

减振与减冲击

陈嘉言 陶福臻 郑庆璋 林树汉

(物理系)

一、前言

在各种精密测量中(如微振动的测量、全息照相、引力波探测等等),必须设法减少外来振动与冲击测量对装置的影响。

振动是一个连续过程,往往是由于旋转的机械装置与往复运动的机械装置所引起,它们使测量装置产生一个稳定的振动,即所谓强迫振动。

冲击是一个短暂的过程,往往是由于突然受力、力突然增加或速度矢量突然改变等原因,使测量装置的平衡状态破坏而作有衰减的自由振动。

减振与减冲击常用方法有:在要求减振的装置与振源(往往是地面)之间放置一弹性体使振动的可透性小于一,从而使装置的振动达到可容许的程度;使用一能量吸收装置;使用一个能产生与干扰源反方向力的伺服装置^[1]。

本文是介绍一些基本原理并对我们所用的弹性体的减振性能进行研究,最后对一些问题进行讨论。

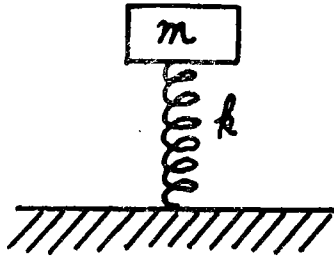
二、减振

用弹性体支承,根据支承的不同方式,系统可以有一至六个自由度,因而有一至六个本征振动模,振动模还可以相互耦合^[2]。为了明确工作方向我们可以把问题简化进行分析。

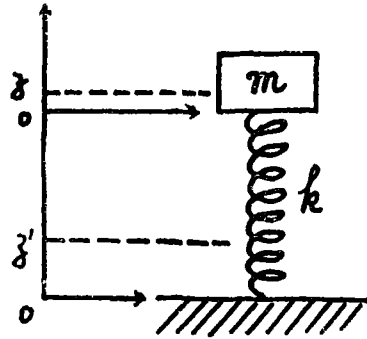
首先,考虑垂直振动,如图一所示, m 是要减振的物体,其质量是 m , k 是弹性体,其压缩屈强系数是 k 。假定弹性体的质量与 m 比较可忽略(这是合理的假定,因实际使用时 m 是以吨计的)。地面由于外界振源的影响而作周期性运动:

$$z' = z_0 \cos \omega t \quad (2-1)$$

地面振动通过弹性体将引起 m 的振动,见图二。在振幅不大时可作线性处理,



图一 地面弹性体支承等效图



图二 地面振动引起m振动的坐标图

这时 m 受的力是弹性力 f_1 和阻尼力 f_2 ,

$$f_1 = k(z' - z) \tag{2-2}$$

$$f_2 = -\gamma z' \tag{2-3}$$

因而得 m 的运动方程:

$$\ddot{z} + 2\beta\dot{z} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 z_0 \cos \omega t \tag{2-4}$$

式中 $\beta = \frac{\gamma}{2m}$; $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

(2-4) 式的解是:

$$z = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_0 t + a) + A \cos(\omega t + \varphi)$$

上式右边第一项是衰减项, 稳定时为零, 在研究减振时可不考虑。因而有

$$z = A \cos(\omega t + \varphi)$$

其中
$$A = \frac{\omega_0^2 z_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} = \frac{z_0}{\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + 4 \frac{\beta^2}{\omega_0^2} \cdot \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}} \tag{2-5}$$

$$\text{tg} \varphi = - \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{2-6}$$

很明显, 只要 $\frac{A}{z_0} < 1$ ($T = \frac{A}{z_0}$ 称为可透性) 就达到减振的要求。现分几种情况进行讨论:

(1) 保持 ω_0 不变, 求 A_{max} , 得 $\omega_{共} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$, 代入 (2-5) 式得

$$A_{共振} = \frac{\omega_0^2 z_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

这是在减振工作中千万要防止的, 否则当 $\beta \rightarrow 0$ 时, 有

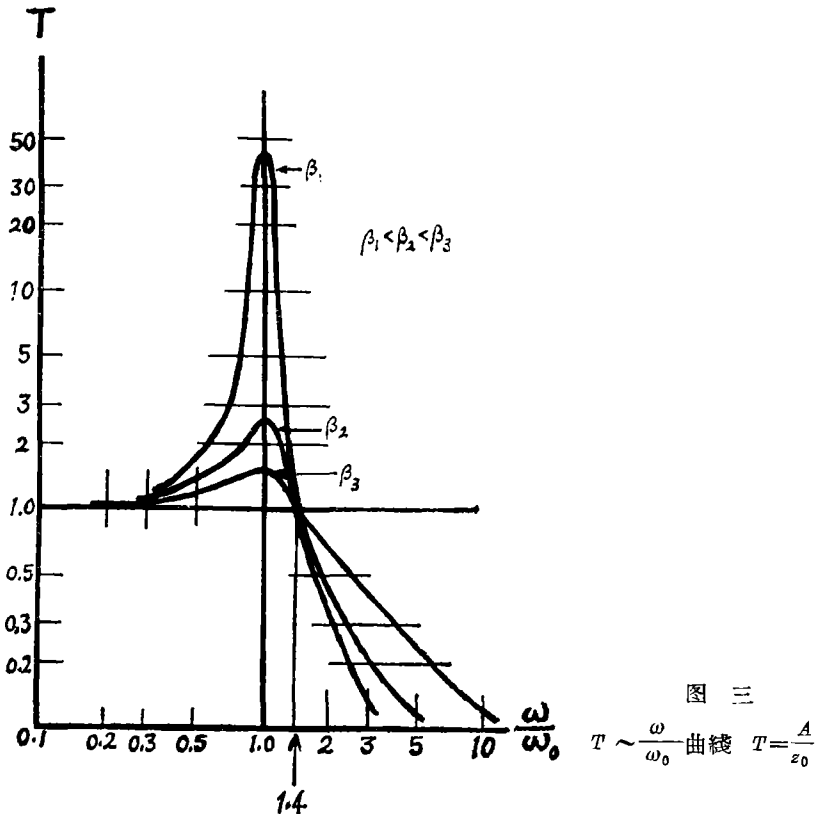
$A_{max} \rightarrow \infty$ 的危险, 但实际上 $\beta \neq 0$, 所以 A_{max} 一般有一定的值。

