

散射变分法和 Regge 軌迹

郭 碩 鴻

(物理系)

摘 要

利用散射振幅对能量、角动量和耦合常数的解析性質，可以把求散射相移，定耦合常数，求束縛态能級、共振能量和 Regge 軌迹等問題联系起来，用变分法求近似解。这方法可以推广应用到場論中。

I 引 言

关于变分法在散射問題中的应用，早期曾由 Kohn, Hulthén, Lippmann-Schwinger、Tamm [1] 等人开始提出研究，以后在具体問題的計算中得到一定的成功，和束縛态問題一样，变分法在散射問題中也是有力的求近似解的工具。在場論方面，Chew [2] 曾經应用变分法来解决在固定核子近似中的介子-核子散射問題，第一次解释了 3—3 共振现象。Новожилов [3] 曾經把变分法推广到場論的 Bethe-Salpeter 方程中去。但就作者所知，目前在场論的具体計算中仍然未有成功地应用变分法的工作。由于在场論中只有极少數的問題有精确解，可以預期，变分法在场論中也是很有力的工具，在这方面需要进一步的发展。

近年在位能散射的解析性理論方面有了很大的发展，特别是关于复角动量的理論 [4]。由于波函数对能量，角动量和耦合常数有一定的解析性，使散射問題和其他一些問題（如定态、高能极限等）更直接地联系起来，同时也可以把更多种形式的变分法用在这些問題上。本文第二节中討論位能散射問題，并且根据耦合常数的譜，得出与束縛态問題形式相似的变分原理，这种形式在推广到場論中解决束縛态，共振和 Regge 軌迹問題上是特別方便的。在第三节中从散射积分方程出发得到同一形式的变分原理。第四节給出了一些具体計算的例子。从这些例子看出，用最簡單形式的嘗試解和很少参数可以得到相当准确的解答。在第五节中把变分法推广到 Bethe-Salpeter 方程中。一些計算将在以后进行。

II 位能散射

径向散射微分方程

$$\psi'' - \frac{l(l+1)}{r^2} \psi + (k^2 - \alpha V(r)) \psi = 0 \quad (1)$$

含有三个参数：动量 k 、角动量 l 和耦合常数 α 。波函数 ψ 为 r 和这三个参数的函数：

$$\psi = \psi(r; k, \alpha, l) \quad (2)$$

若我們要求当 $r \rightarrow 0$ 时 $\psi \sim r^{l+1}$ ，不难証明当三个变量固定时 ψ 对剩下的变量的解析性：对 k^2 ，在沿正实軸割去的平面上解析；对 α 为整函数；对 l ，在 $l + \frac{1}{2}$ 右半平面解析。因此，在上述区域内， ψ 同时为这三参数的解析函数。

对应这三个参数，微分方程(1)确定三类譜問題：

(i) 能譜。当 $k^2 < 0$ 时有分立譜， $k^2 > 0$ 时为連續譜。

(ii) 角动量譜。要求 ψ 满足边界条件

$$\psi \sim r^{l+1} \quad r \rightarrow 0 \quad (3)$$

$$\psi \sim \sin(kr + \eta) \quad \eta \text{ 固定}$$

时， $(l + \frac{1}{2})^2$ 的正实軸上有分立譜，負实軸为連續譜^[4]。

(iii) 耦合常数譜。要求 ψ 满足条件(3)时， α 的譜全是分立譜，并且在一般情况下沒有最大和最小的譜值。^[5]

当我们试图利用这些譜問題来建立散射变分原理时，我們发现，利用能譜是不适当的，因为这时能譜为連續譜，形式如 $\int \psi H \psi d\tau$ 的积分发散。正因为这样，以前^[1]研究过的变分原理从另一种泛函出发，此时变分原理失去了束縛态变分原理所特有的极小值性质。角动量譜可以利用，但是当推广到积分方程和坊論中时将有困难，因为这时角动量 l 在积分方程中是以較复杂的形式出現的。利用耦合常数 α 的譜最为方便。因为 α 的譜都是分立的，并且無論在微分方程，积分方程以至坊論的色散关系中， α 都是以简单的因子出現于方程中。关于 α 的譜問題，Kato^[5] 在寻找相移的上下界时曾經討論过。根据上面的討論和 ψ 对諸参数的解析性，我們认为进一步利用对 α 的变分原理对于解决散射的一系列問題将是有益的。

