

不等面积油腔滑阀反馈节流径向轴承刚度分析及其在冷轧机上的应用

数力系 74届轴承课题组
指导教师 马汝念 周之铭

一、前言

近年来静压新技术在国内应用愈来愈广，对于具有对称等面积的油腔结构的静压轴承，已经有了较多的理论分析、设计计算和实际应用〔1〕。静压轴承逐步推广应用于大型机床，解决具有各种特殊要求载荷条件，提高轴承的承载能力，可以采用不等面积油腔结构的静压轴承。本文就图1结构的轴承，通过引进面积比等参数，导出其无量纲的刚度曲线方程，提出计算方法和设计参数的一些选取方案，并将它应用于广州第三轧钢厂的冷轧机的设计计算上。

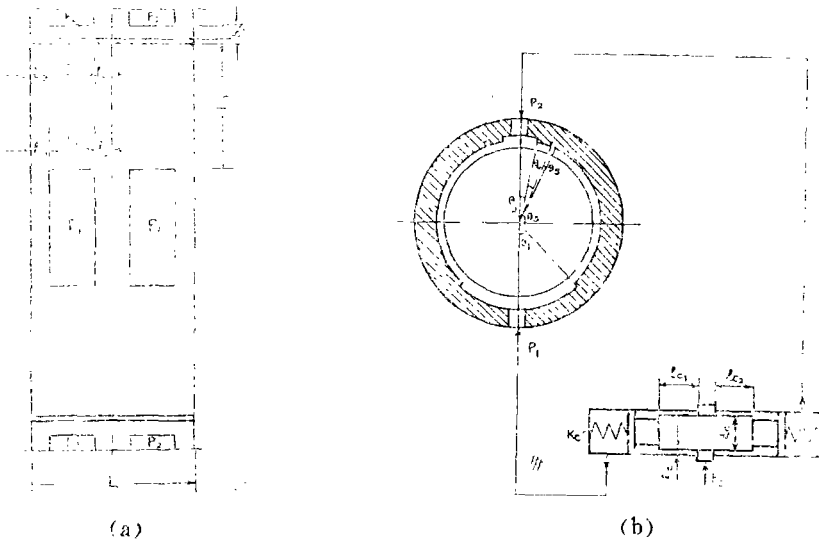


图 1

二、理论公式的推导与计算方法

在以下的推导过程中，我们假定油路中的油流状态是层流，油温不变，油是不可压缩的，进油压力恒定不变。

1、设计条件与设计参数

我们根据通常的设计条件〔1〕，〔2〕来确定结构参数 M 与控制参数 C_c 。

(a) 假定在一个给定的假定载荷 F_b 作用下，大、小油腔的压力相等，接大、小油腔的滑伐节流长度分别为 l_{c1}, l_{c2} ，主轴在轴承的中心位置，这时，根据流体力学平行平板在层流状态下的流量公式，有

$$Q'_{c1} = \frac{\pi d_c h_c^3 (P_s - P_c)}{12\eta l_{c1}} \quad (1)$$

$$Q'_{c2} = \frac{\pi d_c h_c^3 (P_s - P_c)}{12\eta l_{c2}} \quad (2)$$

$$Q_{b1} = \frac{K\theta_1 h_o^3 P_s}{6\eta l_{11}} + \frac{l_1 h_o^3 P_b}{6\eta b_1} \quad (3)$$

$$Q_{b2} = \frac{R\theta_2 h_o^3 P_s}{6\eta l_{12}} + \frac{l_2 h_o^3 P_b}{6\eta b_2} \quad (4)$$

其中： Q'_{c1}, Q'_{c2} 是假定载荷 F_b 作用下，分别接大、小油腔一端反馈滑伐的流量， Q_{b1}, Q_{b2} 是假定载荷 F 作用下分别从大、小油腔流出的流量。而式中符号的含义分别为：

- d_c 反馈滑伐直径（厘米）
- h_c 反馈滑伐节流间隙（厘米）
- P_s 进油压力（公斤/厘米²）
- P_b 假定载荷 F 作用下大小油腔的压力（公斤/厘米²）
- η 润滑油动力粘度（公斤·秒/厘米²）
- R 轴承半径（厘米）
- θ_1 大油腔张角之半（度）
- θ_2 小油腔张角之半（度）
- h_o 轴承半径间隙（厘米）
- l_{11} 大油腔轴向封油边长（厘米）
- l_1 大油腔长度（厘米）
- b_1 大油腔周向封油边长（ $b_1 = R\theta_1, \theta_1$ 以弧度计）（厘米）

l_{12} 小油腔轴向封油边长(厘米)

l_2 小油腔长度(厘米)

b_2 小油腔周向封油边长($b_2 = R\theta_4, \theta_4$ 以弧度计)(厘米)