(2) $\omega \ll \omega_0$, 即振源振动频率比 m, k 组成的系统的本征频率小得多。从 (2-5) 得 $A_{\omega \rightarrow 0} \approx z_0$, 这种情况也达不到减振的目的。

(3) $\omega \gg \omega_0$, 即振源振动频率比 m, k 所组成的系统的本征频率大得多。从 (2-5) 式得 $A_{(\omega \rightarrow \infty)} \approx 0$, 这是达到最理想的减振效果。

(4) 当 $\omega \geq \sqrt{2}\omega_0$ 时, 从 (2-5) 式得 $A_{(\omega \geq \sqrt{2}\omega_0)} \leq z_0$, 这时开始有减振效果。

从上述简单讨论可知, 用弹性体支承的减振系统对频率大于系统本征频率 $\sqrt{2}$ 倍的外来振动才有减振效果, 否则甚至可能出现放大的效果。图三是根据



(2—5)式作出的示意曲线。

(5)若 $\omega = n\omega_0$ 并 $n \gg 1$, 从(2—5)式得

$$A(\omega = n\omega_0) \approx \frac{z_0}{n^2} \quad (2-7)$$

在这种情况下减振效果可达 $\frac{1}{n^2}$ 倍。

其次, 考虑图一的系统作水平方向振动, 这时弹性体是作切变运动, 弹性体作切变时屈强系数用 k_t 表示。为了便于比较, 设 m 是半径为 R 的圆柱体, 弹性体也作成半径为 R , 厚度为 D 的圆柱体。对压缩来说有:

$$k = E \frac{\pi R^2}{D} \quad (2-8)$$

对切变来说有:

$$k_t = N \frac{\pi R^2}{D} \quad (2-9)$$

因杨氏模量 E , 切变模量 N , 泊松系数 μ 有下列关系⁽³⁾:

$$N = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (2-10)$$

因 $\mu > 0$, 故得 $k_t < k$, 因而有:

$$\omega_{t_0} = \sqrt{\frac{k_t}{m}} < \omega_0$$

显然, 如水平振动与垂直振动的减振要求一样的话, 只需考虑垂直减振即可。这也说明了减振堆利用切变来作的优点。

第三, 考虑 m 、 k 系统受力矩作用绕对称轴转动的情况。若力矩 $M = M_0 \cos \omega t$ 作用在 k 上, 则系统产生旋转, 转角是 α 。 m 的运动方程是:

$$\ddot{\alpha} + \frac{\gamma \alpha}{I} \dot{\alpha} + \frac{k \alpha}{I} = \frac{M_0}{I} \cos \omega t \quad (2-11)$$

(2—11)式与(2—4)式比较可知有同样形式的解, 因而有同样的结果。⁽²⁾

$$\text{因 } k \alpha = \frac{\pi N R^4}{2D}; \quad I = \frac{1}{2} m R^2$$

$$\therefore \omega_{\alpha_0} = \sqrt{\frac{k \alpha}{I}} = \sqrt{\frac{k}{2m(1+\mu)}} < \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0$$

综合上述, 为了减振的目的, 在弹性体处于弹性形变范围下, 只需考虑垂直振动(在这里假定了其他振动的减振要求一样)并根据(2—7)式按需要调节其本征频率即可。本征频率愈小时对减振愈有利, 但本征频率太小则 k 太小, 因而整个装置太

软容易倾斜摆动。所以一般是先用弹性体支承一个重而大的平台，然后在平台上安装要求减振的设备。

三、连续弹性体支承减振

我们采用的弹性体是广州十一橡胶厂生产的“板7海绵”，属连续弹性体，压

缩系数是应变 $(\frac{\Delta}{D})$ 与应力 $(\frac{F}{S})$ 之比，符号意义见图四。即 $\sigma = \frac{\frac{\Delta}{D}}{\frac{F}{S}}$ (3—1)

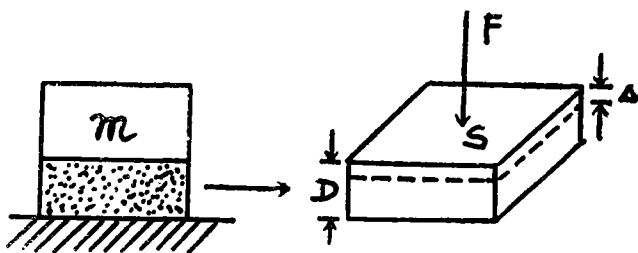


图 四

$$\therefore F = \frac{S}{\sigma D} \Delta \quad (3-2)$$

图五是“板7海绵”的应力与应变关系的实验曲线，不同的厚度得到相同的结果。从实验结果可知：在应力为0~0.15kg/cm²范围时，应变是线性的。在线性范围内，压缩系数 $\sigma = 2.5\text{cm}^2/\text{kg}$ 。(3—2)式与(2—2)式对照可得：