令 α_n 为本征值， ψ_n 为相应的本征函数。在 $V \geq 0$ 的情形下，可以定义标积

$$(\varphi, \psi) = \int \varphi V \psi dr \quad (4)$$

φ_n 构成完全正交系。取尝试波函数 $f(x)$ ，有

$$f(x) = \sum c_n \varphi_n(x) \quad (5)$$

作泛函

$$J[f(x)] = \frac{\int f(x) \left(\frac{d^2}{dx^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{x^2} \right) f(x) dx}{\int f^2 V(x) dx} = \frac{\sum c_n^2 \alpha_n}{\sum c_n^2} \equiv \langle \alpha \rangle \quad (6)$$

变分原理为

$$\delta J[f(x)] = 0 \quad (7)$$

在一般情况下, 变分原理(7)是一个稳定值問題(不是极大或极小值)。但是在某些情况下, α_n 有一极大值, 此时(7)式变为极大值問題。在这些情况下, 利用这种形式的变分原理特别有效。这些情况包括: (i) 位能在某 r 值处截断时的一般散射問題; (ii) 束縛态和 $k^2 \leq 0$, $l \geq -\frac{1}{2}$ 的一段 Regge 軌迹問題。对于 $k^2 > 0$ 的 Regge 軌迹和共振問題, 由于当 α 为实数时 l 或 k 变为复数, 在应用变分原理时比较复杂。但是当 $Im l$ 不大时, 可以把此問題变为 l 和 k 为实数而 α 为复数的问题。若 $Im \alpha$ 不大, 則 $Re \alpha$ 亦将近似地有一极大值。

如果問題是确定耦合常数, 則上述的变分原理直接給出近似解答。如果問題是求散射相移或共振能量等, 我們可以根据波函数的解析性質来得到解。由于当相移 δ 固定时 ψ 为 l, k^2, α 的解析函数, 当視 l, k^2, δ 为参数时, α 将为这些参数的函数。在附录中我們証明在一定区域内 α 为这些参数的解析函数

$$\alpha = \alpha(l, k^2, \delta) \quad (8)$$

由此方程分別可解出 δ, k^2 或 l , 因此可解决与散射有关的各种問題。例如当 δ 延拓至 $-i\infty$, 解出 l

$$l = l(k^2; \alpha) \quad (9)$$

即得 Regge 軌迹方程。当然, 由变分法得到的近似解往往只在参数的某些小范围内与精确值接近, 此时, 近似解的整个解析性可能与精确解的解析性相差甚远, 但是在确定的范围内, 仍然可以得到各种問題的足够准确的解答。

III 散射积分方程

在这节中我們从动量空間的散射积分方程出发。我們討論某个分波的方程。令此时有效的相互作用算符为 αV , 則駐波形式的方程为

$$\psi_p = \Phi_p + P \frac{1}{E - H_0} \alpha V \psi_p = \Phi_p + \sum_{p'} \frac{\Phi_{p'} K_{p'p}}{E - E_{p'}} \quad (10)$$

其中

$$K_{p'p} = (\Phi_{p'}, \alpha V \psi_p), \quad K_{pp} = -ptg\delta \quad (11)$$

当要求相移 δ 固定时(或更精确一点, δ 只差 2π 的整数倍), α 将有分立譜 α_n 。

令相应的駐波解为 $\psi_p^{(n)}$, 則有

$$\psi_p^{(n)} = \Phi_p + \frac{1}{E - H_0} \alpha_n V \psi_p^{(n)} = \Phi_p + \sum_{p'} \frac{\Phi_{p'} K^{(n)}_{p'p}}{E - E'} \quad (12)$$

$$K^{(n)}_{p'p} = (\Phi_{p'}, \alpha_n V \psi_p^{(n)}) \quad (13)$$

$$K^{(n)}_{pp} = -ptg\delta$$

$\psi_p^{(n)}$ 的正交性是:

$$(\psi_p^{(n)} V \psi_p^{(m)}) = 0 \quad \text{若 } n \neq m \quad (14)$$

事实上,

$$\begin{aligned} \alpha_n(\psi^{(n)} V \psi^{(m)}) &= (\psi^{(n)}, \alpha_n V \Phi) + (\psi^{(n)}, \alpha_n V \frac{1}{E - H_0} \alpha_m V \psi^{(m)}) \\ &= K^{(n)}_{pp} + \sum \frac{K^{(n)}_{pp'} K^{(m)}_{p'p}}{E - E'} \end{aligned}$$

$$\alpha_m(\psi^{(m)}, V \psi^{(n)}) = K^{(m)}_{pp} + \sum \frac{K^{(m)}_{pp'} K^{(n)}_{p'p}}{E - E'}$$

