超 对 称 性

物理学系 郭硕鸿

一 引 言

基本粒子的对称性理论包括时空对称性和内部对称性两方面。虽然对这两方面都有过很多研究工作，但以前关于对称性问题的讨论有一定局限性，使人们还可能没有揭露出基本粒子的某些基本对称性质。例如，以前所研究的对称性都是玻色子和玻色子之间的对称性，或费米子和费米子之间的对称性，而没有讨论费米子与玻色子之间可能存在的对称性。另一个问题是人们还没有成功地把内部对称性与时空对称性非平凡地结合起来，组成更大的对称群。这两个问题是互相有联系的。

实验事实指出在玻色子与费米子之间可能存在着某种对称性。先看强子方面。我们知道介子的质量谱和重子的质量谱大体上是相似的[1]，介子的作用强度与重子的作用强度也是一致的。当用层子模型来描述强子相互作用时，$\overline{B}$BM顶角图（B代表重子，M代表介子）和MMM顶角图的差别仅在于“旁观”层子不同，而顶角中起作用的部分是一致的，因此，$\overline{B}$BM顶角和MMM顶角具有明显的对称性。此外如电荷半径、形式因子等性质对于介子和重子也是相似的。因此，系统地探讨玻色子与费米子之间的对称性对于解决强子理论的某些方面可能是有帮助的。

再看轻子和光子方面。目前弱电统一理论有可能把弱作用和电磁作用统一用规范场描述。这就自然会提出问题：光子与轻子之间是否存在着更基本的对称性？特别是，这里有两种零质量粒子：光子和中微子。对于光子我们了解得比较清楚，它是对应于未被破坏的对称性（电荷守恒）的规范场，因而它的质量必须为零。中微子作为零质量费米子是否也有更基本的物理原因？比如说，它是否由于某种对称性自发破坏所导致的零质量Goldstone粒子？要弄清楚这些问题，也需要研究玻色子与费米子之间的对称性，把原来属于玻色子的概念推广到费米子中去。

关于时空对称性与内部对称性的结合方面，非相对论SU(6)群对于粒子分类和静态性质有某些成功。但是它本质上是非相对论性的，任何想把它相对论化的企图都遇到困难。这些困难导致所谓“no go”定理[2]的建立。这定理断言，在相当宽的物理条件下，S矩阵的对称性只能是内部对称群与Poincaré群的直积。因此，如果用李群来表述对称性质，就不能把时空对称性与内部对称性进一步结合起来。

以往研究对称性的一种局限性是限于用李群来表述连续变换对称性。李群的生成元都是玻色型算子，李代数是这些算子的对易关系。因此，用李群不可能把玻色子与费米子联系起来，但是，如果把李群推广，使它含有一些费米型生成元，推广的李代数包括这些生成元的反对易关系，则研究对称性的范围就可以扩大。一方面，我们可以研究费米——玻色对称性；另一方面，由于越出了"no go"定理条件的限制，也就有可能把时空对称与内部对称性结合起来。这种包括玻色——费米对称性在内的新对称性称为超对称性。超对称变换是由Volkov，Akulov[3]以及Wess，Zumino[4]提出的。

本文的目的是介绍超对称性的基本概念，导出其主要数学表述形式，特别是有关规范场方面的理论，并简略地讨论有关超对称理论的一些进展和存在问题。

第二节我们引入费米荷，超对称变换和超对称代数。第三节引入超场方法，说明如何由超场组成超对称不变的作用量和拉氏密度。第四节介绍推广规范场理论和一个亚贝尔规范场模型。第五节讨论目前有关超对称理论的一些进展和存在问题。文中所用符号和一些计算公式列于附录中。

二 超对称代数

1、费米荷

通常李群的所有生成元都属于玻色荷，其李代数是这些荷的对易关系，为了研究费米子与玻色子之间的对称性，必须引进费米荷。扩大后的代数包括这些费米荷之间的反对易关系以及费米荷与玻色荷之间的对易关系。这种代数是推广的李代数[5][6]，或称赝李代数。

费米荷的时空变换性质属于旋量。最简单的超对称理论是引入一个旋量费米荷Q_r及其共轭算子$\overline{Q}_{\dot r}$。Q_r对场量作用使标量场转变为左手旋量场，而$\overline{Q}_{\dot r}$使标量转变为右手旋量场。一般来说，超对称模型不一定可以引入费米子数，这时左手旋量ψ_r与右手旋量$\overline{\psi}_{\dot r}$合为一个Majorana旋量，不带费米子数。这种超对称模型不能用来直接描述费米子数守恒的作用。因为物理上费米子数守恒是一条基本规律，所以我们需要在理论中引进费米子数。为此，我们要求理论对于费米子数规范变换

$$Q_r \to e^{i\lambda} Q_r, \qquad \overline{Q}_{\dot r} \to e^{-i\alpha} \overline{Q}_{\dot r} \tag{1}$$