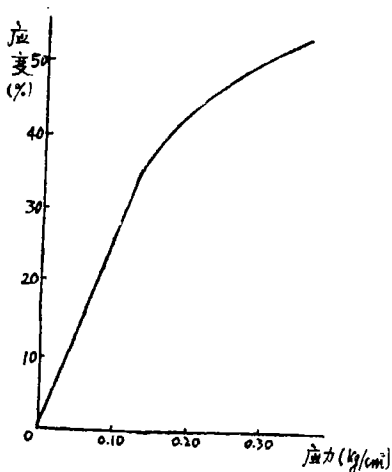


图 五
“板7海绵”应力与应变关系曲线

$$K = \frac{S}{\sigma D} \tag{3-3}$$

因此用弹性体支承的系统的本征频率可用下式表示。

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\sigma D \times \frac{mg}{S}}} \tag{3-4}$$

从(3-4)式可得：在弹性体线性范围内使用时，只要调节弹性体厚度 D 或调节施于其上的应力(实际是调节 m)，就可以得到所需的本征频率，从而达到不同的减振效果。为了保证线性，取 $\frac{mg}{S} = 0.1 \text{kg/cm}^2$ ，代入(3-4)式得：

$$f_0 \approx \frac{10}{\sqrt{D}} \text{Hz} \tag{3-5}$$

“板7海绵”有大量气孔，它的阻尼无疑是较大的，第二节的一系列推导能否适用于它呢？实验结果表明是适用的。下面简单介绍几个实验结果。

<1> “板7海绵”支承时 $T \sim \frac{f}{f_{共}}$ 关系：

使用 $m = 14 \text{kg}$ ， $\frac{mg}{s} = 3.7 \times 10^{-2} \text{kg/cm}^2$ ， $D = 0.9 \text{cm}$ 实验结果见表一。图六是

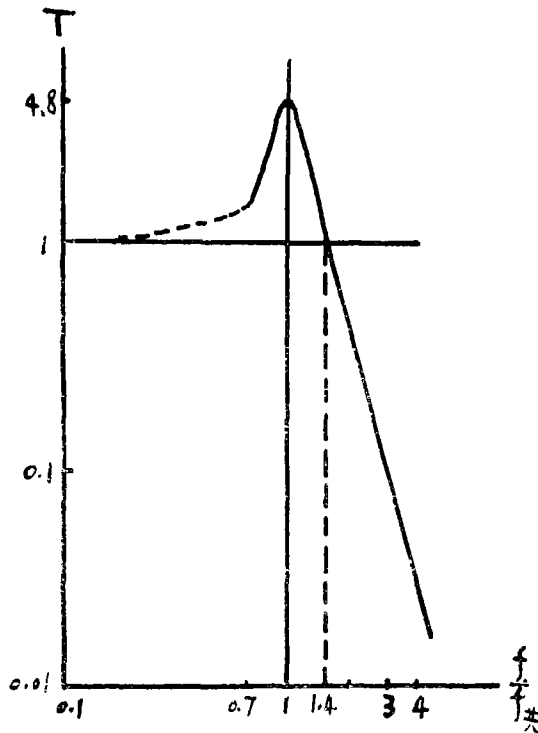


图 六
“板7海绵”
 $T \sim f/f_{共}$ 曲线

表 一

$\frac{f}{f_{共}}$	0.7	0.8	0.9	1	1.4	2	3	4
$f(Hz)$	12	14	15	17	24	34	51	68
T	1.6	3.2	4.2	4.8	1.03	0.25	0.11	0.02

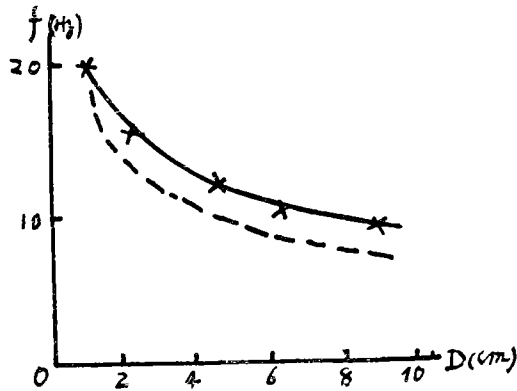
表 二

$D(cm)$	1.1	2.2	4.5	6.3	9
$f_{共}(Hz)$	20	15	12	10	9

$T \sim \frac{f}{f_{共}}$ 曲线, 采用了对数坐标。从图上可看出, 与图三曲线是一致的, β 值大是在预料之中, 只要 $f \geq \sqrt{2} f_{共}$ 就有减振的效果。

<2> $f_{共} \sim D$ 的关系

取 $m = 8.5 kg, mg/s = 2.2 \times 10^{-2} kg/cm^2$, 实验结果见表二, 图七实线是实测值, 虚线是 $f_0 \sim \frac{1}{\sqrt{D}}$ 的计算值曲线, 由图可看出它们之间的趋向大体相似, 因而增大 D



图七 “板7海绵” $f_{共} \sim D$ 曲线 (实线)