由于 $K^{(n)}_{pp} = K^{(m)}_{pp}$, 故得

$$(\alpha_n - \alpha_m)(\psi^{(n)}, V \psi^{(m)}) = 0$$

由此即得正交性(14)式。

取尝试解 $K_{p'p}$, 对 $K^{(n)}_{p'p}$ 展开, 有

$$K_{p'p} = \sum c_n K^{(n)}_{p'p} \quad (15)$$

由于要保持 $K_{pp} = -ptg\delta$, 故应有

$$\sum c_n = 1 \quad (16)$$

把(15)代入(10)式, 利用(16), 得

$$\psi_p = \Phi_p + \sum_n c_n \sum_{p'} \frac{\Phi_{p'} K^{(n)}_{p'p}}{E - E'} = \sum c_n \psi_p^{(n)} \quad (17)$$

注意我們根据此式由 $K_{p'p}$ 确定 ψ_p , 假如 $K_{p'p}$ 不是准确解, 則(13)式不成立。

由(12)式, 有

$$\alpha_n(\psi_p^{(n)}, V \psi_p^{(n)}) = K^{(n)}_{pp} + \sum_{p'} \frac{(K^{(n)}_{pp'})^2}{E - E'}$$

利用 $\psi^{(n)}$ 的正交性和条件(16)即可得

$$J(K_{p'p}) = \frac{K_{pp} + \sum \frac{K_{pp'}^2}{E - E'}}{(\psi_p, V \psi_p)} = \frac{\sum c_n^2 \alpha_n(\psi_p^{(n)}, V \psi_p^{(n)})}{\sum c_n^2 (\psi_p^{(n)}, V \psi_p^{(n)})} = \alpha \quad (18)$$

变分原理为

$$\delta J[K_p, \phi_p] = 0$$

若 $(\phi_p^{(n)} | V \phi_p^{(n)})$ 恒为正和 α_n 有极大值, 则 (19) 式定出 (α) 的极大值。在一般情况下 (19) 式解出稳定值。

IV 計 算 舉 例

下面我們把以上两种变分法应用在一些简单計算上, 这些实例都有准确解, 因而可以和近似解比較。

为了計算的方便, 下面我們都取嘗試解为綫性疊加的形式:

$$f = \sum_i c_i f_i \quad (20)$$

代入 (6) 式 (18) 式中, 得

$$(\alpha) = \frac{\sum B_{ij} c_i c_j}{\sum A_{ij} c_i c_j}$$

由 $\partial(\alpha)/\partial c_i = 0$ 得

$$(B_{ij} - (\alpha)A_{ij})c_j = 0$$

因此行列式

$$|B_{ij} - (\alpha)A_{ij}| = 0 \quad (21)$$

解此行列式, 取最小的負根, 即为第一次达到某相移的位阱深度。

例(1) 方阱 s 波散射

取

$$V(r) = \begin{cases} 1 & r < \pi/2 \\ 0 & r > \pi/2 \end{cases}$$

在 $k=1$ 达到 s 波共振 $\delta_0 = \pi/2$ 的位阱深度的准确值为 $\alpha_0 = -3$ 。取嘗試波函数为

$$\varphi = \cos r(1 - \alpha e^{-r} - (1 - \alpha)e^{-2r}) \quad r < \pi/2,$$

解变分原理 (7) 得 $(\alpha) = -3.006$, 与准确解符合得很好。注意在这例中 α 的譜有极大值, 因而 $(\alpha) \leq \alpha_0$ 。

若用变分原理 (19), 首先应确定嘗試解的形式。我們可以參考 V_p, ϕ_p 的形式来选择函数 $K_{p,p}$ 。同时考虑到, $K_{p,p}$ 在 p' 正实軸上的极点将会影响到波函数在 $r \rightarrow \infty$ 处的行为, 因此 p' 只能有复奇点, 此外当 $p' \rightarrow 0$ 时, $K_{p,p} \sim p'^{l+1}$ 。根据这些考虑以及使計算方便, 我們选取最简单形式的嘗試解

$$K_{p'p} = -pt_0\delta f_{p'p},$$

$$f_{p'p} = \sum c_i \frac{p'}{p} \frac{p^2 + \mu_i^2}{p'^2 + \mu_i^2} \quad (22)$$