不变。这时Q_r带费米子数$f=+1$，而$\overline{Q}_{\dot r}$带$f=-1$，Q_r是使标量场转变为左手费米子场的算子，而$\overline{Q}_{\dot r}$是使标量场转变为右手反费米子场的算子。这样处理时可以保证费米子数守恒，但是却没有宇称守恒。费米子数守恒和宇称守恒相矛盾的现象是这种简单超对称理论的一个特征。[7]

超对称变换的参量是旋量ζ^r及其复共轭旋量$\bar{\zeta}^{\dot{r}}$，它们互相反对易，并与所有费米场量反对易。超对称幺正变换可以写为

$$U=e^{i\zeta^r Q_r+i\bar{Q}_{\dot{r}}\bar{\zeta}^{\dot{r}}} \tag{2}$$

（注意取复共轭时费米量的次序需要颠倒）。

2、超 多 重 态

在超对称变换下，费米场与玻色场互相变换，因此多重态包括一些费米场和玻色场在内。Wess和Zumino[4]首先研究了一个简单的超多重态，它含有一个复标量场Φ，一个旋量场Ψ_r和另一个复标量场F。如果引入费米子数，这三个场的费米子数分别是$f=0,1,2$，标量场F可以看作是两个自旋反平行的费米子组成的标量。因为Q_r和$\bar{Q}_{\dot{r}}$分别是$\Delta f=+1$和-1的算子，由洛仑兹不变性，容易看出它们作用到场分量上的可能形式为

$$\begin{aligned} &i[Q_r,\Phi]=\Psi_r, && -i[\bar{Q}_{\dot{s}},\Phi]=0,\\ &i[Q_r,\Psi_u]=\bar{\varepsilon}_{ru}F, && -i[\bar{Q}_{\dot{s}},\Psi_u]=i\partial_{u\dot{s}}\Phi,\\ &i[Q_r,F]=0, && -i[\bar{Q}_{\dot{s}},F]=i\partial_{u\dot{s}}\Psi^u \end{aligned} \tag{3}$$

由(3)式容易验证

$$\begin{aligned} &[\{Q_r,\bar{Q}_{\dot{s}}\},\Phi]=i\partial_{r\dot{s}}\Phi,\\ &[\{Q_r,\bar{Q}_{\dot{s}}\},\Psi_u]=i\partial_{r\dot{s}}\Psi_u,\\ &[\{Q_r,\bar{Q}_{\dot{s}}\},F]=i\partial_{r\dot{s}}F. \end{aligned} \tag{4}$$

即反对易子$\{Q_r,\bar{Q}_{\dot{s}}\}$作用在超多重态（$\Phi,\Psi_u,F$）上相当于平移算子$P_{r\dot{s}}$。

由这实例看出，若设P_μ与Q_r和$\bar{Q}_{\dot{s}}$对易，则Q_r，$\bar{Q}_{\dot{s}}$和P_μ可以构成闭合的代数，而多重态（Φ,Ψ_u,F）是相应的对称群的一个表示。在无穷小超对称变换下(ζ^r是无穷小参量)，

$$\delta\Phi=\zeta^r\Psi_r,$$

$$\delta\Psi_r = \zeta_r F + i\partial_{r\dot{s}}\Phi\,\bar{\zeta}^{\dot{s}} \tag{5}$$

$$\delta F = -i\partial_{u\dot{s}}\Psi^{u}\,\bar{\zeta}^{\dot{s}}$$

3、超对称代数

最简单的超对称代数含有一个旋量费米 荷Q_r及 其共轭 $\bar{Q}_{\dot{r}}$，它们和Poincaré群的生成元P_μ，$M_{\mu\nu}$组成一个推广的李代数。此代数含有对易子和反对易子（两个费米荷之间为反对易子，其它情况为对易子）：

$$\{Q_r,\ \bar{Q}_{\dot{s}}\} = \sigma^{\mu}{}_{r\dot{s}}P_\mu \equiv P_{r\dot{s}},$$

$$[P_\mu,\ Q_r] = [P_\mu,\ \bar{Q}_{\dot{s}}] = 0,$$

$$[M_{\mu\nu}, Q_r] = \frac{1}{2}(\sigma_{\mu\nu})_r{}^{s}Q_s$$

$$[M_{\mu\nu},\ \bar{Q}_{\dot{r}}] = \frac{1}{2}(\bar{\sigma}_{\mu\nu})_{\dot{r}}{}^{\dot{s}}\bar{Q}_{\dot{s}}$$

