

# 电流间断可控硅随动系统

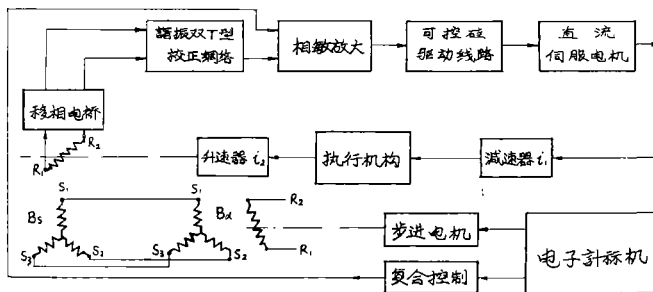
数学力学系下文冲船厂小组

在国防和工业生产的自动控制系统中，为了使执行机构按控制讯号工作，往往引入随动系统。近十年来，可控硅元件的出现，为随动系统的功率放大提供了一种经济而有效的部件，但是由于可控硅是一非线性元件，它作为随动系统的一个环节，其传输函数一般较为复杂，这给系统的分析和设计带来了不少困难。我们小组结合文冲船厂的Z-W数控自动气割机的研制工作，对电流间断可控硅随动系统进行了一些探讨。本文拟从理论上分析和讨论Z-W数控气割机的随动系统。先介绍系统的工作原理，在电机负载下电流间断的可控硅的输出特性，特别考虑在某种条件下如何将可控硅传输函数线性化，然后讨论系统的建立，从而分析系统的特性，并研究双T型校正回路和复合控制原理在本系统的应用。

我们在探讨上述随动系统的理论问题中，得到文冲船厂领导、工人师傅和技术员同志的大力支持和协助，特此致谢。

## § 1 随动系统的工作原理

Z-W数控气割机有x、y两个方向的随动系统。y方向随动系统的方框图如图一。



图一 随动系统方框图

其中两个自井角机接成变压器状态工作，作为误差显示装置。步进电机输出轴同

自非角机发送机  $B_d$  的轉子相联。当计算机发出进給脉冲时，步进电机产生角位移， $B_d$  的轉子也随之轉动，这时两个自非角机的轉子相对于三相繞組的夹角差不为零，于是自非角机接收机  $B_s$  的励磁繞組就輸出誤差电压  $\tilde{u}_e$ ，它經移相电桥和校正迴路后，加到相敏放大器的輸入端，經相敏放大后，取出近似正比于誤差角的有效訊号（調制信号），作为可控硅控制角的控制訊号，經移相触发电路，产生触发脉冲，触发可控硅，可控硅輸出端則产生直流电压，驅动直流伺服电机  $S569$  轉动，經過減速器  $i_1$  带动  $\eta$  方向执行机构的小車的主动輪轉动，小車的运动通过升速器  $i_2$  同时带动自非角机接收机  $B_s$  的轉子轉动，直至  $B_s$  跟上  $B_d$  的轉角后，系統重新处于平衡。移相电桥主要是补偿激磁电流經過变压器、自非角机等电感性元件后所产生的相位移，以保証相敏放大器的正常工作。双  $T$  型校正迴路是为了增加系統的穩定儲备度，并改善系統的动态品质。复合控制（高速补偿）环节是为了减少系統的穩态誤差，同时补偿在高速範圍內系統总放大系数的非綫性衰减。

假設系統的輸入角为  $\theta$ ，系統的輸出角为  $\varphi$ ， $\theta$  是自非角机  $B_d$  激磁繞組軸綫和轉子繞組軸綫間的夹角，而  $\varphi$  是自非角机  $B_s$  激磁繞組軸綫和轉子繞組軸綫間的夹角，命  $\psi$  为系統的誤差角，即

$$\psi = \theta - \varphi \tag{1.1}$$

設在  $B_d$  的激磁繞組上加上交流电压

$$\tilde{u}_{in} = ES \sin \omega t \tag{1.2}$$

則在  $B_s$  的激磁繞組上有輸出

$$\tilde{u}_{out} = kES \sin \psi \sin \omega t \tag{1.3}$$

控制可控硅移相角的訊号是反映誤差角的代数值  $\psi$  的大小的調制訊号，即

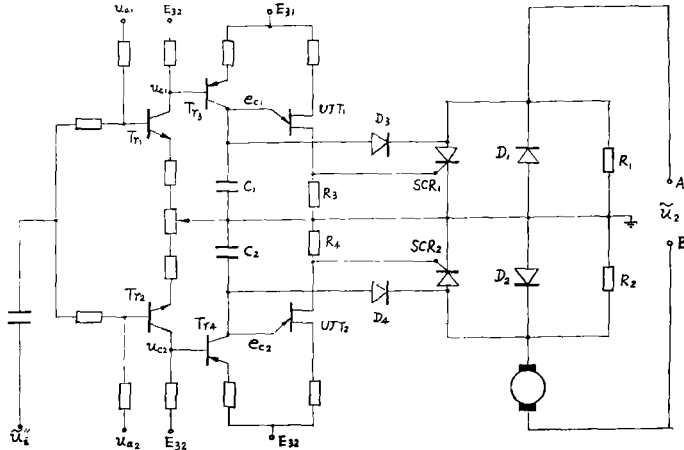
$$\tilde{u}_i = kES \sin \psi \tag{1.4}$$

因此必須对自非角机接收机  $B_s$  的輸出信号进行解調，此即相敏放大器的任务。相敏放大器一般都采用变压器耦合，需要輸入变压器和电源变压器等，由于采用变压器較多，电路不易設計和調整，且造价较高，利用可控硅只有在阳极对阴极为正偏压和在控制极加有触发脉冲后才有可能触发导通的特性，我們把相敏放大器的变压器全部省去。相敏放大和可控硅驅动綫路见图二。

可控硅  $SCR_1$  与  $SCR_2$  同直流伺服电机接成半波可逆非流电路，并上功率二极管  $D_1$  和  $D_2$  使  $SCR_1$  与  $SCR_2$  可以有公共阴极，以便簡化控制电路。 $SCR_1$  和  $SCR_2$  的触发分別由双基极二极管  $UJT_1$  和  $UJT_2$  輸出的正脉冲实现。其工作原理可參見文〔1〕。

当輸入控制信号  $\tilde{u}_i'' = 0$  时，可控硅  $SCR_1$ 、 $SCR_2$  均不导通，在电机电枢上輸出电压近乎 0，电机不动。当輸入与电源同相时，可控硅  $SCR_1$  导通，在电机电枢上輸出

一正电压，使电机正轉。如果輸入与电源异相，則可控硅 $SCR_2$ 导通，在电机电枢上輸出一負电压，电机反轉。由此可見，可控硅輸出电压的大小与极性由式(1.4)



图二 可控硅相敏放大

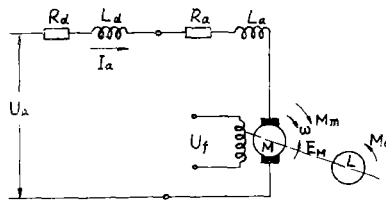
所决定，即綫路实现了相敏放大。

系統其它环节的具体綫路見总綫路原理图(图三)。

§ 2 电流间断可控硅的输出特性

1. 直流伺服电机的等效电路与特征:

图四是直流电机的綫路图。 $U_a$ 是加在电枢迴路的控制电压， $R_a$ 是电源內阻， $L_a$ 是



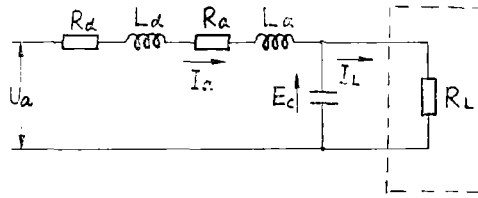
图四 直流电机綫路图

电源的电感， $R_a$ ， $L_a$ 分别是电枢迴路的电阻与电感。 $I_a$ 是电枢电流， $M_m$ 是电枢电流所产生的力矩，它产生轉速 $\omega$ ， $E_M$ 是电机的感应反电动势。 $M_o$ 是折合到电机軸上的負載力矩， $U_f$ 是激磁电压，在下面的討論中，我們都假定 $U_f = const$ 。則由电工学可知：

$$E_M = C_e \omega, \quad M_m = C_M I, \quad C_M = \frac{C_e}{9.81} \tag{2.1}$$

式中  $E_M = \text{伏}$ ,  $\omega = \text{弧度/秒}$ ,  $C_e = \text{秒} - \text{伏}$ ,  $M_m = \text{米} - \text{牛頓}$ ,  $C_M = \text{米} - \text{牛頓/安}$ 。

下面我們討論电机運轉的过渡特性。图五是其等效綫路(見文〔2〕)。



图五 他激直流电机等效綫路

图中  $C$  为直流电机的等值电容:

$$C = \frac{J}{C_e C_M} \tag{2.2}$$

电容器  $C$  端电压  $E_c$  可用来表示电机感应电势和角速度  $\omega$ , 若負載轉矩  $M_c$  与角速度  $\omega$  成比例关系时, 負載可用定值电阻  $R_L$  来等效。且与电容器  $C$  并联。負載轉矩与  $\omega$  不成比例时, 負載  $R_L$  可按随  $E_c$  而变化的电阻来考虑。若負載轉矩的变化可以忽略时, 則动特性等效綫路可把图五的  $R_L$  去掉也不影响, 这是因为我們在考虑动特性时, 仅考虑增量間的关系, 这时, 就成了电阻  $R$ 、电感  $L$  和电容  $C$  串联綫路, 此时易見对于輸入控制电压  $U_a$  所对应的感应反电动势的总傳輸函数为