对降低 $f_{共}$ 是有效的。

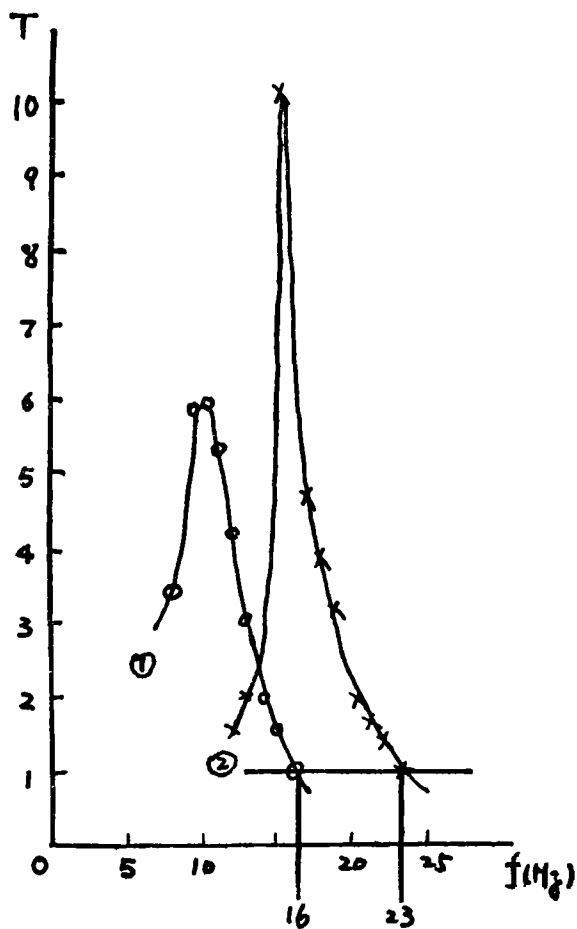
<3> 当 D 一样时, 若 m 远大于海绵的质量, 则开始有减振作用的频率是 $\sqrt{2} f_{共}$; 若 m 与海绵的质量是可以比较时, 则开始有减振作用的频率大于 $\sqrt{2} f_{共}$ 。

<4> 切变的共振频率比垂直振动的共振频率小。这与第二节的结果一致。数据见表三, 图八作出它们之间的 $T \sim f$ 曲线, 明显看出切变时的阻尼远大于压缩时的

阻尼。同一系统切变时的共振频率比压缩时的共振频率小(切变时 $f_{共} = 10Hz$, 压缩时 $f_{共} = 16Hz$),切变时对 $16Hz$ 以上的外来振动就有衰减作用,而压缩时要 $23Hz$ 以上的外来振动才有衰减作用。因此只要支承得当,减振时只考虑垂直压缩即可。

表 三

垂直振动	$f(Hz)$	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12
	T	1	1.4	1.7	1.9	3.2	3.9	4.8	10.2	4.9	2.8	2.0	1.6
水平振动	$f(Hz)$	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7		
	T	1	1.6	2.0	3.0	4.2	5.4	6.0	5.8	3.5	2.9		



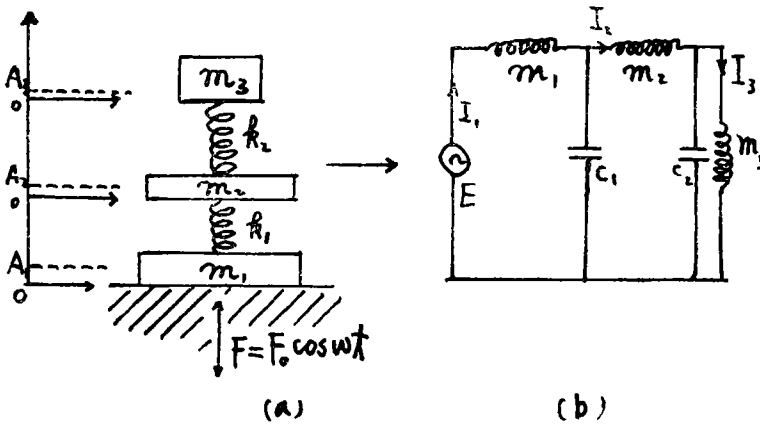
图八 $T \sim f$ 曲线 ①—水平振动
②—垂直振动

四、多級串聯減振

如實驗裝置要求減振程度很高時，採用單級減振的辦法一般是達不到要求的，因為用固態彈性體支撐時，在保持轉動極小及線性範圍下將共振頻率作得很小是較困難的，使用多級串聯減振的辦法就可以解決這個問題。

為了簡便起見，從本節開始改用機電類比的方法進行討論^[4]，並且假定阻尼係數 $\beta = 0$ （這是容許的，因 $\beta > 0$ 對我們減振工作來說一般是有利的）。

圖九是兩級串聯減振裝置等效圖，(b)是(a)的等效電路，在這裡 L 對應 m ， c 對應 $\frac{1}{k}$ ， I_n 對應振幅 A_n 。在圖中可以看出這是兩節低通濾波器，一般情況下應有



圖九 兩級串聯減振等效圖 (m_n 的振幅用 A_n 表示)

$|I_3| < |I_2| < |I_1|$ ，即兩級串聯總比單級減振性能好（指一般而言），而我們要求的是： $|I_3| \ll |I_2| \ll |I_1|$ ，並在可實現的情況下達到此要求。從圖九(b)中顯然可得：

$$\frac{I_3}{I_2} = \frac{1}{1 - \omega^2 m_3 c_2}$$

令 $\omega_2^2 = \frac{1}{m_3 c_2}$ 則 $\frac{I_3}{I_2} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}}$ (4-1)