这些式子连同Poincaré群生成元的对易子组成一个推广李代数。此代数是poincaré代数的扩展，反映推广的时空对称性。

如果再考虑内部对称性，我们可以引入多个费米荷Q^L_r及其共轭荷 $\bar{Q}^L_{\dot{r}}$，其中L是和内部对称性有关的指标。Haag等人[8]曾研究了S矩阵最一般的超对称性质。他们指出在有质量情形费米荷的引入不导致时空对称性与内部对称性的非平凡结合。但在零质量情形，还可以引进另一类费米荷$Q^{(1)L}_{r}$，$\bar{Q}^{(1)L}_{\dot{r}}$，它们与P_μ不对易，所有费米荷之间的反对易子给出全部时空对称生成元和内部对称生成元。因此这情形下内部对称性可以和时空对称性完全结合起来。

三　超場和超对称模型

在这节中我们介绍研究超对称性的一种有力数学形式——超场表示方法，并说明怎样用超场组成具有超对称性的作用量和拉氏密度。

1、超　场

在通常场论中，我们分别处理每一种不同自旋粒子的场。由于超对称性要研究几种不同自旋粒子之间的关系，所以我们应该把场的概念推广，使不同自旋粒子的

场用一个场统一描述。推广的场不仅依赖于时空坐标x_μ，而且还依赖于一些自旋变量。在最简单的情况下，可以引入一个自旋变量θ^r及其复共轭$\bar{\theta}^{\dot{r}}$，推广的场是x_μ以及自旋变量θ^r，$\bar{\theta}^{\dot{s}}$的函数

$$\Phi=\Phi(x_\mu,\theta^r,\bar{\theta}^{\dot{s}})。\tag{7}$$

这种推广的场称为超场。[9][10]

自旋变量θ^r和$\bar{\theta}^{\dot{s}}$是反对易变数。它们互相反对易，并且与所有费米场量反对易，而与玻色场量对易。

由于θ^r的反对易性，任何一个θ^r的平方为零。因此，如果把Φ按θ^r和$\bar{\theta}^{\dot{s}}$幂次展开，则展开式为θ^r和$\bar{\theta}^{\dot{s}}$的四次多项式。例如实超场Φ的展开式为

$$\begin{aligned}\Phi(x,\theta^r,\bar{\theta}^{\dot{s}})=&\Phi+\theta^r\psi_r+\bar{\psi}_{\dot{s}}\bar{\theta}^{\dot{s}}+\tfrac{1}{2}\theta^r\theta_rF+\tfrac{1}{2}\bar{\theta}_{\dot{s}}\bar{\theta}^{\dot{s}}\bar{F}\\&+\bar{\theta}^{\dot{s}}\theta^r\Lambda_{r\dot{s}}+\tfrac{1}{2}\theta^r\theta_r\bar{\theta}^{\dot{s}}\lambda_{\dot{s}}+\tfrac{1}{2}\bar{\theta}_{\dot{s}}\bar{\theta}^{\dot{s}}\theta_r\bar{\lambda}^r+\tfrac{1}{4}\theta^r\theta_r\bar{\theta}_{\dot{s}}\bar{\theta}^{\dot{s}}D。\end{aligned}\tag{8}$$

θ^r和$\bar{\theta}^{\dot{s}}$可以组成一个Majorana旋量，这时所有场量都不带费米子数。如果我们要求理论对费米子数守恒，可以令θ^r为$f=-1$的左手旋量，$\bar{\theta}^{\dot{s}}$为$f=+1$的右手旋量，这时超场Φ的所有分量都带有一定的费米子数。

对反对易变数θ^r的微分运算按通常规则进行，但需注意其反对易性质。对θ^r的积分运算规则为[5][11]

$$\int d\theta^r=0,\qquad\int\theta^r d\theta^s=\delta^{rs}\tag{9}$$

可以证明此积分规则相当于对费米占据数求和。

拉氏密度由超场及其对时空和自旋变量的导数组成，而作用量S为L对全部时空和自旋变量的积分

$$S=\int d^4x\,d\theta^1\,d\theta^2\,d\bar{\theta}^{\dot{2}}\,d\bar{\theta}^{\dot{1}}\,L(x,\theta^r,\bar{\theta}^{\dot{s}})\tag{10}$$