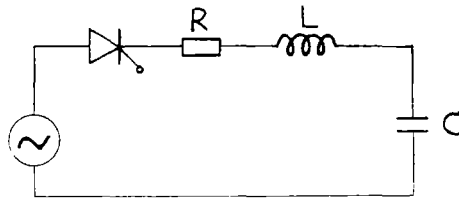
$$\frac{E_M}{U_a} = \frac{E_c}{U_a} = \frac{1}{p^2 LC + RCp + 1} \tag{2.3}$$

$$\frac{\omega}{U_a} = \frac{1}{C_e} \frac{E_M}{U_a} = \frac{1}{C_e} \frac{1}{LCp^2 + RCp + 1} \tag{2.4}$$

式中  $R = R_a + R_d$ ,  $L = L_a + L_d$ ,  $p = \frac{d}{dt}$ 。

2. 在电机負載下电流間断的可控硅特性:

在我們的随动系統中, 控制直流伺服电机的可控硅是工作在半波井流, 而且电枢迴路的电感很小, 因此直流电压脉动率很大, 直流电流出現間断, 导致直流輸出电压的升高〔2〕。应用直流伺服电机的等效电路图五, 我們可以从图六来研究可控硅的輸出特性, 因为負載力矩变化很小, 故可忽略  $R_L$ 。

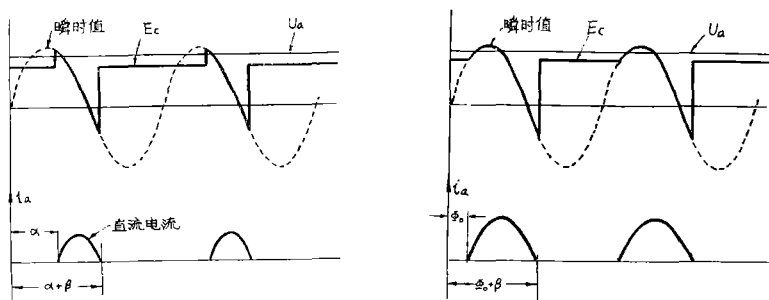


图六 电机負載可控硅半波整流电路

設輸入电压为

$$u(t) = E_{M_{ax}} \sin(\omega t + \lambda_0)$$

$\alpha$  为可控硅的控制角,  $\beta$  为可控硅的导通角,  $U_a$  为可控硅输出的直流平均电压,  $I_a$  为直流平均电流,  $U_a(t)$  为电机电枢的瞬时电压, 则当直流电流出现间断时,  $U_a(t)$  与  $i_a(t)$  的波形如图七, 在可控硅导通期间,  $U_a(t)$  基本上输入电压  $u(t)$  相同, 在直流



图七 电流断续时平均电压的升高

电流为零时的电角度  $\alpha + \beta$  之后可控硅关断,  $u_a(t)$  就阶跃到电容器  $C$  端电压  $E_c$  (它等于电枢感应电势, 这是因为电机转子存在转动惯量, 电流虽然关断, 如果忽略负载力矩, 显见它仍以原来转速转动), 从图七出发, 我们分两种情况来导出输出  $U_a$ 。

(a) 当  $E_{Max} \sin \alpha \geq E_c$  时,

$$\begin{aligned} U_a &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U_a(t) dt = \frac{1}{2\pi} \left( \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} E_{Max} \sin \omega t d(\omega t) + (2\pi - \beta) E_c \right) \\ &= \frac{1}{2\pi} \{ E_{Max} [\cos \alpha - \cos(\alpha + \beta)] + (2\pi - \beta)(U_a - RI_a) \} \end{aligned}$$

这里  $R = R_a + R_d$ , 由上式可解出

$$U_a = \frac{E_{Max} [\cos \alpha - \cos(\alpha + \beta)]}{\beta} - RI_a \frac{2\pi - \beta}{\beta} \quad (2.5)$$

(b) 当  $E_{Max} \sin \alpha < E_c$  时, 令  $\phi_0 = \sin^{-1} \frac{E_c}{E_{Max}}$  则

$$U_a = \frac{1}{2\pi} \{ E_{Max} [\cos \phi_0 - \cos(\phi_0 + \beta)] + (2\pi - \beta) E_c \}$$

故得

$$U_a = \frac{E_{Max} [\cos \phi_0 - \cos(\phi_0 + \beta)]}{\beta} - RI_a \frac{2\pi - \beta}{\beta} \quad (2.6)$$

式(2.5)、(2.6)与实验结果基本相符合。在我们的系统中,  $u(t) = 221 \sin \omega t$ ,

$\omega = 2\pi \cdot 50/\text{秒}$ ,  $R = 7\Omega$ , 表一是按式(2.5)计算的结果同实测结果的比较:

表一

$\alpha$	$0.71\pi$	$0.67\pi$	$0.65\pi$	$0.62\pi$	$0.615\pi$	$0.54\pi$	$0.52\pi$	$0.5\pi$	$0.49\pi$
$\beta$	$0.40\pi$	$0.41\pi$	$0.42\pi$	$0.43\pi$	$0.435\pi$	$0.45\pi$	$0.46\pi$	$0.485\pi$	$0.49\pi$
$U_a(\text{伏})$ (计算值)	56	76	87	95	101	128	134	141	145
$U_a(\text{伏})$ (实测值)	47	63	71	85	91	118	126	136	139

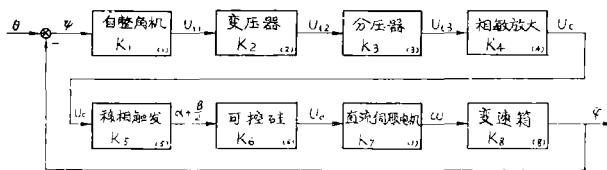
对比直流电流连续时半波并流可控硅的输出电压

$$U_a = \frac{1}{2\pi} E_M(1 + \text{Cos}\alpha) \tag{2.7}$$

可知直流电流间断时可控硅的输出特性与直流电流连续时有原则的区别, 其输出电压不但依赖于控制角 $\alpha$ , 还依赖于导通角 $\beta$ 。在式(2.5)或(2.6)这种复杂关系下, 如何确定可控硅的传输函数, 以便对整个随动系统的稳态动态特性进行有效的分析, 是我们必须解决的任务。在尚未找到国内外有关的实用方法的情况下, 我们通过对该系统的实测和分析得到电流间断时可控硅的传输函数, 并由此分析了整个随动系统的特性, 从而对系统进行了校正。为进一步改善系统品质, 我们还引进了复合控制环节。

### § 3 系统的传输函数

从总线路图图三出发, 可导出系统未加校正环节和未引入复合控制时的方框图八。



图八 系统(未加校正与复合控制)的框图

图中,  $\theta$  和  $\varphi$  分别是系统的输入角和输出角,  $\psi$  是落后角, 即误差信号,  $U_{i1}$ 、 $U_{i2}$ 、 $U_{i3}$ 、 $U_o$  等分别是自整角机、变压器、分压器、相敏放大等的输出电压的峰值,  $\alpha$  是可控硅的控制角,  $\beta$  是可控硅的导通角,  $U_a$  是可控硅的输出平均电压,  $\omega$  是直流伺服电机的输出转速,  $K_j(j=1,2,\dots,8)$  是每个环节的传输函数, 一般是算子  $p = \frac{d}{dt}$  的

函数。本节的主要目的是导出各个  $K_j(p)$ 。为了便于分析和计算，在许可误差的条件下，我们作了某些简化，主要是将各个环节线性化。例如自整角机这一环节，本来正弦输出电压的峰值  $U_{i1}$  为输入落后角  $\psi$  的正弦函数，考虑到  $\psi$  的实际值在  $9^\circ \sim 33^\circ$  之间，我们按实测数据作了线性化处理，取其增量比的平均值作为传输函数。对于 (2) 至 (6) 等环节，均同样地将  $K_j(p)$  简化为比例环节。各个环节所测量得的数据如表二，

表 二

$\psi$	$9^\circ$	$12^\circ$	$15^\circ$	$18^\circ$	$21^\circ$	$24^\circ$	$27^\circ$	$30^\circ$	$33^\circ$
$\frac{1}{\sqrt{2}} U_{i1}$	6.6	8.8	10.8	12.4	14.8	16.8	18.2	20.2	22
速度档	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
$\frac{1}{\sqrt{2}} U_{i1}$	12.3	13	14	15.8	17.1	18.9	20.9	22.2	
$U_{i2}$	10	10.75	12	13	14.75	16	19	21.5	
$U_{i3}$	0.23	0.26	0.29	0.32	0.35	0.38	0.46	0.50	
$U_e$	1.52	1.60	1.75	1.90	2.05	2.27	2.57	2.72	
$\frac{1}{\pi}(\alpha - \frac{\pi}{2})$	0.285	0.265	0.245	0.225	0.205	0.170	0.130	0.110	
$\frac{1}{\pi}\beta$	0.38	0.39	0.40	0.41	0.42	0.44	0.455	0.465	