若只取兩項，令 $\mu_1=2, \mu_2=4$ ，解得 $(\alpha) = -2.76$ 。注意當用變分原理(19)時，在位阱以外的波函數一般不與準確波函數相合，因而不能保證 $(\alpha) \leq \alpha_0$ 。

例(2) 束縛態

當 $p = iK, K$ 為實數，且 $t_0\delta = -i$ 時，即化為束縛態問題，此時 α 譜有極大值。

舉庫倫場為例，取

$$V(r) = 1/r$$

選嘗試解為(22)的形式，取 $\mu_1=2K, \mu_2=4K$ ，解(19)式得 $(\alpha) = -2.04K$ ，而準確解為 $\alpha_0 = -2K$ 。

例(3) Regge軌迹

以氫原子定態為例。能級 $1s, 2p, 3d \dots$ 屬於同一 Regge 軌迹。我們知道準確波函數為 $x^{l+1}e^{-x}$ ，準確的軌迹方程為

$$2(l+1) = -\alpha/K \quad (23)$$

由於準確波函數是滿足條件 $x \rightarrow 0$ 時 $\psi \sim x^{l+1}$ 和 $x \rightarrow \infty$ 時 $\psi \sim e^{-x}$ 的最簡單形式的波函數，我們為了說明一些問題，在變分法中選取較差的形式上與 l 無關的波函數

$$\psi(x) = (c_1x^2 + c_2x^4)e^{-x} \quad x = Kr \quad (24)$$

此嘗試解在 $l=1$ 和 $l=3$ 是包含準確解，我們察看在其他 l 值下它能否給出滿意的結果。由於它不滿足 $x \rightarrow 0$ 時 $\psi \sim x^{l+1}$ 的行為，當 l 很大時它不可能給出較好的近似。把(24)代入(6)式中解變分原理，得到軌迹方程

$$l(l+1) = -\frac{34}{3} - \frac{5\alpha}{2K} + \frac{1}{3} \sqrt{580 + 180\frac{\alpha}{K} + 15\left(\frac{\alpha}{K}\right)^2} \quad (25)$$

此式與(23)式的比較見於下表中。

$-\alpha/K$	$l(25式)$	l 準確值
2.57	0	0.28
3	0.41	0.50
4	1.00	1.00
5	1.47	1.50
6	1.96	2.00
7	2.48	2.50
8	3.00	3.00

10	3.92	4.00
12	4.69	5.00
16	5.98	7.00

由上表看出,在 $0.5 < l < 5$ 的范围内,变分法给出的 l 值与准确 l 值很好符合。在这范围以外,两者可能有很大差别。这是由于(25)式的解析性质与(23)式是不同的。(23)式给出 $l(l+1)$ 为 α/K 的整函数,而(25)式在 $\alpha/K = -6 \pm i\sqrt{\frac{8}{3}}$ 处有支点。值得注意的是,虽然这支点距离我们所注意的綫段 $3 < (-\alpha/K) < 12$ 很近,但是正是在这綫段上(25)式与准确解接近。从这例子可以看出,当我们只要求得到 Regge 軌迹某一段的近似时,似乎不必对 Regge 軌迹的整个解析性质太着重考虑。这结果对于坊論中 Regge 軌迹的计算有一些启发。一方面从近来对 Yukawa 位能(6)和相对論量子力学[7]所作的一些计算表明, Regge 軌迹的一般性质是相当复杂的,可以存在复奇点、支点等等,在 $l < -\frac{1}{2}$ 半平面上的行为尤其复杂。这些特点很可能在坊論中也保持下来。另一方面,从现有的实验事实来看,对我们最有用的只是 $0 < \text{Re} l < 3$ 的一段 Regge 軌迹,它给出共振现象以及控制散射的高能行为。因此比较实际的方法似乎是找出计算这一段軌迹的近似方法,变分法可能作为这样一种近似方法。