令

$$dv=d^4xd^2\theta d^2\bar{\theta},\tag{11}$$

$(d^2\theta=d\theta^1d\theta^2)$则上式写为

$$S=\int dvL(x,\theta^r\,\bar{\theta}^{\dot{s}})\tag{10a}$$

把L对自旋变量展开

$$L=L_0+\theta^rL_r+\cdots+\tfrac{1}{4}\theta^r\theta_r\bar{\theta}_{\dot{s}}\bar{\theta}^{\dot{s}}L_D(x)\tag{12}$$

则按照积分规则(9)式，只有最后一项对S有贡献，因而

$$S=\int d^4xL_D(x)\tag{13}$$

因此，L展开式的D分量$L_D(x)$就是通常的拉氏密度$L(x)$。下面我们说明如何由超场组成具有超对称性的拉氏密度。

2、由超场组成超对称不变量

按照积分规则(9)式，

$$\int dv \frac{\partial}{\partial\theta^r}(\overline{\Psi}\Phi)=0$$

由此

$$\int dv\overline{\Psi}\frac{\partial}{\partial\theta^r}\Phi=-\int dv\left(\frac{\partial}{\partial\theta^r}\overline{\Psi}\right)\Phi$$

容易验证

$$\frac{\partial}{\partial\theta^r}\overline{\Psi}=-\left(\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^r}\Psi\right)^*$$

因此，如果定义内积为

$$(\Psi,\Phi)=\int dv\overline{\Psi}\Phi \tag{14}$$

则算子$\frac{\partial}{\partial\theta^r}$的厄米共轭即为$\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{r}}}$。由此，作用在超场上时，可取算子$Q_r$和$\overline{Q}_{\dot{s}}$的显示形式为

$$iQ_r=\frac{\partial}{\partial\theta^r}+\frac{i}{2}\partial_{r\dot{s}}\bar{\theta}^{\dot{s}},$$

$$-i\overline{Q}_{\dot{s}}=\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{s}}}+\frac{i}{2}\theta^r\partial_{r\dot{s}} \tag{15}$$

容易验证Q_r和$\overline{Q}_{\dot{s}}$满足代数(6)式，而且它们互为厄米共轭。超对称变换(2)式为么正变换。因此，取任意个超场的乘积并对dv积分(相当于取乘积的D分量)即得超对称不变量。

为了组成超对称动能项，我们引入协变微分

$$\left.\begin{aligned}D_r&=\frac{\partial}{\partial\theta^r}-\frac{i}{2}\partial_{r\dot{s}}\bar{\theta}^{\dot{s}},\\ D_{\dot{s}}&=\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}_{\dot{s}}}-\frac{i}{2}\theta^r\partial_{r\dot{s}}.\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

容易看出，

$$\{D_r,Q_s\}=\{D_r,\overline{Q}_{\dot{s}}\}=\{\overline{D}_{\dot{r}},Q_s\}=\{\overline{D}_{\dot{r}},\overline{Q}_{\dot{s}}\}=0 \tag{17}$$

因此，协变微分对超对称变换(2)式是不变量，而对洛仑兹变换协变(变换性质如旋量)。因此，只要由$D_r\Phi$，$\overline{D}_{\dot{s}}\Phi$等组成洛仑兹不变量，对$dv$积分后即得超对称不变

量。含有几个超场Φ_i的超对称拉氏密度一般可以写为

$$l=l(\Phi_i,\ \partial_\mu\Phi_i,\ D_r\Phi_i,\ \bar{D}_{\dot{s}}\ \Phi_i)。\tag{18}$$

它的每一项都是洛仑兹不变量。

3. 一个超对称模型

利用协变微分算子对超场Φ加上一些洛仑兹协变的条件，这条件就是超对称协变的。因此，超场Φ一般可约，而用协变微分算子附加一些条件后可以得到不可约的超场。例如，对Φ附加条件

$$\bar{D}_{\dot{s}}\Phi=0\tag{19}$$

所得超场是不可约的。此超场称为左手超场Φ_L[15]由(16)式

$$\left(\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{s}}}-\frac{i}{2}\theta^r\partial_{r\dot{s}}\right)\Phi_L=0\ ,$$

其解为

$$\begin{aligned}\Phi_L(x,\theta,\bar{\theta})&=e^{-\frac{i}{2}\theta^r\ \bar{\theta}^{\dot{s}}\ \partial_{r\dot{s}}}\ \Psi(x,\theta)\\&=e^{-\frac{i}{2}\theta^r\ \bar{\theta}^{\dot{s}}\ \partial_{r\dot{s}}}\ (\Phi+\theta^r\psi_r+\tfrac{1}{2}\theta^r\theta_rF)\end{aligned}\tag{20}$$