同樣可得：

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{1 - \omega^2 c_1 m_2 - \frac{\omega^2 c_1 m_3}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}}}$$

$$\text{令 } \omega_1^2 = \frac{1}{m_2 c_1}, \quad \text{则 } \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} - \frac{\omega^2 c_1 m_3}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}}} \quad (4-2)$$

将(4-2)式代入(4-1)式得:

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right) - \omega^2 c_1 m_3} \quad (4-3)$$

将(4-3)式改写为:

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right) - \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \cdot \frac{c_1}{c_2}} \quad (4-4)$$

即

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right) - \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \cdot \frac{k_2}{k_1}} \quad (4-5)$$

因 $\omega \gg \omega_1$ 及 $\omega \gg \omega_2$, 若取 $k_1 \sim k_2$, 则(4-5)式分母第二项比第一项小, 故可忽略, 则有

$$\frac{A_3}{A_1} \approx \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)} \quad (4-6)$$

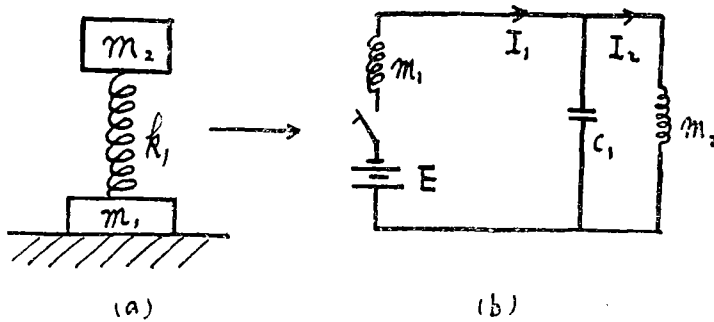
若 $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ 并 $\omega = n\omega_0$, $n \gg 1$ 则有

$$\frac{A_3}{A_1} \approx \frac{1}{n^4} \quad (4-7)$$

(4-7)式与(2-7)式比较可知: 两级串联的可透性为两个单级的可透性的乘积。

五、减冲击

从地面传来的振动往往不是周期性的(如汽车路过、地震、物品落地、人走动等等),而是一个冲击作用,短暂即过,这种冲击作用使测量装置产生自由振动,因而冲击对精密测量来说是一个重要的干扰源。



图十 减冲击等效图

图十是一个单级减冲击系统等效图,(b)是(a)的等效电路。冲击相当于将电键接通,电路作自由振荡。(b)的电路方程是:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{c_1} \int i_0 dt &= E \\ \frac{1}{c_1} \int i_c dt &= m_2 \frac{di_2}{dt} \\ i_1 &= i_0 + i_2 \end{aligned} \right\} \quad (5-1)$$

简化可得:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{i_1 - i_2}{c_1} &= 0 \\ \frac{i_1 - i_2}{c_1} - m_2 \frac{d^2 i_2}{dt^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5-2)$$

因假定了 $\beta = 0$, 故 i_1, i_2 均可认为是正弦振荡, 而线路上只有一个 c_1 , 故整个系统只能有一个振动频率。

$$\text{令 } i_1 = I_1 \sin \omega t; \quad i_2 = I_2 \sin \omega t$$

代入(5-2)式整理后得:

$$\left(\frac{1}{c_1} - m_1\omega^2\right)I_1\sin\omega t = \frac{I_2}{c_1}\sin\omega t \quad (5-3)$$

$$\left(\frac{1}{c_1} - m_2\omega^2\right)I_2\sin\omega t = \frac{I_1}{c_1}\sin\omega t \quad (5-4)$$

(5-3)式与(5-4)式相除并令 $\omega_1^2 = \frac{1}{m_1c_1}$, $\omega_2^2 = \frac{1}{m_2c_1}$, 化简可得:

$$\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{1 - \omega^2/\omega_1^2}{1 - \omega^2/\omega_2^2}} \quad (5-5)$$

(5-3)与(5-4)式相乘化简整理得:

$$\omega^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 \quad (5-6)$$

(5-6)说明了系统只有一个振动频率, 即 $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$, 代入(5-5)式得

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = \frac{m_1c_1}{m_2c_1} = \frac{m_1}{m_2} \quad (5-7)$$

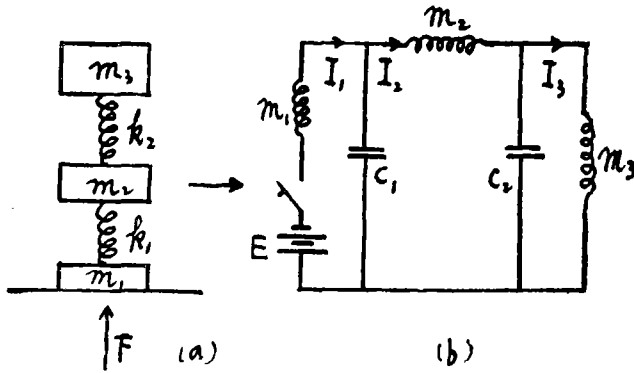
从(5-7)式明显看出只要 $m_2 > m_1$ 就有减冲击的效果, 若 $\omega_1 = n\omega_2$, 并 $n > 1$, 则有

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{n^2} \quad (5-8)$$

我们作了一个实验, $m_2 = 1.9\text{kg}$, $m_1 = 1.1\text{kg}$, 海绵厚 $D = 1.0\text{cm}$, 从(5-7)式得 $\frac{I_2}{I_1} = 5.9 \times 10^{-1}$, 但实测结果是 $\frac{I_2}{I_1} = 6 \times 10^{-2}$, 减冲击效果提高了一个数量级, 是 $\beta > 0$ 的缘故。