根据流体的连续性, $Q'_{b1} = Q_{b1}, Q'_{b2} = Q_{b2}$, 因此,

$$\frac{\pi d h^3 (P_s - P_c)}{12\eta l_{c1}} = \frac{R\theta_1 h_o^3 P_s}{6\eta l_{11}} + \frac{l_1 h_o^3 P_s}{6\eta l_1} \quad (5)$$

$$\frac{\pi d h^3 (P_c - P_b)}{12\eta l_{c2}} = \frac{R\theta_2 h_o^3 P_c}{6\eta l_{12}} + \frac{l_2 h_o^3 P_c}{6\eta b_2} \quad (6)$$

由(5)、(6)整理得到

$$\frac{P_s - P_c}{P_s} = \left(\frac{R\theta_1}{l_{11}} + \frac{l_1}{b_1} \right) \left(\frac{h_o}{h_c} \right)^3 \frac{2l_{c1}}{\pi d_c} \quad (7)$$

$$\frac{P_c - P_b}{P_b} = \left(\frac{R\theta_2}{l_{12}} + \frac{l_2}{b_2} \right) \left(\frac{h_o}{h_c} \right)^3 \frac{2l_{c2}}{\pi d_c} \quad (8)$$

由(7)、(8)可知, 轴承与滑伐的结构应满足下面的关系式:

$$M = \frac{P_s}{P_b} - 1 = \left(\frac{R\theta_1}{l_{11}} + \frac{l_1}{b_1} \right) \left(\frac{h_o}{h_c} \right)^3 \frac{2l_{c1}}{\pi d_c} = \left(\frac{R\theta_2}{l_{12}} + \frac{l_2}{b_2} \right) \left(\frac{h_o}{h_c} \right)^3 \frac{2l_{c2}}{\pi d_c} \quad (9)$$

$$K_1 = \frac{l_1}{l_{c2}} = \frac{\frac{R\theta_2}{l_{12}} + \frac{l_2}{b_2}}{\frac{R\theta_1}{l_{11}} + \frac{l_1}{b_1}} \quad (10)$$

其中: M 为结构参数, K 为接大、小油腔的滑伐节流长度比。

根据力的平衡条件, 得到

$$F_0 = P_s A_{e1} - P_b A_{e2} \quad (11)$$

这里 A_{e1}, A_{e2} 分别为大、小油腔的有效承载面积(厘米²), 且

$$A_{e1} = 2R \left(l_1 + l_{21} + \frac{l_{11}}{2} \right) \sin \left\{ \theta_1 + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1 \right) - \frac{\theta_1 + \theta_3 - \frac{\pi}{2}}{4} \right] \right\} \quad (12)$$

〔附注1〕

$$A_{e2} = 2R \left(l_2 + l_{22} + \frac{l_{12}}{2} \right) \sin \left(\theta_2 + \frac{\theta_4}{2} \right) \quad (13)$$

其中: θ_3, θ_4 分别为大、小油腔边至回油槽边张角(度), l_{21}, l_{22} 分别为大、小油腔两列油腔距离之半(厘米)。

注意到下式中 $K_A = \frac{A_{e2}}{A_{e1}}$ 为大小油腔有效承载面积比, 由(11)式即得

$$\beta = \frac{P}{P_0} = \frac{P}{F} = \frac{A_{c1}P}{F_b} - \frac{A_{c2}P}{F_b} = \frac{1}{\omega_b} - \frac{P A_{c1}}{F_b} K_A$$

$$= \frac{1}{\omega_b} (1 - K_A) \tag{14}$$

$$M = \beta - 1 = \frac{1}{\omega_b} (1 - K_A) - 1 \tag{15}$$

其中 β 为节流比， ω_b 为无量纲假定载荷，且 $\omega_b = \frac{F_s}{A_1 P_s}$ 。

(b) 假设在最大载荷 F_{max} 作用下，大、小油腔的压力分别为 P_{1max} 、 P_{2max} ，反馈滑伐位移量为 X_{max} ，接大、小油腔的滑伐节流长度分别为 $l_{c1} - X_{max}$ 、 $l_{c2} + X_{max}$ ，主轴仍在轴承的中心位置，即

$$F = F_{max} \text{时}, P_1 = P_{1max}, P_2 = P_{2max}, h_1 = h_2 = h_0, \varepsilon = 0。$$