此超场只含三个独立分量Φ，ψ_r和F，它正是Wess-Zumino[4]第一次提出的标量超多重态。

同样可以定义右手超场

$$D_r\Phi_R=0.\tag{21}$$

其解为

$$\Phi_R(x,\theta,\ \bar{\theta})=e^{\frac{i}{2}\theta^r\ \bar{\theta}^{\dot{s}}\partial_{r\dot{s}}}\ (\bar{\Phi}+\bar{\Psi}_{\dot{s}}\bar{\theta}^{\dot{s}}+\tfrac{1}{2}\bar{\theta}^{\dot{s}}\bar{\theta}_{\dot{s}}\bar{F}).\tag{22}$$

自由左手超场的拉氏密度可取为

$$L_0=\bar{\Phi}_L\Phi_L.\tag{23}$$

对自旋变量积分后即得普通拉氏密度

$$L_0(x)=\int d^2\theta d^2\bar{\theta}\,(\bar{\Phi}_L\Phi_L)=(\bar{\Phi}_L\Phi_L)_D\tag{24}$$

（附标D表示取乘积的D分量）由(20)式容易得出

$$L_0(x)=-\partial_\mu\bar{\Phi}\,\partial^\mu\Phi+i\bar{\Psi}^{\dot{s}}\partial_{r\dot{s}}\ \Psi^r+\bar{F}\,F。\tag{25}$$

如果不引入费米子数，此模型还可以有超对称不变的质量项。注意到左手场量对

$$ds = d^4x d^2\theta \tag{26}$$

积分（相当于取被积函数的F分量）即可得超对称不变量，因此，可取质量项为

$$L_m = \frac{m}{2} Re\int d^2\theta \Phi_L \Phi_L = mRe(F\Phi + \tfrac{1}{2}\Psi^r \Psi_r)。 \tag{27}$$

同样，可取Φ_L^3自作用项

$$L_g = gRe\int d^2\theta (\Phi_L)^3 = gRe(\Phi^2 F + \Phi\Psi^r \Psi_r)。 \tag{28}$$

拉氏密度

$$L(x) = L_0 + L_m + L_g \tag{29}$$

代表具有Φ_L^3自作用的一个超对称模型。由于拉氏密度中不出现F的时空导数，F只是一个辅助场量，可通过拉氏方程消去。因此，这模型实际上只含两个独立的场Φ和Ψ_r.

Iliopoulos 和 Zumino[12]研究了这模型的微扰论和重正化问题。这点在下面再讨论。

四 推广规范变换和规范场

1、一般理论[13]-[15]

在通常场论中，对定域规范变换

$$\Phi \to e^{i\Lambda(x)}\Phi$$

的不变性要求引入规范场。规范场是和守恒物理量相联系的。在超对称理论中，由于$\Phi(x)$推广为超场$\Phi(x,\theta,\bar\theta)$，因此，定域规范变换也应该推广为

$$\Phi \to e^{i\Lambda(x,\theta,\bar\theta)}\Phi。 \tag{30}$$

若

$$\bar\Lambda = \Lambda, \tag{31}$$

则$\bar\Phi\Phi$保持不变。但对Φ作用微分算子∂_μ, D_r和$\bar D_{\dot s}$时，必须引入规范场才能保持作用量的不变性。对应于D_r, $\bar D_{\dot s}$和∂_μ，分别引入规范场Ψ_r, $\bar\Psi_{\dot s}$和A_μ。在规范变换(30)下，规范场作变换

$$\begin{aligned}\Psi_r &\to \Psi_r + iD_r\Lambda,\\ \bar\Psi_{\dot s} &\to \bar\Psi_{\dot s} + i\bar D_{\dot s}\Lambda,\end{aligned} \tag{32}$$