其具体处理如下：

1. 自整角机  $K_1(p)$

我们采用  $B_5-501A$  型的自整角机，当其励磁绕组加上  $88V$  时测得其输出特性如下：

$$K_1(P) = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 \left( \frac{\Delta U_{i1}}{\Delta \psi} \right)_j$$

因  $\Delta \psi = 3^\circ = \frac{\pi}{60} = const$ ，故

$$k_1 = \frac{1}{8} \frac{60}{\pi} \sqrt{2} \sum \frac{\Delta U_{i1}}{\sqrt{2}} = 51.8 \tag{3.1}$$

于是自整角机的传输函数近似为

$$K_1(p) = \frac{\Delta U_{i1}}{\Delta \psi} = 51.8 \left[ \frac{\text{伏} \sim}{\text{弧度}} \right] \tag{3.2}$$

这里  $\Delta U_{i1} = U_{i1} - U_{i0}$ ，  $\Delta \psi = \psi - \psi_0$

2. 变压器  $K_2(p)$ 

按变压器初級与次級的匝数比变压器的傳輸系数为 1，考虑及移相电橋負荷和非綫性因素的影响，我們仍从实测数据来定其傳輸函数。由表二得

$$k_2 = \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \left( \frac{\Delta U_{i2}}{\Delta U_{i1}} \right)_j$$

$$= \frac{1}{7\sqrt{2}} (1.075 + 1.25 + 0.555 + 1.345 + 0.695 + 1.5 + 1.925) \approx 0.844 \quad (3.3)$$

于是得变压器的傳輸函数为

$$K_2(p) = \frac{\Delta U_{i2}}{\Delta U_{i1}} = 0.844 \quad (3.4)$$

$$\Delta U_{i2} = U_{i2} - U_{i20}, \quad \Delta U_{i1} = U_{i1} - U_{i10}$$

3. 分压器  $K_3(p)$ 

分压器这一环节所对应的  $K_3(p)$  是指自电位器輸入至三极管 3 DG 0 54 的基极之間的傳輸函数。由表二得

$$k_3 = \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{(\Delta U_{i3})_j}{(\Delta U_{i2})_j} = \frac{1}{7} (0.178) = 0.0254 \quad (3.5)$$

因此分压器环节的傳輸函数为

$$k_3(p) = \frac{\Delta U_{i3}}{\Delta U_{i2}} = 0.0254 \quad (3.6)$$

这里  $\Delta U_{i3} = U_{i3} - U_{i30}, \quad \Delta U_{i2} = U_{i2} - U_{i20}$

4. 相敏放大  $K_4(p)$ 

相敏放大級的  $K_4(p)$  仅指由 3 DG054，所构成的放大器的放大倍数，即集电极电压与基极輸入电压之比，从表二可得

$$k_4 = \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{(\Delta U_c)_j}{(\Delta U_{i3})_j} = \frac{1}{7} \times 32.50 = 4.64 \quad (3.7)$$

因此

$$K_4(p) = \frac{\Delta U_c}{\Delta U_{i3}} = 4.64 \quad (3.8)$$

这里  $\Delta U_c = U_c - U_{c0}, \quad \Delta U_{i3} = U_{i3} - U_{i30}$

5. 移相触发  $K_5(p)$ 

同 3 DG054 放大級的輸出集电极峰值电压  $U_c$  相对应，可控硅触发的控制角  $\alpha$  与

導通角 $\beta$ 的數據如表二，由此可得

$$k_{s1} = \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{(\Delta\alpha)_j}{(\Delta U_c)_j} = -0.482 \quad (3.9)$$

$$k_{s2} = \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 \frac{(\Delta\beta)_j}{(\Delta U_c)_j} = 0.239 \quad (3.9)'$$

為了可控矽環節的傳輸函數綫性化，需要把 $(\alpha + \frac{\beta}{2})$ 當作可控矽的輸入量(見下面所述)，因此我們取 $(\alpha + \frac{\beta}{2})$ 作為移相觸發的輸出量，這樣，環節的傳輸函數為

$$K_s(p) = \frac{\Delta(\alpha + \frac{\beta}{2})}{\Delta U_c} = k_{s1} + \frac{1}{2}k_{s2} = -0.362 \quad (3.10)$$

這裡  $\Delta U_c = U_c - U_{c0}$     $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0$     $\Delta\beta = \beta - \beta_0$

#### 6. 可控矽 $K_6(p)$

在§ 2中已介紹了可控矽在直流電機負荷下，當直流電流間斷時它的輸出平均電壓 $U_a$ 為

$$U_a = \frac{E_{max}[\cos\alpha - \cos(\alpha + \beta)]}{\beta} - RI_a \frac{2\pi - \beta}{\beta} \quad (3.11)$$

从上式，可見 $U_a$ 是 $\alpha$ 、 $\beta$ 的非綫性函數，這對研究系統特性會帶來不少困難，我們下面將根據 $\alpha$ 、 $\beta$ 參數實際變化範圍，對式(3.11)進行簡化，把非綫性元件可控矽“綫性化”，從而可以援引綫性系統的理論來研究系統的特性。

通過測量，知道 $R = 7\Omega$ ， $I_a = 0.3A$ ，因此在式(3.11)中第二項較第一項小得多。從表二中可知 $\beta$ 在 $0.38\pi$ 與 $0.465\pi$ 之間變化，故可視為常數，將 $\beta$ 的中值 $\bar{\beta} = 0.42\pi$ 代入得

$$RI_a \frac{2\pi - \beta}{\beta} = 7 \times 0.3 \frac{2\pi - 0.42\pi}{0.42\pi} = 7.9 \text{ [伏]}$$

於是(3.11)式可寫為

$$U_a = \frac{E_{max} \cdot 2 \sin \frac{\beta}{2} \sin(\alpha + \frac{\beta}{2})}{\beta} - 7.9 \quad (3.12)$$

考慮到在 $\beta$ 的變化範圍內， $\frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\beta}$  變化甚小，故可取中值，即得

$$m = \frac{2S \sin \frac{\beta}{2}}{\beta} = \frac{2S \sin \frac{0.42}{2} \pi}{0.42\pi} = 0.934 \tag{3.13}$$

另一方面，在实际运行中， $U_a \leq 100V$ ，而电源电压峰值  $E_{max} = 221V$ ，故由式(3.12)可得

$$\sin(\alpha + \frac{\beta}{2}) \leq 0.524$$

即  $\sin(\alpha + \frac{\beta}{2})$  可以綫性化，因为  $\alpha + \frac{\beta}{2}$  在第二象限，故(4.12)式可化为

$$U_a \approx E_{max} \cdot m \left[ \pi - (\alpha + \frac{\beta}{2}) \right] - 7.9 \tag{3.12}'$$

因之有

$$\begin{aligned} \Delta U_a &= -E_{max} \cdot m \Delta(\alpha + \frac{\beta}{2}) = k_e \Delta(\alpha + \frac{\beta}{2}) \\ k_e &= -E_{max} \cdot m = -221 \times 0.936 = -207 \end{aligned} \tag{3.14}$$

由此可见，应取  $(\alpha + \frac{\beta}{2})$  作为輸入，此时可控硅环节的傳輸函数为

$$K_e(p) = \frac{\Delta U_a}{\Delta(\alpha + \frac{\beta}{2})} = -207 \tag{3.15}$$

按上述方法处理，便把可控硅的傳輸函数綫性化了。

### 7. 直流伺服电机 $K_7(p)$

由上节(2.1)式知道，当电机忽略負再力矩时，直流伺服电机的傳輸函数为

$$K_7(p) = \frac{\Delta \omega}{\Delta U_a} = \frac{\frac{1}{Ce}}{p^2 LC + pRC + 1} \tag{3.16}$$

下面我們来确定式(4.16)的各个系数，我們是采用S569直流伺服电机，由銘牌参数可知，

額定电压	$U = 110V$	額定电流	$I = 1.96A$
額定轉速	$n = 3600$ 轉/分	电枢电阻	$R_{ao} = 3.6\Omega$
电枢电感	$L_a = 30mH$	电枢轉动慣量	$J_{电} = 2.7g - cm - Sec^2$

由图四及(2.1)式，知电机处于穩态运行时有

$$I_a = \frac{U_a - E_M}{R} = \frac{U_a - C_e \omega}{R}$$

即

$$C_e = \frac{U_a - RI_a}{\omega} \quad (3.17)$$

用電機銘牌參數的額定值代入，並考慮到電機在運轉時的溫升，可取

$$R = R_{a0}(1 + 20\%) = 4.32\Omega$$

則得

$$C_e = \frac{110 - 1.96 \times 4.32}{120\pi} = 0.27 \text{ [秒-伏]} \quad (3.18)$$