V Bethe-Salpeter 方程

在坊論中最适合于讨论束缚态和 Regge 极点问题的是 Bethe-Salpeter 方程。近来一些作者在这方面做了一些工作[8]对于 Regge 軌迹,或者只得到对耦合常数的展开式,或者在忽略能量壳层外的影响的近似下得到一些关系。进一步的计算是必须的。在这一节中,我们在阶梯近似下得出与(18)式形式上相同的变分原理,留待以后再研究利用它作具体计算的可能性。

考虑标量粒子散射过程

$$p+q \rightarrow p'+q',$$

两粒子的质量分别为 m 和 μ ,交换粒子的质量为 M 。在阶梯近似下,不变振幅为(在各分母中略去 $-i\epsilon$)

$$\begin{aligned} T_{p'q';pq} &= -\frac{g^2}{(p'-p)^2+M^2} - ig^2 \iint \frac{d^4k d^4k'}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p'-k)^2+M^2} \times \\ &\quad \times \frac{1}{k^2+m^2} \frac{1}{k'^2+\mu^2} \delta(p+q-k-k') T_{kk';pq} \\ &= -\frac{g^2}{(p'-p)^2+M^2} - \frac{ig^2}{(2\pi)^4} \int d^4k \frac{1}{(p'-k)^2+M^2} \times \\ &\quad \times \frac{1}{k^2+m^2} \frac{1}{(p+q-k)^2+\mu^2} T_{kk';pq} \end{aligned} \quad (26)$$

如一般散射形式理論一樣，引入實矩陣 K 比較方便。 K 與 T 的關係是：

$$K = T + \frac{i(2\pi)^6}{2} \iint \frac{d^4 k d^4 k'}{(2\pi)^8} K \delta(k^2 + m^2) \delta(k'^2 + \mu^2) \delta(k + k' - p - q) T \quad (27)$$

在質心坐標中，有

$$K = T + \frac{i}{32\pi^2} \int d^3 \vec{k} \frac{1}{\omega \omega'} \delta(\omega + \omega' - p_0 - q_0) K T \quad (28)$$

按角動量分波後， K 和 T 的本征值為 K_A 和 T_A ，它們的關係是

$$K_A = T_A + \frac{i}{8\pi} \frac{k}{W} K_A T_A \quad (29)$$

$$T_A = - \frac{8\pi W}{k} e^{i\delta} \sin \delta \quad K_A = - \frac{8\pi W}{k} t q \delta \quad (30)$$

其中 W 和 k 分別代表質心系中的兩粒子總能量和各粒子的動量。

下面求 K 矩陣所滿足的方程。按照色散關係的分析，

$$T_{kk';pq} = \frac{1}{\pi} \int_{M^2}^{\infty} dt' \frac{A(s, t'; k^2, k'^2)}{t' + (p - k)^2 - i\epsilon} \quad (31)$$

代入 (26) 式中，注意到當 $s > (m + \mu)^2$ 和 $t < 0$ 的情形下 ($s = -(p + q)^2$, $t = -(p - p')^2$) 在 (26) 式右邊第二項的四个分母中，只有 k 和 k' 二條內綫可能同時貢獻 δ 函數項。如果令符號 P 表示在对 k_0 积分后的对 k 积分中取主值，即除去 k 和 k' 兩內綫同時在質量壳层下的貢獻，不难驗證

$$K_{p'q';pq} = - \frac{g^2}{(p' - p)^2 + M^2} - \frac{ig^2}{(2\pi)^4} P \int d^4 k \frac{1}{(p' - k)^2 + M^2} \frac{1}{k^2 + m^2} \frac{1}{(p + q - k)^2 + \mu^2} K_{kk';pq} \quad (32)$$

事實上，把 (32) 右邊代入 (27) 式中，可以驗明兩邊相等。

引入符號

$$V_{p'q';pq} = - \frac{1}{(p' - p)^2 + M^2}, \quad -i\Omega = \frac{1}{k^2 + m^2} \frac{1}{k'^2 + \mu^2} \quad (k' = p + q - k) \quad (33)$$