$$A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu \Lambda,$$

而微分算子改为规范协变微分

$$D_r \to D_r - \bar{\Psi}_r,$$

$$\bar{D}_{\dot{s}} \to \bar{D}_{\dot{s}} - \bar{\Psi}_{\dot{s}}, \tag{33}$$

$$\partial_\mu \to \partial_\mu - iA_\mu。$$

由于

$$\{D_r, \bar{D}_{\dot{s}}\} = -i\partial_{r\dot{s}}, \tag{34}$$

可以取

$$A_{r\dot{s}} = D_r\bar{\Psi}_{\dot{s}} + \bar{D}_{\dot{s}}\Psi_r。 \tag{35}$$

所以实际上只需引入一个旋量规范超场Ψ_r及其 复 共轭$\bar{\Psi}_{\dot{s}}$ 。

2、一个亚贝尔规范场模型

文献〔13〕中研究了推广量子电动力学的超对称模型，〔14〕－〔15〕研究了非亚贝尔规范场模型。我们在这里只导出一个简单的亚贝尔规范场模型。

设Φ满足规范不变条件

$$(\bar{D}_{\dot{s}} - \bar{\Psi}_{\dot{s}})\Phi = 0, \tag{36}$$

其中$\bar{\Psi}_{\dot{s}}$为规范场。若取

$$\bar{\Psi}_{\dot{s}} = \bar{D}_{\dot{s}}\Sigma, \tag{37}$$

则方程(36)的解为

$$\Phi = e^{\Sigma}\Phi_L。 \tag{38}$$

Φ_L为左手超场。Φ场的规范变换

$$\Phi \to e^{i\Lambda}\Phi, \quad (\Lambda = \Lambda_L + \bar{\Lambda}_L) \tag{39}$$

可以分别吸收到“物质场”Φ_L和“规范场”Σ的变换中去：

$$\Phi_L \to e^{i\Lambda_L}\Phi_L, \quad \Sigma \to \Sigma + i\bar{\Lambda}_L \tag{40}$$

按照这个观点，“规范场”和“物质场”是同一个超场Φ的不同部分，而且自然给出它们的不同变换方式。

一个超对称规范不变量可以取为

$$\bar{\Phi}\Phi = \bar{\Phi}_L e^{\Sigma+\bar{\Sigma}}\Phi_L = \bar{\Phi}_L e^{gV}\Phi_L, \tag{41}$$

其中$g^{v}=\Sigma+\bar{\Sigma}$。$V$为实规范场，其变换为

$$V \to V + \frac{i}{g}(\bar{\Lambda}_L - \Lambda_L)。\tag{42}$$

由于左场Λ_L含有三个独立分量χ,ξ_r和F：

$$\Lambda_L = e^{-\frac{i}{2}\theta^r \bar{\theta}^{\dot{s}} \partial_{r\dot{s}}} (\chi + \theta^r \xi_r + \frac{1}{2}\theta^r \theta_r F) \tag{43}$$

可以选Λ_L的三个独立分量刚好消去V的三个分量Φ,Ψ和F。因此，在此特殊规范下有

$$V = \bar{\theta}^{\dot{s}} \theta^r A_{r\dot{s}} + \frac{1}{2}\theta^r \theta_r \bar{\theta}^{\dot{s}} \lambda_{\dot{s}} + \frac{1}{2}\bar{\theta}_{\dot{s}} \bar{\theta}^{\dot{s}} \bar{\lambda}_r \theta^r$$
$$+ \frac{1}{4}\theta^r \theta_r \bar{\theta}_{\dot{s}} \bar{\theta}^{\dot{s}} D \tag{44}$$

在这特殊规范下，还可以作保持$\bar{\chi}-\chi$不变的规范变换，即还可以改变χ的实部χ_1，

$$gA \to gA + \bar{\theta}^{\dot{s}} \theta^r \partial_{r\dot{s}} \chi_1。\tag{45}$$

由此，V的各分量作规范变换

$$A_\mu \to A_\mu + \frac{1}{g}\partial_\mu \chi_1,$$
$$\lambda_{\dot{s}} \to \lambda_{\dot{s}}, \quad D \to D。\tag{46}$$

这就是通常意义下的规范变换。A_μ为规范场，$\lambda_{\dot{s}}$和D为中性场。

规范场强可以取为

$$W_r = \frac{1}{2}\bar{D}_{\dot{s}} \bar{D}^{\dot{s}} D_r V \tag{47}$$

利用D_r的性质容易证明W_r为规范不变量。规范场动能项可取为$\frac{1}{4}(W^r W_r)_F$（附标F表示取展开式的F分量）。规范场动能项与(41)式相加即得此模型的拉氏密度，经过较繁的计算得到

$$L(x) = \frac{1}{4}(W^r W_r)_F + (\bar{\Phi}_L e^{g^v} \Phi_L)_D$$
$$= -\frac{1}{4}f_{\mu\nu}f^{\mu\nu} + \frac{i}{2}\bar{\lambda}^r \partial_{r\dot{s}} \lambda_{\dot{s}} + \frac{1}{2}D^2$$
$$+ (\partial_\mu + igA_\mu)\bar{\Phi}(\partial_\mu - igA_\mu)\Phi + i\bar{\Psi}_{\dot{s}}(\partial^{r\dot{s}} - igA^{r\dot{s}})\Psi_r$$
$$+ \bar{F}F + g\bar{\Psi}_{\dot{s}}\lambda^{\dot{s}}\Phi + g\bar{\Phi}\bar{\lambda}^r\Psi_r + g\bar{\Phi}\Phi D. \tag{48}$$