由(3.18)所確定的  $C_e$  值與實測結果十分接近。

此時，由(2.11)式有

$$C_M = \frac{0.27}{9.81} = 0.0275 \text{ [公斤-米/安]} \quad (3.19)$$

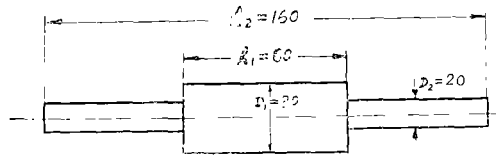
由前述，如果忽略  $L_d$ ，則得

$$L = L_a = 30mH, \quad R = 7\Omega \quad (3.20)$$

為了確定電機等效電容  $C$ ，下面計算轉動慣量  $J$ 。先求機械部分的轉動慣量  $J_{机}$ 。它由聯接軸的轉動慣量  $J_1$  和負載小車折算到主軸的轉動慣量  $J_2$  兩部分組成：

$$J_{机} = J_1 + J_2 = \frac{1}{8g} (G_1 D_1^2 + G_2 D_2^2) + \frac{1}{Z^2} \frac{MR^2}{g} \quad (3.21)$$

其中  $G_1$ 、 $G_2$ 、 $D_1$ 、 $D_2$  分別為聯接軸兩部分的重量和直徑，其尺寸如圖九所示，



圖九 電機S569輸出軸聯接軸

$\rho = 67.4 \times 10^{-4} g/mm^3$  為其材料的密度。小車重量  $M = 800$  公斤，主動輪半徑  $R = 8.6cm$ ，電機主軸到小車主動輪的減速比  $Z = 2352$ ，則得

$$J_{机} = 0.435 + 0.011 = 0.446 [g - cm - sec^2] \quad (3.22)$$

由此可得總轉動慣量

$$J = J_{机} + J_{电} = 0.446 + 2.7 = 3.15 [g - cm - sec^2] \quad (3.23)$$

將(3.18)、(3.19)、(3.23)代入(2.2)得

$$C = \frac{J}{c_e c_m} = 0.004245 \text{ [法拉]} \quad (3.24)$$

由(3.24)可得

$$RC = 0.0297 \text{ [秒]} \quad (3.25)$$

$$LC = 1.275 \times 10^{-4} \text{ [秒}^2\text{]} \quad (3.26)$$

代入(3.16), 最后可得直流伺服电机的傳輸函数为

$$K_7(p) = \frac{k_7}{1.275 \times 10^{-4} p^2 + 0.0297 p + 1} \quad (3.27)$$

$$k_7 = \frac{1}{0.27}$$

#### 8. 变速箱 $K_8(p)$

变速箱除减速外还把电机轉速(即角速度 $\omega$ )轉变为角位移 $\varphi$ , 它为一积分环节, 因此其傳輸函数为

$$K_8(p) = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\omega} = \frac{k_8}{p} \quad (3.28)$$

在我們的系統中, 直流电机到自整角机和接收机的减速比已选为26, 即

$$k_8 = \frac{1}{26} \quad (3.29)$$

通过1~8上述各点的討論, 我們已确定了系統各个环节的傳輸函数, 由式(3.2)、(3.4)、(3.6)、(3.8)、(3.10)、(3.15)、(3.27)、(3.28)我們可知系統的开环傳輸函数 $W(p)$ 为

$$W(p) = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\psi} = \prod_{j=1}^8 K_j(p) = \frac{55.0}{p(1.275 \times 10^{-4} p^2 + 0.0297 p + 1)} \quad (3.30)$$

而系統的闭环傳輸函数为

$$Y(p) = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\theta} = \frac{W(p)}{1 + W(p)} = \frac{55.0}{1.275 \times 10^{-4} p^3 + 0.0297 p^2 + p + 55} \quad (3.31)$$

## § 4 系统的分析

### 1. 稳定性

从闭环的傳輸函数(3.31)可知系統所对应的特征方程为

$$1.275 \times 10^{-4} p^3 + 0.0297 p^2 + p + 55 = 0 \quad (4.1)$$

其各系数为正且 *Hurwitz* 行列式

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0.0297 & 55 \\ 1.275 \times 10^{-4} & 1 \end{vmatrix} = 0.0227 > 0$$

根据 *Routh-Hurwitz* 稳定判据<sup>[3]</sup>, 系统是稳定的。

我們研究使系统稳定的放大倍数  $k$  的极限值, 为此在方程(4.1)中用  $k$  代替55, 得

$$1.275 \times 10^{-4} p^3 + 0.0297 p^2 + p + k = 0 \quad (4.2)$$

此时由 *Hurwitz* 判据可得

$$k < \frac{0.0297}{1.275 \times 10^{-4}} \approx 233 \quad (4.3)$$

即当  $k \geq 233$  时, 系统不稳定。实验情况: 改变分压器环节的  $R_1$  与  $R_2$  之比, 则当  $k = 224$  时, 系统振荡, 这结果基本上与式(4.3)相符。

## 2. 稳态误差

由开环传输函数(3.30)

$$W(p) = \frac{55}{p(1.275 \times 10^{-4} p^2 + 0.0297 p + 1)}$$

可知系统是一个一阶无差随动系统, 其速度误差系数为

$$C_1 = \frac{1}{k} = \frac{1}{55} = 0.0182 \quad (4.4)$$

由此可得系统的稳态误差为

$$\Delta\psi = C_1 \cdot \dot{\Delta\theta} = 0.0182 \Delta\omega = 0.0182 \cdot \frac{2\pi}{60} \Delta n \quad [\text{弧度}] \quad (4.5)$$

即

$$\Delta\psi^\circ = 0.0182 \left( \frac{2\pi}{60} \right) \left( \frac{360^\circ}{2\pi} \right) \Delta n = 0.1092 \Delta n \quad [\text{角度}] \quad (4.6)$$

这里  $\Delta n = n - n_0$ ,  $n$  是步进电机的转速(每分钟的转数),  $n_0 = 83$ , 因此有稳态误差(落后角)

$$\psi = \psi_0 + \Delta\psi^\circ \quad (4.7)$$

这里  $\psi_0 = 25^\circ$  从式(4.6)、(4.7)计算得到的稳态误差与实测结果如表三:

表三

n(轉/分)	22	35	50	66	83	100	114	130
$\psi^\circ$	18.3°	19.7°	21.4°	23.1°	25°	26.9°	28.4°	30.1°
$\psi^\circ$ (实测结果)	17°	18.5°	20°	22.5°	25°	28°	31°	33.5°

从上表可見理論分析的結果与实验結果基本上是一致的。

### 3. 相角储备度

由(3.30)知道系統的幅頻特性和相頻特性分別为

$$L(\omega) = 20lg \frac{55}{\omega |1 + j \frac{\omega}{41.3}| \cdot |1 + j \frac{\omega}{192.5}|}$$

$$\approx \begin{cases} 20lg55 - 20lg\omega, & 1 \leq \omega < 41.3 \\ 20lg55 - 20lg\omega - 20lg \frac{\omega}{41.3}, & 41.3 \leq \omega < 192.5 \\ 20lg55 - 20lg\omega - 20lg \frac{\omega}{41.3} - 20lg \frac{\omega}{192.5}, & 192.5 \leq \omega \end{cases} \quad (4.8)$$

和

$$\varphi(\omega) = Arg \left( \frac{55}{j\omega \left(1 + j \frac{\omega}{41.3}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{192.5}\right)} \right)$$

$$= -90^\circ - arctg \frac{\omega}{41.3} - arctg \frac{\omega}{192.5} \quad (4.9)$$

令  $L(\omega) = 0$ ，它只在  $41.3 \leq \omega_c < 192.5$  内有解，由(4.8)第二式得

$$20 \left[ lg55 - lg\omega_c - lg \frac{\omega_c}{41.3} \right] = 0$$

由此可得系統的截止頻率  $\omega_c$  为

$$\omega_c = \sqrt{55 \times 41.3} \approx 48 \quad (4.10)$$

此时对应的相角为

$$\varphi(\omega_c) = -90^\circ - arctg \frac{48}{41.3} - arctg \frac{48}{192.5} \approx -153.5^\circ \quad (4.11)$$

因之相角储备度为

$$\nu = 180^\circ - 153.5^\circ = 26.5^\circ \quad (4.12)$$

### 4. 动态品质

下面我們研究系統的动态品质。先近似求出系統特征方程的根。由閉环傳輸函数(3.31)可知系統的特征方程为

$$4.275 \times 10^{-4} p^3 + 0.0297 p^2 + p + 55 = 0 \quad (4.13)$$

即

$$p^3 + 233 p^2 + 7843 p + 431365 = 0 \quad (4.13)'$$

我們用文[4]的附录A所介绍的三次代数方程的一种解法,求得特征方程的三个根为

$$\begin{cases} p_1 = -205 \\ p_{2,3} = -14 \pm j43.6 \end{cases} \quad (4.14)$$

由(4.14)可将闭环传输函数(3.31)改写为

$$Y(p) = \frac{431365}{(p+205)[(p+14)^2 + (43.6)^2]} \quad (4.15)$$

它对应于单位阶跃函数的输出为

$$\phi(p) = \frac{Y(p)}{p} = \frac{431365}{p(p+205)[(p+14)^2 + (43.6)^2]} \quad (4.16)$$