六、多级串联减冲击

为了提高减冲击的效果, 在一定条件下是可采用多级串联的形式。减冲击问题比较复杂, 从图十一(b)上并不能明显看出两级一定比一级效果好。现在有二个 c , 三个 m , 因而在一般情况下振荡不是单频的而是双频, 图十一(b)的电路方程是:



图十一 兩級減冲击等效图

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{1}{c_2} \int i_{o_2} dt &= m_3 \frac{di_3}{dt} \\
 m_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{c_1} \int i_{o_1} dt &= E \\
 m_1 \frac{di_1}{dt} + m_2 \frac{di_2}{dt} + m_3 \frac{di_3}{dt} &= E \\
 i_1 &= i_2 + i_{o_1} \\
 i_2 &= i_3 + i_{c_2}
 \end{aligned} \right\} (6-1)$$

消去 i_{o_1}, i_{o_2} 得:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{i_2 - i_3}{c_2} &= m_3 \frac{d^2 i_3}{dt^2} \\
 m_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{i_1 - i_2}{c_1} &= 0 \\
 m_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 i_2}{dt^2} + m_3 \frac{d^2 i_3}{dt^2} &= 0
 \end{aligned} \right\} (6-2)$$

因考虑无阻尼，可设：

$$\left. \begin{aligned}
 i_1 &= I_1 \sin \omega t \\
 i_2 &= I_2 \sin \omega t \\
 i_3 &= I_3 \sin \omega t
 \end{aligned} \right\} (6-3)$$

要注意的是这里的 ω 不是单值的。将(6-3)式代入(6-2)式得：

$$I_2 = (1 - m_3 c_2 \omega^2) I_3 \quad (6-4)$$

$$I_2 = (1 - m_1 c_1 \omega^2) I_1 \quad (6-5)$$

$$m_1 I_1 + m_2 I_2 + m_3 I_3 = 0 \quad (6-6)$$

由(6-4)式与(6-5)式得:

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{1 - m_1 c_1 \omega^2}{1 - m_3 c_2 \omega^2} \quad (6-7)$$

$$\text{令 } \omega_1^2 = \frac{1}{m_1 c_1}, \quad \omega_2^2 = \frac{1}{m_2 c_2}, \quad \omega_3^2 = \frac{1}{m_2 c_1}, \quad \omega_4^2 = \frac{1}{m_3 c_2} \quad (6-8)$$

代入(6-7)式得:

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_4^2}} = \frac{\omega_4^2}{\omega_1^2} \cdot \frac{\omega_1^2 - \omega^2}{\omega_4^2 - \omega^2} \quad (6-9)$$

(6-9)式就是我们用来计算两级减冲击可透性的式子, 进一步运算可得

$$\omega^2 - \left(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 \right) \omega^2 + \omega_3^2 \omega_4^2 + \omega_1^2 \omega_4^2 + \omega_1^2 \omega_2^2 = 0 \quad (6-10)$$

$$\therefore \omega^2 = \frac{\left(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 \right) \pm \sqrt{\omega_1^4 + \omega_2^4 + \omega_3^4 + \omega_4^4 + 2 \left[\omega_1^2 \left(\omega_3^2 - \omega_2^2 \right) + \omega_4^2 \left(\omega_2^2 - \omega_1^2 \right) + \omega_3^2 \left(\omega_2^2 - \omega_4^2 \right) \right]}}{2} \quad (6-11)$$

由此可见 ω 有两个解分别是 ω' , ω'' 。因而得:

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{\omega_4^2}{\omega_1^2} \cdot \frac{\omega_4^2 - \omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 \pm \sqrt{\omega_1^4 + \omega_2^4 + \omega_3^4 + \omega_4^4 + 2 \left[\omega_1^2 \left(\omega_3^2 - \omega_2^2 \right) + \omega_4^2 \left(\omega_2^2 - \omega_1^2 \right) + \omega_3^2 \left(\omega_2^2 - \omega_4^2 \right) \right]}}{2\omega_2^2} \quad (6-12)$$

(6-12)式太复杂很难看出应采取的措施, 为了明确工作方向可把问题简化。设两个弹性体的 k 是一样的, 即 $c_1 = c_2 = c$, 在此情况下有:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{m_1 c}, \quad \omega_2^2 = \omega_3^2 = \frac{1}{m_2 c}, \quad \omega_4^2 = \frac{1}{m_3 c}$$

代入(6-12)式得:

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{\omega_4^2}{\omega_1^2} \cdot \frac{-\left(\omega_1^2 - \omega_4^2 \right) \pm \sqrt{\left(\omega_1^2 - \omega_4^2 \right)^2 + 4\omega_2^4}}{2\omega_2^2} \quad (6-13)$$

因此适当选取 ω_1 , ω_2 (ω_3), ω_4 的比例关系就可以找到一个稍好的方案。现讨论几个问题:

(1) 当选 $\omega_1 = \omega_4$ 时, 即 $m_1 = m_3$

(6-13)式变为 $\frac{I_3}{I_1} = \pm 1$, 说明在这种情况下无减冲击的效果, 工作时要避免这种情况的出现。

(2) 当选 $\omega_1 \ll \omega_4$ 时, 即 $m_3 \ll m_1$,

$$(6-13) \text{ 式变为: } \frac{I_3}{I_1} = \frac{\omega_4^2}{\omega_1^2} \cdot \frac{\omega_4^2 \pm \sqrt{\omega_4^4 + 4\omega_2^4}}{2\omega_2^2} \quad (6-14)$$

(6-14)式出现了一个 ω_2 , 一时难看出结果, 把 ω_2 的不同情况代入看结果如何?