式中 $f_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. 场量$F$和$D$为辅助场量，可通过拉氏方程消去。此模型含有

带电标量场Φ，带电左旋场Ψ_r和中性右旋场λ^s_r，相互作用包括带电场与A_r的作用，Φ场与旋量场的作用以及Φ^4自作用。

虽然这模型还不是一个实际模型，但是它含有一些值得注意的特点。模型中除含有一个零质量规范场A_μ外，还含有一个零质量中性旋量场λ_r^s。中微子是否属于这类旋量场？这是一个很有意义的问题。正是由于研究这个问题最先引入了超对称变换[3]。以后一些研究工作[16]表明自发超对称破坏导致出现一个Goldstone费米子，而中微子可能是这种Goldstone粒子。此外，这模型有最大宇称破坏，如果我们能够适当引入宇称守恒项，则这模型可以用来统一描述宇称守恒的电磁作用和具有最大宇称破坏的弱作用。这模型还含有自作用的标量场Φ，通过某种自发破坏机制，它可以给模型中其他场以不同质量，导致超对称性的破坏。由于这些特点，超对称规范场问题值得进一步深入研究。

五　讨　论

现在我们简略地讨论关于超对称理论的一些进展和存在问题。

1、*关于重正化问题*对一些超对称模型(如Φ^3作用模型，亚贝尔和非亚贝尔规范场模型）的重正化问题曾作过不少研究[13][14][17]。结果表明，对于可重正化理论，超对称模型的可重正化性比起对应的通常场论模型一般有所改善。例如Φ^3模型只需引入一个无穷大常数（波函数重正化）即可重正化，而没有顶角发散和交缠发散，且不需引入质量抵消项。关于杨一Mills场模型，只需引入波函数重正化，电荷重正化以及鬼态波函数重正化即可使理论重正化。但是，对于某些原来不可重正化的模型，推广到超对称模型后是否有可能重正化，这问题还没有解决。

2、*关于宇称问题*上面我们指出过，超对称模型的一个困难是费米子数守恒和宇称守恒之间的矛盾。若要求费米子数守恒，则简单的模型不能有宇称守恒。引入宇称双重态可以保持宇称守恒，但是只有在明显破坏宇称的情形下，两个镜像部分才能沟通起来。Salam等人[18]研究了一个规范场模型，其中除了规范场V外，还有一个附带的规范场S_R，当两个规范场的耦合常数有一定关系时，可以保持宇称守恒。V和S_R可能是有联系的统一体，其意义还须进一步弄清楚。但由此模型可见，宇称的困难不是不可克服的。

3、*关于自发破坏和Higgs机制* Salam等人[15]研究了一个非亚贝尔规范场模型，结果表明，在超对称理论中可以引入内部对称性的自发破坏，而且Higgs机制起作用。Fayet[16]还研究了超对称性的自发破坏。在规范不变拉氏密度中，引入正比于规范场D分量的一项。这项本身具有超对称性，但它的引入就触发超对称性的破坏，在一定条件下还导致内部对称性的破坏。这点是重要的。因为假如在基本粒子中实际存在超对称性的话，这种对称性必然是被破坏的。因此任何实际的模型都应该是破坏超对称性的模型。

4、关于实际模型问题 虽然在形式理论方面有不少进展，但是还没有建立比较接近实际的模型。在轻子的弱电统一超对称模型方面有一些进展。Fayet 等[16]研究了Wess•Zumino的推广量子电动力学模型[18]，引进超对称自发破坏，证明有一个零质量的Goldstone旋量粒子。在此基础上Fayet进一步研究了一个$SU(2)\times U(1)$规范场模型，其中含有宇称双重态Φ_L，Φ_R；规范场$\bar{V}$，V'和另一标量多重态S。引入超对称自发破坏和规范对称自发破坏后，此模型含有如下的粒子：

矢量： A_μ， Z°_μ， $W^\pm_\mu$，

旋量： e_-， E_-， e_o， E_o， ν_L，

标量： Z， ω， φ， ω_-。

其中ν_L为中微子，e_0,E_0和E_-为重轻子，这样型中，重轻子、中间玻色子和标量粒子的质量都属同一数量级。但这类模型还有一定任意性，它们是否能在一定程度上反映实验事实还需作进一步研究。