这里 ε 为任意载荷 F 作用下主轴的偏心率，而 $\varepsilon = \frac{e}{h_0}$ ， e 为任意载荷 F 作用下主轴的偏心距(厘米)， h_1 、 h_2 分别为任意载荷 F 作用下轴承在大、小油腔一边的当量间隙(厘米)。

这时，有下列公式

$$\frac{\pi d_c h^3 (P_s - P_{1max})}{12\eta(l_{c1} - X_{max})} = \frac{R \theta_1 h_0^3 P_{1max}}{6\eta l_{11}} + \frac{l_1 h_0^3 P_{1max}}{6\eta l_1} \tag{16}$$

$$\frac{\pi d_c h^3 (P_s - P_{2max})}{12\eta(l_{c2} + X_{max})} = \frac{R \theta_2 h_0^3 P_{2max}}{6\eta l_{12}} + \frac{l_2 h_0^3 P_{2max}}{6\eta l_2} \tag{17}$$

$$F_{max} = P_{1max} A_{e1} - P_{2max} A_{e2} \tag{18}$$

$$X_{max} = \frac{1}{4} \pi d_c^2 \frac{1}{K_c} (P_{1max} - P_{2max}) \tag{19}$$

这里 K_c 为弹簧刚度(公斤/厘米)。

注意到 $K_l = \frac{l_{c1}}{l_2}$ ， $K_1 = \frac{A_{c2}}{A_{e1}}$ 及 $C_c = \frac{A_c P}{K l_1}$ (反馈滑伐控制参数)，应用(9)式，将(16)、(17)、(18)、(19)式化为无量纲方程：

$$\beta_{1max} = \frac{1}{M(1 - \lambda_{max}) + 1} \tag{20}$$

$$\beta_{2max} = \frac{1}{M(1 + K_1 \lambda_{max}) + 1} \tag{21}$$

$$\omega_{max} = \beta_{1max} - K \beta_{2max} \tag{22}$$

$$\lambda_{max} = C_c (\beta_{1max} - \beta_{2max}) \tag{23}$$

这里 β_{1max} 、 β_{2max} 分别为最大载荷 F_{max} 作用下大、小油腔的无量纲压力($\beta_{1max} = \frac{P_{1max}}{P_s}$, $\beta_{2max} = \frac{P_{2max}}{P_s}$); λ_{max} 为最大载荷 F_{max} 作用下滑伐无量纲位移量($\lambda_{max} = \frac{X_{max}}{l_1}$); ω_{max} 为无量纲最大载荷($\omega_{max} = \frac{F_{max}}{A_{c1}P_s}$)。

将(20)、(21)式代入(22), 整理得到

$$\lambda_{max}^2 + \frac{(M+1)(1-K)\omega_{max} + K_1 + K_2}{\omega_{max} \cdot M \cdot K} \lambda_{max} - \frac{M+1}{\omega_{max} M^2 K_1} [(M+1)\omega_{max} - (1-K_1)] = 0 \quad (24)$$

由(24)即可解出 λ_{max} , 将解得的 λ_{max} 代入(20)、(21)可以解得 β_{1max} 、 β_{2max} , 由此即可决定滑伐控制参数 C_c :

$$C_c = \frac{\lambda_{max}}{\beta_{1max} - \beta_{2max}} \quad (25)$$

2、刚度曲线方程的推导与计算方法

在任意载荷 F 作用下, 大、小油腔压力分别为 P_1 、 P_2 , 滑伐移动量为 X , 主轴偏离轴承的中心位置。如前推导一样, 根据流量公式及平衡条件, 有下列公式:

$$\frac{\pi d h_1^3 (P_s - P_1)}{12\eta(l_{c1} - x)} = \frac{R\theta_1 h_1^3 P_1}{6\eta l_{11}} + \frac{l_1 h_1^3 P_1}{6\eta b_1} \quad (26)$$

$$\frac{\pi d h_2^3 (P_s - P_2)}{12\eta(l_{c2} + x)} = \frac{R\theta_2 h_2^3 P_2}{6\eta l_{12}} + \frac{l_2 h_2^3 P_2}{6\eta b_2} \quad (27)$$

$$F = P_1 A_{c1} - P_2 A_{c2} \quad (28)$$

$$X = \frac{\pi l}{4k_c} (P_1 - P_2) \quad (29)$$

将下面的近似公式

$$h_1 = h_0 (1 - \varepsilon \cos \theta_1) \quad (30)$$

$$h_2 = h_0 (1 + \varepsilon \cos \theta_2) \quad (31)$$

代入(26)、(27)得到

$$\frac{\pi d h_0^3 (P_s - P_1)}{12\eta(l_{c1} - x)} = \left(\frac{R\theta_1}{6\eta l_{11}} + \frac{l_1}{6\eta b_1} \right) h_0^3 (1 - \varepsilon \cos \theta_1)^3 P_1 \quad (32)$$

$$\frac{\pi d h_0^3 (P_s - P_2)}{12\eta(l_{c2} + x)} = \left(\frac{R\theta_2}{6\eta l_{12}} + \frac{l_2}{6\eta b_2} \right) h_0^3 (1 + \varepsilon \cos \theta_2)^3 P_2 \quad (33)$$