求其原函数, (可参考[4]的附录的B)便可知系统对于单位阶跃函数的响应为

$$\varphi(t) = 1 - 0.055e^{-205t} + 1.1e^{-14t} \text{Sin}(43.6t + 1.03) \quad (4.17)$$

从(4.17)出发,可求出系统的超调量 $\sigma$ , 调节时间 $T_p$ , 及振荡次数 $X$ 等动态指标。但是利用文[3]第五章§5.3的结果,可以较简单地算出来:比较特征方程的根的实部,由(4.14)有 $-\lambda = 205 > 6 \times 14 = 6\delta_0$ ,因此在计算 $\sigma$ ,  $T_p$ 、 $X$ 等数值时可忽略根 $p_1 = \lambda$ 的影响,命 $p_{2,3} = -\delta_0 \pm j\omega_0$ ,  $\frac{\omega_0}{\delta_0} = \text{tg}\theta$ , 此时有<sup>[3]</sup>

$$\sigma = e^{-\pi \text{tg}\theta} \cdot 100\% = e^{-\pi \frac{14}{43.6}} \approx 36\% \quad (4.18)$$

$$T_p \cong \frac{3}{\delta_0} = \frac{3}{14} \approx 0.24[\text{秒}] \quad (4.19)$$

$$X = \frac{1.5}{\pi} \text{tg}\theta = \frac{1.5}{\pi} \cdot \frac{43.6}{14} \approx 1.49[\text{次}] \quad (4.20)$$

## 5. 小 结

从上述,可知我们的系统是稳定的,而且最大稳态误差为 $\psi = 30.1^\circ$ ,因为步进电机的步距为 $3^\circ$ 。脉冲当量为 $0.05\text{mm}$ /每个脉冲,因此对应的綫位移最大稳态误差

$$\Delta = \frac{30.1^\circ}{3^\circ} \times 0.05\text{mm} < 0.55\text{mm}$$

这对于造船工业气刨工艺是容许的,但是从上述,系统的相角储备度仅为 $26.5^\circ$ ,略小了一些,而 $\sigma = 36\%$ 也偏大了一些,而调节时间 $T_p = 0.24[\text{秒}]$ ,这太大了,因为气刨机最高綫速度为 $780\text{mm}/\text{分}$ ,此时对应

$$n = 130\text{轉}/\text{分}$$

对应的周期  $T = \frac{60}{130} \approx 0.461$ 秒, 因此

$$T_p > \frac{T}{2}$$

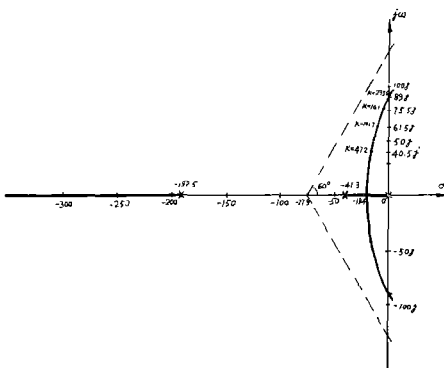
这是不容许的, 实际运行的情况也说明这点, 在高速档, 每当快速起动, 往往引起振荡, 就是在低速档, 起动特性也不好。下面我们引入双T型校正回路来解决这个问题。

### § 5 谐振双T型校正回路

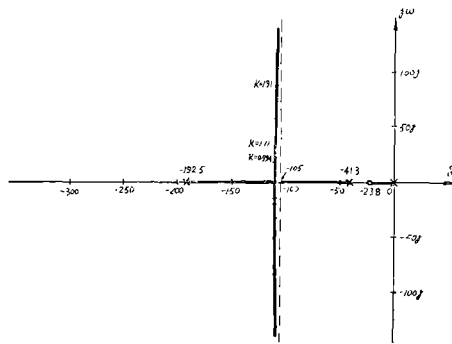
本节研究如何增加系统的相角储备度和改善其动态特性。为此先作出系统的根轨迹。从系统的开环传输函数(3.30)

$$W(p) = \frac{55}{p \left( 1 + \frac{p}{41.3} \right) \left( 1 + \frac{p}{192.5} \right)} \tag{5.1}$$

可作出根轨迹如图十(a) (作法可参考[3])。



(a)未加双T型校正回路的根迹图



(b)加了双T型校正回路的根迹图

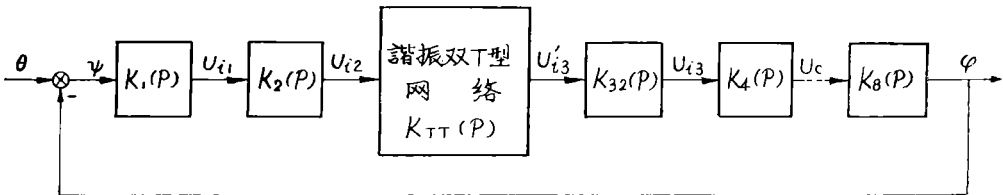
图十 根轨迹图

从图十(a)看出系统的根轨迹有三个分支, 其中一支为实轴  $(-\infty, -192.5)$  它对系统的动态特性影响甚微; 影响系统的相角储备度和动态特性的根, 主要是分布在 0 与  $-41.3$  之间所对应的两支。显然, 单从减少系统的开环放大倍数对改善系统的动态特性与增加相角储备度, 其效果不大, 而且会带来增加稳态误差的不良后果, 因此必须引入校正装置。我们知道, 根轨迹有这样性质, 即在实轴上它的右面仅有开环传输函数的奇数个极点和零点, 如果我们在  $(-41.3, 0)$  区间中增加开环传输函数一个零点 (其极点不变), 则根轨迹的分布将改变, 在点  $p = 0$  到这新增加的零点之间是一支, 而另二支将落在  $-41.3$  至  $-192.5$  之间, 如果适当选择零点值和开环

放大倍数，使对应的闭环系统的一个极点很靠近这零点，构成所谓双极<sup>〔3〕</sup>。因双极对系统的过渡过程影响极微，则系统的动态特性将由-41.3至-192.5之间的两个极点所决定，它将有显著的改善。我们采用比例微分环节进行串联校正的方法，来引进这个零点。先把原来系统分压器环节 $K_3(p)$ 分解为 $K_{31}(p)$ 与 $K_{32}(p)$ 两个环节， $K_{31}(p)$ 对应于电位器的分压比， $K_{32}(p)$ 对应于3DG054放大器输入回路的衰减（参见图三）由实测得：

$$\begin{cases} K_{31}(p) = k_{31} = 0.04 \\ K_{32}(p) = k_{32} = 0.636 \end{cases} \quad (5.2)$$

我们用谐振双T型网络代替 $K_{31}(p)$ 环节，则原来系统的方框图(图八)变为图十一，



图十一 加谐振双T型校正网络系统总框图

其中串联校正环节谐振双T型网络的具体线路如图十二，因为比例微分是要求作用在调制于50Hz的载波信号的控制信号上，因此我们采用带分压器的谐振双T型网络上，考虑到载波角频率

$$\omega_H = 2\pi f \approx 314 \frac{\text{[弧度]}}{\text{秒}}$$

我们取

$$R = 4.7K, \quad C = 0.68\mu f$$

则

$$2T_d = RC = 4.7K \times 0.68\mu f \approx 3.2 \times 10^{-3} \text{ [秒]} \approx \frac{1}{\omega_H}$$

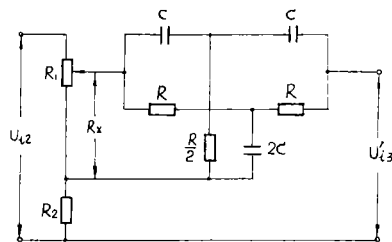
在这样参数下，电路对50Hz谐振，众所周知，图十二所对应的传输函数 $K_{TT}(p)$ 为

$$K_{TT}(p) = \frac{\Delta u_{i3}'}{\Delta u_{i2}} = k_3' \frac{1 + T_3 p}{1 + T_d p} \quad (5.3)$$

这里

$$k_3' = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad T_d = \frac{RC}{2}, \quad T_3 = \left(1 + \frac{R_x}{R_2}\right) T_d \quad (5.4)$$

一般有 $T_d \ll T_3$ ，故得



图十二 谐振双T型回路

$$K_{TT}(p) \approx k_3'(1 + T_3p) \tag{5.5}$$

現在考虑 $k_3'$ 与 $T_3$ 的选择, 由(5.5)知在系統加入比例微分串联校正后, 其开环傳輸函数所增加的零点为 $p = -\frac{1}{T_3}$ , 按照上面对根軌迹的分析, 要求

$$-41 < -\frac{1}{T_3} < 0, \quad \text{即} \quad \frac{1}{T_3} < 41 \tag{5.6}$$

由式(5.4)有

$$T_3 = \left(1 + \frac{R_x}{R_2}\right) T_d \leq \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) T_d \leq \frac{T_d}{k_3'} \tag{5.7}$$

