_2 | j_{p_1}(0) | \pi^0 \rangle \langle \pi^0 | \bar{j}_N(0) | \Lambda \rangle \delta(\Lambda - N - P_\pi) \quad (32)$$

$$\therefore T^c_{33} = \frac{2\omega_0}{\eta - m_\pi^2 + i\epsilon} \langle P_2 | j_{p_1}(0) | \pi^0 \rangle \langle \pi^0 | \bar{j}_N(0) | \Lambda \rangle \quad (33)$$

$$S_3 = -i(2\pi)^4 \delta(\Lambda + P_1 - N - P_2) G \bar{u}_{p_1} i \gamma_5 u_{p_1} \langle N | j_{\pi^0}(0) | \Lambda \rangle \quad (34)$$

其中 $\langle N | j_{\pi^0}(0) | \Lambda \rangle$ 的形式因子[4] $a' = a'(m_\pi^2)$ $b' = b'(m_\pi^2)$

所以最后得到矩阵的近似元

$$\begin{aligned} \langle P_2 N | S | P_1 \Lambda \rangle = & -i(2\pi)^4 \delta(P_2 + N - P_1 - \Lambda) \left\{ \bar{u}_N \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_{p_1} \langle P_2 | J_\mu(0) | \Lambda \rangle \right. \\ & + \frac{1}{\xi - m_\pi^2 + i\epsilon} \sqrt{2} G \bar{u}_N i \gamma_5 u_{p_1} \langle P_2 | j^+_{\pi^0}(0) | \Lambda \rangle \\ & \left. + \frac{1}{\eta - m_\pi^2 + i\epsilon} G \bar{u}_{p_1} i \gamma_5 u_{p_1} \langle N | j_{\pi^0}(0) | \Lambda \rangle \right\} \quad (35) \end{aligned}$$

§ 5 討 論

在沒有考慮 κ 介子强作用情形, (35) 中第一項僅僅只是弱作用的一級微扰近似, 这是由于 $\langle P_2 | J(0) | \Lambda \rangle$ 中 Λ 和 P_2 的强作用只有通过 κ 介子来实现, 現在既然不考慮 κ 介子的强作用, 故 Λ 和 P_2 只存在着直接的弱作用, 故 (6) 中的 f 便是普适費米型弱作用的作用常数, 后面二項是强作用的影响。

参 考 文 献

- [1] Ohobo, Marshak. Suclarshan Phys Rev 113 (1959) 944
- [2] Ahihiko Frjii; Masaaki kawaguchi Phys Rev 113 (1959) 1156
- [3] Goldberger 等 Phys Rev 110 (1958) 1179; Phys Rev 111 (1958) 355
- [4] 罗蓓玲 郭碩鴻同刊发表

The Weak Interactions of Heavy Particles

Kow she-Hung Lo Pai-Ling

ABSTRACT

The role of strong interactions in The weak process

$\Lambda + p \rightarrow N + p$ is treated by the method of dispersion relations. The strong interactions involving K mesons are neglected.