并略去 $p \int d^4 k / (2\pi)^4$ ，把 (32) 寫為

$$K = g^2 V + g^2 V \Omega K \quad (34)$$

乘以 $K \Omega$ ，并积分，得

$$K \Omega K = g^2 K \Omega V + g^2 K \Omega V \Omega K \quad (35)$$

由此容易得出下面一些变分原理:

$$J_1(K) = \frac{K - K\Omega K}{V - K\Omega V\Omega K} \quad (36)$$

或

$$J_2(K) = \frac{K + K\Omega K}{(I + K\Omega)V(I + \Omega K)} \quad (37)$$

等。在 (37) 中 I 为单位矩阵 $IV \equiv V$ 。(37) 式与 (18) 式完全相似。变分原理为

$$\delta J(K) = 0$$

J 的稳定值即为耦合常数 g^2 。

附 录

在这里证明 $\alpha(\lambda, k^2, \delta)$ 为这些参数的解析函数。应用文献[4]的符号, 对于物理解

$$\psi(\lambda, \alpha; x) = 2\lambda \left[C(\lambda, \alpha) S(\lambda, \alpha; x) - S(\lambda, \alpha) C(\lambda, \alpha; x) \right], \quad (\lambda = l + \frac{1}{2}) \quad (A1)$$

其中 $S(\lambda, x)$ 和 $C(\lambda, x)$ 都是微分方程 (1) 的解, 当 $x \rightarrow \infty$ 时分别趋于 $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 和 $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 。若

$$\psi(\lambda, \alpha; x) \sim \sin\left(x - \frac{l\pi}{2} + \delta\right)$$

則必需有

$$F(\lambda, \alpha, \mu) \equiv C(\lambda, \alpha) \cos \mu + S(\lambda, \alpha) \sin \mu = 0 \quad (A2)$$

$$\mu = \frac{l\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - \eta$$

由微分方程 (1) 可証

$$\psi \frac{\partial}{\partial \alpha} \psi'' - \psi'' \frac{\partial}{\partial \alpha} \psi = \psi^2 v(x)$$

$$\begin{aligned} \text{故} \quad \int_0^\infty \psi^2 v(x) dx &= \left(\psi \frac{\partial}{\partial \alpha} \psi' - \psi' \frac{\partial}{\partial \alpha} \psi \right) \Big|_0^\infty \\ &= (2\lambda)^2 \left(C(\lambda, \alpha) \frac{\partial}{\partial \alpha} S(\lambda, \alpha) - S(\lambda, \alpha) \frac{\partial}{\partial \alpha} C(\lambda, \alpha) \right) > 0 \end{aligned} \quad (A3)$$

由于

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha} = \frac{\partial C(\lambda, \alpha)}{\partial \alpha} \cos \mu + \frac{\partial S(\lambda, \alpha)}{\partial \alpha} \sin \mu \quad (A4)$$

比較 (A2—A4) 式, 可得

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha} \neq 0$$

由于 C 和 S 都是 λ 和 α 的解析函数, $F(\lambda, \alpha, \mu)$ 亦为 λ, α, δ 的解析函数. 故由 (A2) 可解出

$$\alpha = \alpha(\lambda, k^2; \delta) \quad (A5)$$

在一定区域内它是这些参数的解析函数。

参 考 文 献

- [1] W. kohn, phys. Rev. 74 (1948), 1763; 84 (1951), 496. B. A. Lippmann, J. Schwinger, Phys. Rev 79 (1950), 469. N. E. Tamm, ЖЭТФ 18 (1948), 337.
- [2] G. F. Chew, phys. Rev 94, (1954), 1755.
- [3] Ю. В. Новожилов, ВЛУ 4 (1957), 5
- [4] T. Regge, Nuo. Cim. 14 (1959), 951
- [5] T. Kato, Prog. Theor. Phys. 6 (1951), 394
- [6] A. Ahmadzaden, P. G. Burke, C. Tate, Phys. Rev. 131 (1963), 1315
- [7] G. S. Guralnik, C. R. Hagen, Phys. Rev. 130 (1963), 1259.
- [8] L. S. Liu, K. Tanaka, Phys. Rev. 129 (1963), 1876. B. W. Lee, R. F. Sawyer, Phys. Rev. 127 (1962), 2299, 2274. N. Nakanishi, Phys. Rev. 130 (1963), 1230.

Variational Method for Scattering and Regge Trajectories

Kwo She—hung

Abstract

A variation method for calculating the scattering phase shift, binding energy, resonance energy and Regge trajectory was proposed on the basis of the analytic properties of the scattering amplitude. The method was extended to field theory in the ladder approximation.