綜合(5.6)(5.7)有

$$\frac{k_3'}{T_d} \leq \frac{1}{T_3} < 41 \tag{5.8}$$

因为 $T_d$ 已选定, 因此 $\frac{1}{T_3}$ 不能选得太小, 否則 $k_3'$ 太小会使整个系統的放大倍数减小太大。我們取 $R_1 = 5500\Omega$ ,  $R_2 = 95\Omega$ , 經過調試, 取 $R_x = 2400\Omega$ , 故得

$$T_d = \frac{RC}{2} = 1.6 \times 10^{-3} [\text{秒}]$$

$$T_3 = \left(1 + \frac{R_x}{R_2}\right) T_d = \left(1 + \frac{2400}{95}\right) \times 1.6 \times 10^{-3} = 0.042 [\text{秒}] \tag{5.9}$$

$$K_3' = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{95}{5500 + 95} = 0.017 \tag{5.10}$$

令

$$K_3^*(p) = k_3^*(1 + T_3p)$$

这里  $k_3^* = \frac{k_3'}{k_{31}} = \frac{0.017}{0.04} = 0.425$

即  $K_3^*(p) = 0.425(1 + 0.042p) \tag{5.11}$

則引入諧振双 $T$ 型校正回路之后, 系統的开环傳輸函数为

$$W^*(p) = K_1(p)K_2(p)K_{TT}(p)K_{32}(p) \prod_{j=4}^8 K_j(p)$$

$$= K_1(p)K_2(p)K_{31}(p)K_{32}(p) \prod_{j=4}^8 K_j(p) \cdot \frac{K_{TT}(p)}{K_{31}}$$

$$= \prod_{j=1}^8 K_j(p) \cdot K_3^*(p) = W(p)K_3^*(p) \tag{5.12}'$$

即得

$$\begin{aligned}
 W^*(p) &= \frac{k^*(1+T_3p)}{p(LCp^2+RCp+1)} \\
 &= \frac{23.4(1+0.042p)}{p(1.275 \times 10^{-4}p^2+0.0297p+1)} \quad (5.12)
 \end{aligned}$$

此時系統對應的閉環傳函數為

$$\begin{aligned}
 Y^*(p) &= \frac{W^*(p)}{1+W^*(p)} \\
 &= \frac{23.4(1+0.042p)}{1.275 \times 10^{-4}p^3+0.0297p^2+1.983p+23.4} \quad (5.13)
 \end{aligned}$$

我們研究此時系統的根軌迹，先把(5.12)改寫為

$$W^*(p) = \frac{23.4 \left( 1 + \frac{1}{23.8}p \right)}{p \left( 1 + \frac{1}{41.3}p \right) \left( 1 + \frac{1}{192.5}p \right)} \quad (5.14)$$

由式(5.14)可知，當加上串聯校正後，系統的根軌迹仍為三支，一支在實軸上，即綫段 $[-23.8, 0]$ ，另二分支分別以 $p = -41.3$ 及 $p = -192.5$ 為起點，在 $-109$ 和 $-110$ 之間離開實軸，以 $\delta = -105$ 為漸近綫趨於 $\infty$ 〔見圖十(b)〕。由此可見，如果適當選擇系統的開環放大倍數 $k_3^*$ ，使得閉環傳函數(5.13)在 $[-23.8, 0]$ 中的極點接近 $-23.8$ ，同 $-23.8$ 構成雙極，而(5.13)的另二個極點互為共軛，則系統的品質可得滿意的結果，因為此時根的實部小於 $-105$ 。通過調試，我們取 $k_3^* = 23.4$ 。下面具體分析系統的品質。

### 1. 穩定性

由閉環傳函數(5.13)可知，當加了諧振雙 $T$ 型串聯校正回路後，系統所對應的特徵方程為

$$1.275 \times 10^{-4}p^3 + 0.0297p^2 + 1.983p + 23.4 = 0 \quad (5.15)$$

其對應的Hurwitz行列式

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0.0297 & 23.4 \\ 1.275 \times 10^{-4} & 1.983 \end{vmatrix} > 0$$

因此系統是穩定的。

### 2. 穩態誤差

由開環傳函數(5.12)

$$W^*(p) = \frac{k^*(1+T_3p)}{p(LCp^2+RCp+1)}$$

知道經串聯校正後，系統仍為一個一階無差系統，其速度誤差係數

$$C_1^* = \frac{1}{k^*} = \frac{1}{23.4} \tag{5.16}$$

故得系統的穩态誤差为

$$\Delta\psi^\circ = C_1^* \Delta\dot{\theta} = C_1^* \frac{2\pi}{60} \frac{360^\circ}{2\pi} \Delta n = 0.256\Delta n \tag{5.17}$$

穩态落后角

$$\psi = \psi_0 + \Delta\psi^\circ, \quad \psi_0 = 45^\circ \tag{5.18}$$

由(5.18)可以計算穩态誤差，它与实測結果的比較如表四：

表四

n(轉/分)	22	35	50	66	83	100	114	130
$\psi^\circ$	32.4°	35.7°	39.5°	43.6°	48°	52.4°	55.9°	60°
$\psi^\circ$ (实測)	39°	40.5°	43°	45°	48°	52.5°	65°	69°

显然，理論結果和实測結果基本上是一致的。

### 3. 相角储备度

由开环傳輸函数(5.14)可得校正后系統的幅頻特性为

$$L^*(\omega) = 20\lg \left| \frac{23.4 \left( 1 + \frac{j\omega}{23.8} \right)}{j\omega \left( 1 + \frac{j\omega}{41.3} \right) \left( 1 + \frac{j\omega}{192.5} \right)} \right| \tag{5.19}$$

此时系統截止頻率  $\omega_c = 23.4$

同样，由(5.14)可得相頻特性为

$$\psi^*(\omega) = -90^\circ + \text{arctg} \frac{\omega}{23.8} - \text{arctg} \frac{\omega}{41.3} - \text{arctg} \frac{\omega}{192.5} \tag{5.20}$$

故得  $\psi^*(\omega_c) = -81.9^\circ$ 。因此，經過串联校正后，系統的相角儲备度

$$\nu^* = 180^\circ - 81.9^\circ = 98.1^\circ \tag{5.21}$$

### 4. 动态品质

先由文[4]的方法求出特征方程的根。把方程(5.15)化为

$$p^3 + 233p^2 + 1553p + 183526 = 0 \tag{5.22}$$

它的三个根近似为

$$\begin{cases} p_1 \approx -15.5 \\ p_{2,3} \approx -108.8 \pm j18.95 \end{cases} \tag{5.23}$$

将(5.23)代入(5.13)得

$$Y^*(p) = \frac{7708(p+23.8)}{(p+15.5)[(p+108.8)^2 + (18.95)^2]} \quad (5.24)$$

当在输入加上单位阶跃函数时, 其输出的像函数为

$$\Phi^*(p) = \frac{Y^*(p)}{p} = \frac{7708(p+23.8)}{p(p+15.5)[(p+108.8)^2 + (18.95)^2]} \quad (5.25)$$

查表<sup>[4]</sup>, 可得其原函数为

$$\varphi^*(t) = 1 - 0.455e^{-15.5t} + 3.55e^{-108.8t} \sin(18.95t + 0.153) \quad (5.26)$$

在(5.26)中, 第二项的系数比第三项的系数小很多, 因此在考虑系统的动态特性时可以忽略其影响。这正同前面所述的一样, 由于式(5.24)的零点  $p = -23.8$  与极点  $p = -15.5$  构成双极, 使它们的影响可以忽略, 故系统的动态指标主要由共轭极点  $p = -108.8 \pm j18.95$  决定。此时,

$$\sigma^* = e^{-\pi \operatorname{ctg} \theta} = e^{-\pi \frac{108.8}{18.95}} \approx 0 \quad (5.27)$$

$$T_p^* = \frac{3}{\delta} = \frac{3}{108.8} \approx 0.028 \text{ [秒]} \quad (5.28)$$

$$X^* = \frac{1.5}{\pi} \operatorname{tg} \theta \approx \frac{1.5}{18} \approx 0.834 \quad (5.29)$$

将式(5.21)同(4.12)比较, 式(5.27)~(5.29)同式(4.18)~(5.20)比较, 可以看出, 当系统加上谐振双T型串联校正后:

- a) 稳定性大大提高, 相角储备度从  $\nu = 26.5^\circ$  提高到  $\nu^* = 98.1^\circ$ ;
- b) 动态指标显著改善, 超调量从  $\sigma = 36\%$  降至近乎0, 调节时间从0.24秒降至0.028, 秒振荡次数从1.49次降至0.834次。

系统的实际运行也证明了上述结论。当系统没有加谐振双T型串联校正时, 高速档不能工作, 而且用示波器对图二(2)的波形的观察可以见到系统在起动机时, 总产生1至2次振荡, 即动态特性很不好。当加上校正回路之后, 系统在各个速度档都能正常工作, 而且起动机时的振荡完全消除了。这些均说明加入谐振双T型校正回路及其参数的选择是正确的, 理论分析基本上同实践相一致。