(a) 若选 $\omega_2 \ll \omega_4$, 则(6-14)式的两个解是

$$\frac{I_3'}{I_1'} = \frac{\omega_4^2}{\omega_1^2} \cdot \frac{\omega_4^2}{\omega_2^2} \gg 1, \quad \frac{I_3''}{I_1''} \approx 0$$

即此时以单频振动, 总的来说无减冲击作用。

(b) 若选 $\omega_2 \gg \omega_4$, 则(6-14)式变为

$$\frac{I_3}{I_1} = \pm \frac{\omega_4^2}{\omega_1^2} \quad \therefore \left| \frac{I_3}{I_1} \right| \gg 1$$

此种情况同样无减冲击作用。

(c) 若选 $\omega_2 = \omega_4$, 则(6-14)式变为

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{\omega_4^2}{\omega_1^2} \cdot \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

因 $\omega_4 \gg \omega_1$ $\therefore \left| \frac{I_3}{I_1} \right| > 1$, 因此同样无减冲击作用。

(d) 若选 $\omega_2 \ll \omega_1$, 则(6-14)式两解分别是:

$$\frac{I_3'}{I_1'} = \frac{\omega_4^2}{\omega_1^2} \cdot \frac{\omega_4^2}{\omega_2^2} \gg 1, \quad \frac{I_3''}{I_1''} = 0$$

此时以单频振动, 总的来说无减冲击作用。

综合上述可知: 只要 $m_3 \ll m_1$, 不论 ω_2 为何值都无减冲击的效果, 工作时

避免这种情况的出现。

(3) 当选 $\omega_4 \leq \omega_1$ 时, 即 $m_3 \gg m_1$, (6-13) 式变为

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{\omega_4^2}{\omega_1^2} \cdot \frac{-\omega_1^2 \pm \sqrt{\omega_1^4 + 4\omega_2^4}}{2\omega_2^2} \quad (6-15)$$

在这种情况下应该根据 ω_2 如何选取而定其减冲击性能。

(a) 若选 $\omega_2 \leq \omega_1$ 时, (6-15) 式的两解分别是:

$$\frac{I_3'}{I_1'} = 0, \quad \frac{I_3''}{I_1''} = -\frac{\omega_4^2}{\omega_2^2}$$

在这种情况下只要 $\omega_2 > \omega_4$ 就有减冲击效果, 若 $\omega_2 = n\omega_4$, $n > 1$, 则 $\left| \frac{I_3}{I_1} \right| = \frac{1}{n^2}$,

(b) 若选 $\omega_2 \gg \omega_1$ 时, (6-15) 式变如:

$$\left| \frac{I_3}{I_1} \right| = \frac{\omega_4^2}{\omega_1^2} \ll 1$$

这种情况有减冲击的效果。

(c) 若选 $\omega_2 = \omega_1$ 时, (6-15) 式变为:

$$\frac{I_3}{I_1} \approx \frac{\omega_4^2}{\omega_1^2} \left(\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \right) \therefore \left| \frac{I_3}{I_1} \right| < 1$$

这种情况同样有减冲击的效果。

综合上述可知: 只要 $m_3 \gg m_1$ 并 $\omega_2 > \omega_4$, 则不论如何选取 ω_2 (ω_3) 都有减冲击的效果。因此使用时按具体情况而设计。

七、结 论

(1) 减振台要作成大而重的平台, 然后用弹性体支承, 这样可以减少转动的影响, 在支承得当时只考虑垂直振动即可。

(2) 减振系统的本征频率愈小, 减振效果愈好, 在弹性体线性形变范围内调节弹性体厚度或调节施于其上的应力就可得到不同的本征频率, 从而达到不同的减振效果。

(3) 单级减振达不到要求时可采用多级串联, 在一定条件下多级串联的可透

性等于各级的可透性相乘。一般说来级数多时减振效果更好。

(4) 减冲击系统采用单级时, 只要 $m_2 > m_1$ 就有减冲击的效果。

(5) 采用两级减冲击时情况较复杂, 当 $c_1 = c_2 = c$ 时, 只有 $m_3 > m_1$ 及 $m_3 > m_2$ 才有减冲击效果。〔当然 $c_1 \neq c_2$ 时, 通过 (6—12) 式也可以找到适当的措施来减冲击〕

八、讨 论

(1) 水平振动 (或冲击) 对测量装置的影响有时是主要的干扰源。我们以上的讨论为了简便只讨论了垂直振动 (或冲击), 因弹性体支承面大时水平阻尼很大, 只要垂直振动 (或冲击) 能达到要求, 一般说来水平振动的影响就会比垂直振动更小, 本文第二节已有所论述。

(2) 用固态弹性体支承减振时, 若要求本征频率很小, 则要 k 很小、 m 很大, 这时实现起来较困难。若改用气体支承就容易解决。图十二表示使用空气支承的一种方式简图。 V 是气缸体积, S 是活塞的面积, mg 是物体重量, p_0 是大气压, p 是气缸内气体压力。通过一些简单的运算可得到这样的减振系统的本征频率是:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{sg}{V} \left(1 + \frac{p_0 s}{mg} \right)}$$