关于强子方面，目前还没有较好的理论分析。这方面似乎应该结合层子模型来研究，才可能得到有实际意义的超对称模型。

附 录

在这附录中，我們把本文所用的符号和一些公式列出。

我們采用 Bjorken-Drell的符号

$$\gamma^\mu\gamma^\nu+\gamma^\nu\gamma^\mu=2g^{\mu\nu} \tag{A-1}$$

$g^{\mu\nu}$的对角元为$(+1,-1,-1,-1)$。

在γ^5对角表象中，Dirac旋量写为

$$\psi^A=\begin{pmatrix}\psi_r\\ \chi^{\dot{s}}\end{pmatrix} \tag{A-2}$$

ψ_r是左手旋量，$\chi^{\dot{s}}$是右手旋量。若$\chi^{\dot{s}}=\bar{\psi}^{\dot{s}}$旋量$\psi^A$就是 Majorara 旋量。

γ 矩陣为

$$\gamma^\mu=\begin{pmatrix}0 & (\sigma^\mu)_{r\dot{s}}\\ (\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{s}r} & 0\end{pmatrix} \tag{A-3}$$

其中

$$(\sigma^\mu)_{r\dot{s}}=(1,\vec{\sigma}),\quad (\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{s}r}=(1,-\vec{\sigma}) \tag{A-4}$$

$\vec{\sigma}$为泡里矩陣。旋量符号采用

$$u^r=\bar{\varepsilon}^{rs}u_s,\qquad u^{\dot{r}}=\bar{\varepsilon}^{\dot{r}\dot{s}}u_{\dot{s}} \tag{A-5}$$

$$\varepsilon^{12}=\varepsilon^{\dot{1}\dot{2}}=\bar{\varepsilon}_{12}=\bar{\varepsilon}_{\dot{1}\dot{2}}=1$$

4－矢量v^μ可化为$v_{r\dot{s}}$形式，

$$v^\mu = \frac{1}{2}\sigma^\mu{}_{r\dot{s}}\, v^{r\dot{s}} \tag{A-6}$$

$$v_{r\dot{s}} = \sigma^\mu{}_{r\dot{s}}\, v_\mu$$

$\sigma^{\mu\nu}$矩陣定义为

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu - \sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu), \quad \bar{\sigma}^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\bar{\sigma}^\mu\sigma^\nu - \bar{\sigma}^\nu\sigma^\mu) \tag{A-7}$$

参 考 文 献

〔1〕关于强子譜的規律性可参看 J.L. Rosner, Phys. Reports 11c (1974) 191.
〔2〕S. Coleman, J. Mandula, Phys. Rev. 159 (1967) 1251.
〔3〕D.V. Volkov, V.P. Akulov, Phys Letters B46 (1973) 109.
〔4〕J. Wess, B. Zumino, Nucl. Phys. B70 (1974) 39.
〔5〕Ф.А. Березин, Г.И. Кац, Мат. СБорник 82 (1970) 343.
〔6〕L. Corwin, Y. Ne′eman, S. Sternberg, Rev. Mod. Phys. 47 (1975) 573
〔7〕A. Salam, J. Strathdee, Nucl. phys. B87 (1975) 85
〔8〕R. Haag, J.T. topuszan′ski, M. Sohnius, Nucl. Phys. B88 (1975) 257.
〔9〕A. Salam, J. Strathdee, Nucl. phys. B76 (1974) 477; B86 (1975) 142.
〔10〕S. Ferrara, B. Zumino, Phys. Letters 51B (1974) 239.
〔11〕C. Montonen, Nuo. Cim. 19A (1974) 69.
〔12〕J. Iliopoulos, B. Zumino, Nucl. Phys. B76 (1974) 310
〔13〕J. Wess, B. Zumino, Nucl. Phys. B78 (1974) 1
〔14〕S. Ferrara, B. Zumino, Nucl. phys. B79 (1974) 413
〔15〕A. Salam, J. Strathdee, Phys. Rev. D11 (1975) 1521.
〔16〕P. Fayet, Nucl. Phys. B90 (1975) 104; B78 (1974) 14.
P. Fayet, J. Iliopoulos, Phys. Letters 51B (1974) 461.
〔17〕S. Ferrara, O. Piguet, Nucl. phys. B93 (1975) 261.
D.M. Capper, G. Leibbrandt, Nucl. phys. B85 (1975) 492.
F. Fujikawa, w. Lang, Nucl. Phys. B88 (1975) 61.
〔18〕A. Salam, J. Strathdee, Nucl. phys. B93 (1975) 23.