## §6 复合控制

系统加了谐振双T型校正回路之后, 一方面固然提高稳定储备度, 显著改善动态指标, 但另一方面, 由于系统放大倍数的减少, 而引起稳态误差增加。为了解决这个矛盾, 我们利用不变性原理, 在上述串联校正的基础上, 引入复合控制<sup>[5]</sup>。使系统的稳定储备度、动态指标和稳态误差都能同时得到改善。

由(5.12)我们可把加了谐振双T型串联校正后的开环传输函数改写为

$$W^*(p) = \frac{k^*(1 + T_3 p)}{(LCp^2 + RCp + \mu)p} \quad \mu = 1 \quad (6.1)$$

它以  $p = 0$  为单极点，而且其残数为

$$ResW^*(0) = \lim_{p \rightarrow 0} pW^*(p) = \frac{k^*}{\mu} \quad (6.2)$$

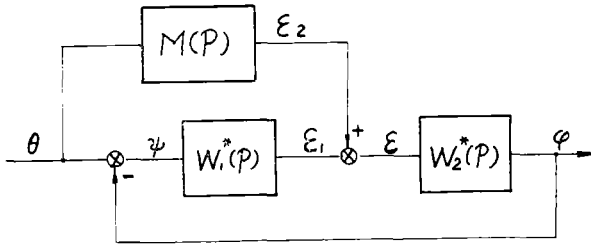
令误差传输函数为  $Y_\varepsilon^*(p)$ ，则<sup>[4]</sup>

$$Y_\varepsilon^*(p) = 1 - Y^*(p) = \frac{1}{1 + W^*(p)}$$

此时速度误差系数<sup>[1]</sup>为

$$\begin{aligned} C_1^* &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Y_\varepsilon^*(p)}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p + pW^*(p)} \\ &= \frac{1}{ResW^*(0)} = \frac{\mu}{k^*} \end{aligned} \quad (6.3)$$

由上式可见要减少  $C_1^*$ ，主要是改变  $W^*(p)$  在  $p = 0$  点的残数，除增大  $k^*$  外，可以通过减少  $\mu$  来实现。我们现在来研究如何引入复合控制，以减少  $\mu$  值。



图十三 复合随动系统框图

在图十三中，假设  $W_1^*(p)$ ， $W_2^*(p)$  是系统按偏差调节的开环传输函数的两个环节， $M(p)$  是复合控制环节，在未加复合控制时，系统开环传输函数为

$$W^*(p) = \frac{\varphi}{\theta} = W_1^*(p)W_2^*(p)$$

系统闭环的传输函数为

$$Y^*(p) = \frac{\varphi}{\theta} = \frac{W_1^*(p)W_2^*(p)}{1 + W_1^*(p)W_2^*(p)}$$

加上复合控制环节  $M(p)$ ，则有：

$$\varphi = W_2^*(p)\varepsilon = W_2^*(p)(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = W_2^*(p)[W_1^*(p)(\theta - \varphi) + M(p)\theta]$$

故得闭环传输函数

$$Y^{**}(p) = \frac{\varphi}{\theta} = \frac{W_1^*(p)W_2^*(p) + M(p)W_2^*(p)}{1 + W_1^*(p)W_2^*(p)} \quad (6.4)$$

开环等效傳輸函数

$$W^{**}(p) = \frac{Y^{**}}{1 - Y^{**}} = \frac{W_1^*(p)W_2^*(p) + M(p)W_2^*(p)}{1 - M(p)W_2^*(p)} \quad (6.5)$$

由此可見

$$\begin{aligned} \text{Res}W^{**}(0) &= \lim_{p \rightarrow 0} pW^{**}(p) \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{pW_1^*(p)W_2^*(p) + M(p)[pW_2^*(p)]}{1 - M(p)W_2^*(p)} \end{aligned}$$

如果  $W_2^*(p)$  以  $p=0$  为单极点,  $M(p)$  以  $p=0$  为单零点,  $W_1^*(0) = c \neq 0$ , 則

$$\begin{aligned} \text{Res}W^{**}(0) &= \frac{\lim_{p \rightarrow 0} pW^*(p) + \lim_{p \rightarrow 0} M(p)[pW_2^*(p)]}{\lim_{p \rightarrow 0} [1 - M(p)W_2^*(p)]} \\ &= \frac{\text{Res}W^*(0) + 0 \cdot \text{Res}W_2^*(0)}{1 - M'(0)\text{Res}W_2^*(0)} \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$\text{即} \quad \text{Res}W^{**}(0) = \frac{\text{Res}W^*(0)}{1 - M'(0)\text{Res}W_2^*(0)} \quad (6.7)$$

此时对应的速度誤差系数为

$$\begin{aligned} C_1^{**} &= \frac{1}{\text{Res}W^{**}(0)} = [1 - M'(0)\text{Res}W_2^*(0)] \cdot \frac{1}{\text{Res}W^*(0)} \\ &= [1 - M'(0)\text{Res}W_2^*(0)]c_1^* \end{aligned} \quad (6.8)$$

由此可見, 对于已經給定的  $W_2^*(p)$ , 我們可以适当地选择  $M(p)$  使  $C_1^{**}$  减少到所要求的值。

現在回来研究我們的系統, 令

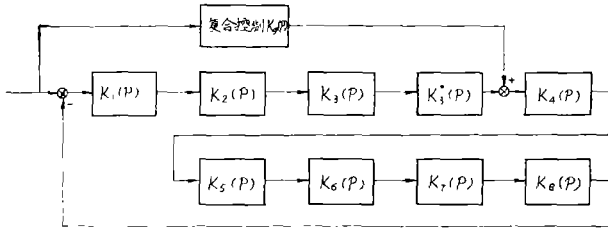
$$W_1^*(p) = \prod_{j=1}^3 K_j(p)K_3^*(p) \quad (6.9)$$

$$W_2^*(p) = \prod_{j=4}^8 K_j(p) = \frac{k_2^*}{p(Lcp^2 + Rcp + 1)}, \quad k_2^* = \prod_{j=4}^8 k_j = 49.5 \quad (6.10)$$

則由 (5.12) 有

$$W^*(p) = \left( \prod_{j=1}^8 K_j(p) \right) K_3^*(p) = W_1^*(p)W_2^*(p) \quad (6.11)$$

我們引入微分环节 $K_6(p)$ 作为复合控制，它在环节 $K_3^*(p)$ 与 $K_4(p)$ 之間插入(图十四)。这里



图十四 加复合控制和双T型串联校正的系统的方框图

$$K_6(p) = k_6 p \tag{6.12}$$

将式(6.9)、(6.10)、(6.12)代入(6.4)、(6.5)得系统的闭环传输函数为

$$\begin{aligned}
 Y^{**}(p) &= \frac{\left[ \prod_{j=1}^3 K_j(p) \cdot K_3^*(p) \right] \cdot \prod_{j=4}^8 K_j(p) + K_6(p) \prod_{j=4}^8 K_j(p)}{1 + \left[ \prod_{j=1}^3 K_j(p) K_3^*(p) \right] \prod_{j=4}^8 K_j(p)} \\
 &= \frac{W^*(p) + K_6(p) \prod_{j=4}^8 K_j(p)}{1 + W^*(p)} \\
 &= \frac{K^*(1 + T_3 p) + k_6 k_2^* p}{LCp^3 + RCp^2 + p + k^*(1 + T_3 p)} \tag{6.13}
 \end{aligned}$$

而系统的等效开环传输函数为

$$\begin{aligned}
 W^{**}(p) &= \left[ W^*(p) + K_6(p) \prod_{j=4}^8 K_j(p) \right] / \left[ 1 - K_6(p) \prod_{j=4}^8 K_j(p) \right] \\
 &= \frac{k^*(1 + T_3 p) + k_6 k_2^* p}{LCp^3 + RCp^2 + (1 - k_6 k_2^*) p} \tag{6.14}
 \end{aligned}$$

由(6.14)可得

$$ResW^{**}(0) = \lim_{p \rightarrow 0} pW^{**}(p) = \frac{k^*}{1 - k_6 k_2^*} \tag{6.15}$$

同式(6.2)比较，可看出引入了复合控制，使 $\mu = 1$ 变为 $\mu = 1 - k_6 k_2^*$ 此时

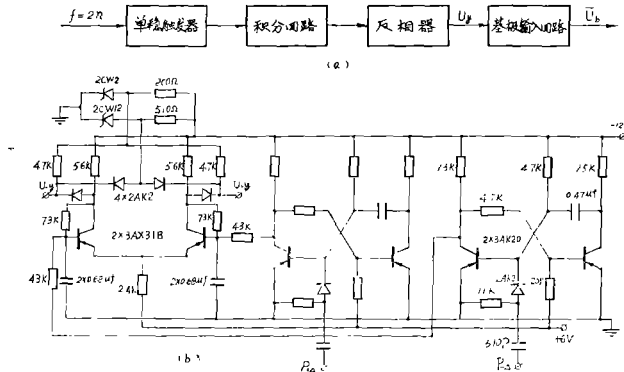
$$C_1^{**} = \frac{1}{Resw^{**}(0)} = \frac{1 - k_6 k_2^*}{k^*} \tag{6.16}$$