空气支承的方法有多种多样形式。空气支承已有人用于引力波探测天线的安装上, 达到 $0.5H_z$ 的本征频率^[5]。

(3) 声激发

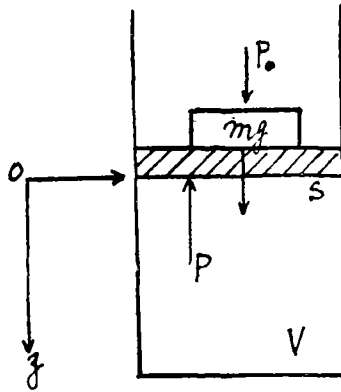
当减振要求很高时, 声音的激发已变成一个重要的干扰源, 因而要设法防止各种声源的干扰才能发挥减振台的作用。常用方法是把部分减振 (或减冲击) 装置放进真空室内。

(4) 减振台的基础

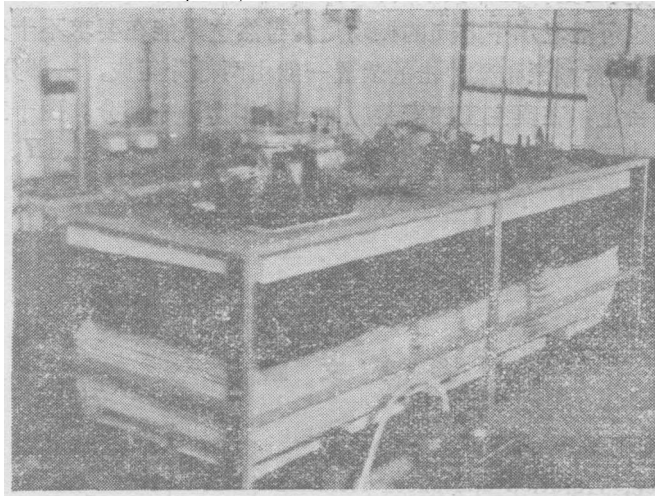
为了减少减振 (或减冲击) 装置的复杂性及提高减振 (或减冲击) 的能力, 可以将减振 (或减冲击) 台的基础与建筑物其他部分基础分开。

(5) 阻尼问题

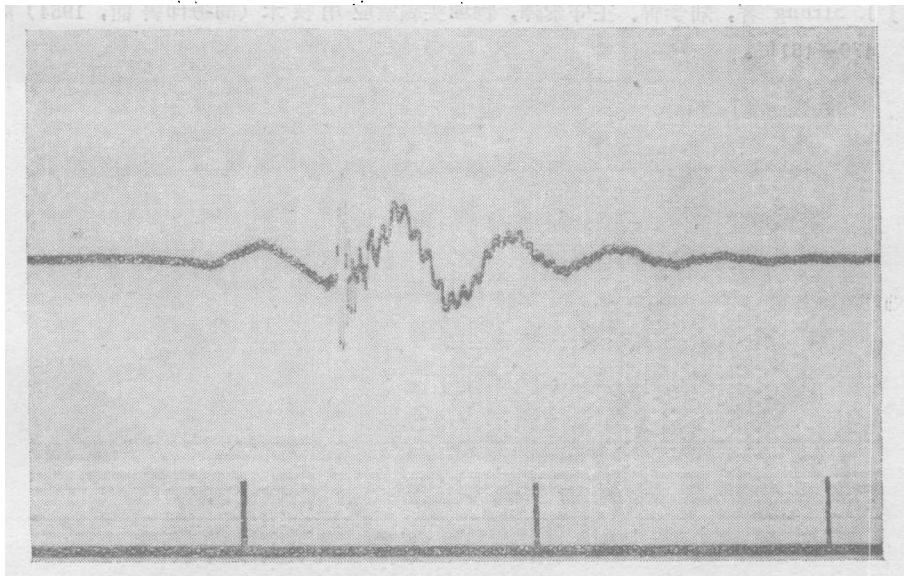
以上各节的讨论都忽略了阻尼的影响。增大系统的阻尼可以使自由振动受到抑制, 这对减冲击有显著效果。我们所用的“板+海绵”本身阻尼就很大。还可以外加阻尼, 一般是放置粘滞性液体在台上, 利用其内摩擦而产生阻尼, 并可以保护系统不受空气流动的影响^[6]。



图十二 一种空气支承简图



图十三 減振台的照片



图十四 減振台的自由振動曲綫，时标是1秒

(6) 没有橡胶之类弹性体支承时, 把一块石板之类的重物放在一堆报纸上, 利用纸的切摩擦也可阻尼水平方向的振动^[6]。当然这只能在要求不十分高时适用。

(7) 要求高精度减振和减冲击的装置一般由两部分组成, 一部分是减振台, 真空室放在减振台上, 在真空室内安装减冲击堆作为另一部分。图十三是减振台的照片, 图十四是该减振台的自由振动曲线, 从图上可看出 $f_0 \approx 2.5H_s$ 。

我们在工作中得到广东工学院同志的热情帮助, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] I. Vigness, *Phys. Today* 18, 42(1965)。
- [2] C. E. Crede, *Vibration and shock Isolation* (Third printing, Jan. 1957)。
- [3] К. П. 亚可夫列夫著, 物理学实验, 第一册(高等教育出版社, 1958)第253页。
- [4] 馮秉铨編著, 电声学基础(高等教育出版社, 1957年)第9—38页。
- [5] R. L. Garwin 1974年4月在北京的講演。
- [6] J. Strong 著, 陆学善、王守黎譯, 物理实验室应用技术(商务印书馆, 1954)第479—481页。