(6.16)也可直接由公式(6.8)得到。因为 $k_2^* = 49.5$ ，只要选取

$k_0 < \frac{1}{49.5} = 0.0202$ , 則有  $C_1^{**} < C_1^*$ , 通過實際調試, 我們選取  $k_0 = 0.0089$ , 則此時

$$C_1^{**} = (1 - 0.0089 \times 49.5)C_1^* = 0.559C_1^* \quad (6.17)$$

即誤差係數比原來未加複合控制的減少了將近一半。複合控制環節的框圖和具體線路見圖十五。



圖十五 複合控制的方框圖(a)與線路圖(b)

來自計算機的增量進給脈衝  $P_d$  經過單穩觸發器與積分回路這一數-模轉換裝置, 再經過反相器變成連續直流電壓  $\bar{U}_y$ 。因為增量進給有正負兩個方向, 因此在線路中有兩個輸入  $P_{+d}$  與  $P_{-d}$ , 而輸出也有兩個, 即為  $\bar{U}_{+y}$  和  $\bar{U}_{-y}$ ,  $\bar{U}_{+y}$  和  $\bar{U}_{-y}$  經過 3D6054 的基極輸入回路後, 加到基極上, 它們分別表為  $\bar{U}_{+b}$  和  $\bar{U}_{-b}$ 。現求  $K_g(p)$ , 根據實測數據得表五:

表 五

轉速 n	22	35	50	66	83	100	114	130
$\bar{U}_b$	0.77	0.785	0.795	0.810	0.83	0.845	0.86	0.87
$\Delta \bar{U}_b / \Delta n$		0.00115	0.00067	0.00094	0.00118	0.00088	0.00107	0.00063

對  $\frac{\Delta \bar{U}_b}{\Delta n}$  取平均值, 計及轉速  $n$  與轉角  $\theta$  的關係得

$$K_g(p) = \frac{\Delta \bar{U}_b}{\Delta \theta} = \frac{\Delta n}{\Delta \theta} \frac{\Delta \bar{U}_b}{\Delta n} = \frac{60p}{2\pi} \cdot \frac{6.52}{7} \times 10^{-3}$$

$$= 0.0089p = k_g p \quad (6.18)$$

$$k_0 = 0.0089 \quad (6.19)$$

代入 (6.13) 與 (6.14) 得系統加上串聯校正和複合控制後的閉環傳函數

$$Y^{**}(p) = \frac{1.424(p+16.4)}{1.275 \times 10^{-4}p^3 + 0.0297p^2 + 1.983p + 23.4}$$

$$= \frac{11168(p+16.4)}{(p+15.5)[(p+108.8)^2 + (18.95)^2]} \quad (6.20)$$

等效开环傳递函数为

$$W^{**}(p) = \frac{42(1+0.061p)}{p[2.28 \times 10^{-9}p^2 + 0.053p + 1]}$$

$$= \frac{42\left(1 + \frac{1}{16.4}p\right)}{p\left(1 + \frac{1}{20.6}p\right)\left(1 + \frac{1}{213}p\right)} \quad (6.21)$$

現在从式(6.20)和(6.21)出发来分析系統:

1. 稳定性

由(6.20)可得系統的特征方程为

$$1.275 \times 10^{-4}p^3 + 0.0297p^2 + 1.983p + 23.4 = 0$$

它同 § 5 方程(5.15), 因此系統是稳定的。

2. 稳态误差

由式(6.17)及(5.16)得

$$\Delta\psi^\circ = C_1^{**} \Delta\dot{\theta} = 0.559 \left(\frac{1}{23.4}\right) \Delta\theta = 0.143 \Delta n \quad (6.22)$$

故

$$\psi^\circ = \psi_0 + \Delta\psi^\circ = \psi_0 + 0.143 \Delta n, \quad \psi_0 = 27.5^\circ \quad (6.23)$$

由式(6.23)所确定的誤差角与实测数据如表六:

表 六

n (轉速)	22	35	50	66	83	100	114	130
$\psi^\circ$	18.8°	20.6°	22.8°	25.1°	27.5°	29.9°	31.9°	34.2°
$\psi^\circ$ (实测)	32°	31.5°	28.5°	28°	27.5°	29°	35°	38°

3. 相角储备度

由式(6.20)得系統的幅頻特性为

$$L^{**}(w) = 20lg \left| \frac{42\left(1 + \frac{j\omega}{16.4}\right)}{j\omega\left(1 + \frac{j\omega}{20.6}\right)\left(1 + \frac{j\omega}{213}\right)} \right| \quad (6.24)$$

$$\text{截止頻率} \quad \omega_c = 52.7 \quad (6.25)$$

由(6.20)知系統的相頻特性為

$$\Psi^{**}(\omega) = -90^\circ + \text{arctg} \frac{\omega}{16.4} - \text{arctg} \frac{\omega}{20.6} - \text{arctg} \frac{\omega}{213}$$

故得

$$\Psi^{**}(\omega_c) = -99.9^\circ$$

$$\text{相角儲備度} \quad L^{**} = 180^\circ - 99.9^\circ = 80.1^\circ \quad (6.26)$$

#### 4. 動態指標

由閉環傳函數(6.20)可見 $Y^{**}(p)$ 以 $p = -16.4$ 為零點,以 $p = -15.5$ 為極點,它們靠得很近,形成雙根,因此動態指標仍由其軛極點 $p = -108.8 \pm j18.95$ 所決定,即與§5式(5.27)(5.28)(5.29)相同。事實上,如果在輸入端加上單位階躍訊號,則其輸出的像函數為

$$\phi^{**}(p) = \frac{Y^{**}(p)}{p} = \frac{11168(p+16.4)}{p(p+15.5)[(p+108.8)^2 + (18.95)^2]} \quad (6.27)$$

查表<sup>[4]</sup>可得

$$\phi^{**}(t) = 1 - 0.0715e^{-15.5t} + 5.3e^{-108.8t} \sin(18.95t + 0.169) \quad (6.28)$$

由(6.28)可見系統的過渡過程主要由其軛極點 $p = -108.8 \pm j18.95$ 決定,即超調量、調節時間、振蕩次數等仍由式(5.27)(5.28)(5.29)等決定。

結論:從前面的分析,我們可以看到,對所採用的隨動系統(圖一和圖三)當加上了諧振雙丁型串聯校正回路及引進複合控制後,系統的最大穩態誤差為 $34.2^\circ$ 相當於位移誤差

$$\Delta = \frac{34.2^\circ}{3^\circ} \times 0.05 \text{mm} = 0.57 \text{mm}$$

相角儲備度 $\nu = 80.1^\circ$ ,超調量 $\sigma \approx 0$ ,調節時間 $T_p = 0.028$ 秒,振蕩次數 $N = 0.834$ ,即沒有振蕩。這些穩態指標和動態指標基本上是令人滿意的,而且理論分析與實驗結果基本相符。

#### §7 後 記

1) Z-W 數控自動氣刈機的隨動系統,經過前述的分析和綜合,各個環節按照前述選定參數,投產後工作一直良好可靠,為了進一步減少穩態誤差,在數控自動氣刈機投產十個月後,我們又將諧振雙丁型串聯校正回路的分壓器的參數改為

$$R_1 = 5500\Omega, \quad R_2 = 220\Omega, \quad R_x = 2400\Omega,$$

即增大 $k^*$ ，此时稳态誤差实测数据为表七

表 七

n (轉/分)	22	35	50	66	83	100	114	130
稳态誤差 $\psi^\circ$	9.3°	9°	9.1°	9.7°	10.5°	12.2°	15.2°	17.3°

最大的稳态誤差为17.3°相当于位移誤差

$$\Delta = \frac{17.3^\circ}{3^\circ} \times 0.05mm = 0.288mm$$

經過几个月的再考驗，机器工作一直可靠，运行良好。

2) 为了便于系統的鎮定，如果将可控硅主回路的电源电压升高(例如150V $\sim$ 升至200V $\sim$ )似有好处。

3) 在本文中対电流間断的可控硅的傳輸函数进行了一些研究，通过对在电机負載下，当电流出現間断时可控硅的輸出特性的分析，发现了如果把度量 $(\alpha + \frac{\beta}{2})$ 当作輸入量，把可控硅的平均电压当作輸出量，則可控硅的傳輸函数可綫性化为一个比例环节。所得的結果对于实际技术問題既保証有一定的精度，而且簡單，便于計算。在工程設計中，这方法似乎比較好，但是这些結果仅限于文中所述的控制角 $\alpha$ 及导通角 $\beta$ 的变化范围。对于一般情况，如何导出便于工程計算的傳輸函数，将是一个頗有意义的和尚待解决的問題。

### 参 考 文 献

- [1] 武字251部队:《可控硅原理及应用》快速响应的可控硅直流伺服系統
- [2] 湘潭电机厂釋:《硅可控整流元件及其应用》科学出版社 1970年
- [3] 刘豹:《自动調节理論基础》上海科技出版社 1964年
- [4] J. H. Goldbery: Automatic Controls; Principles of Systems Dynamics Boston 1964
- [5] Г. М. Уланов Регулирование по Возмущению ГосэнергизАат 1960Г.  
(中譯本:胡保生譯《扰动調节》上海科技出版社 1963)