将(28)、(29)、(32)、(33)变为无量纲方程, 即得

$$\begin{cases}
 \beta_1 = \frac{1}{M(1 - \varepsilon \cos \theta_1)^3(1 - \lambda) + 1} & (34) \\
 \beta_2 = \frac{1}{M(1 + \varepsilon \cos \theta_2)^3(1 + K_A \lambda) + 1} & (35) \\
 \omega = \beta_1 - K_A \beta_2 & (36) \\
 \lambda = C_c(\beta_1 - \beta_2) & (37)
 \end{cases}$$

这里 β_1 、 β_2 分别为大、小油腔无量纲压力, $\beta_1 = \frac{P_1}{P_s}$, $\beta_2 = \frac{P_2}{P_s}$; ω 为无量纲任意载荷, $\omega = \frac{F}{A_{e1}P_s}$; λ 为反馈滑伐无量纲位移量, $\lambda = \frac{x}{l_{c1}}$ 。

根据设计条件, 决定结构参数 M 及控制参数 C_c (跟着 K , K_A 也就确定了) 后, (☆) 给出了刚度曲线 $\varepsilon - \omega$ 的无量纲隐式方程。对于每一个无量纲载荷 ω , 解这个非线性方程组 (☆), 即可得到 $\varepsilon - \omega$ 曲线, 同时也可以得到 $\lambda - \omega$ 曲线, $\beta_1 - \omega$ 曲线及 $\beta_2 - \omega$ 曲线。

现在讨论非线性方程组 (☆) 的计算方法。注意到 (☆) 的特点, 我们可以用消去法将 (☆) 化为只含 β_1 的非线性方程去求解, 然后进行回代。

$$\begin{aligned}
 \cos \theta_1 + \cos \theta_2 = \cos \theta_1 & \left\{ \frac{\frac{K}{\beta_1 - \omega} - 1}{M \left\{ 1 + K_c C_c \left[\beta_1 \left(1 - \frac{1}{K_A} \right) + \frac{\omega}{K_A} \right] \right\}} \right\} + \\
 \cos \theta_2 & \left\{ \frac{\frac{1}{\beta_1} - 1}{M \left\{ 1 - C_c \left[\beta_1 \left(1 - \frac{1}{K_A} \right) + \frac{\omega}{K_A} \right] \right\}} \right\} & (38)
 \end{aligned}$$

这是关于 β_1 的非线性方程, 我们采用对分法的程序求出方程 (38) 的根 β_1 , ^[附注 2] 然后回代, 可以作出 $\varepsilon - \omega$ 曲线。

在任意载荷 F 的作用下, 流经轴承的流量可由下列公式给出:

$$Q_1 = \frac{\pi d_c h^3 (P_s - P_1)}{12 \eta (l_{c1} - x)} \quad (39)$$

$$Q_2 = \frac{\pi d_c h^3 (P_s - P_2)}{12 \eta (l_{c2} + x)} \quad (40)$$

$$Q = Q_1 + Q_2$$

这里 Q 为从轴承间隙向外流出的流量 (厘米³/秒); Q_1 、 Q_2 分别是在任意载荷 F 作用下从大、小油腔流出的流量。

附注 1 静压油腔 B 的有效承载面积 A_e 的定义按下面的式子确定 [1]

$$F_c = A_e P_e \quad (*)$$

这里 P_e 是静压油腔 E 的压力, F_c 为静压油腔 E 的承载能力。

一般静压油腔的有效承载面积是假定油腔到出油边的压力是按线性变化的, 然后据油腔的形状及封油边的形状推算得近似公式。例如 [1] 和 [4] 中就有关于各种形状油腔的有效承载面积的近似公式。本文考虑的大油腔的有效承载面积, 因张角 $\theta_1 + \theta_3 > \frac{\pi}{2}$ 。(参看图 1), 压力在角度大于 $\frac{\pi}{2}$ 与小于 $\frac{\pi}{2}$ 的部分产生的承载力符号是相反的, 因而有近似公式 (12) 的考虑。为了验证公式 (12), 应该解算如下描述压力分布函数的雷诺方程 [5]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu U_1 \frac{\partial h}{\partial x} \quad (**)$$

其中 h 为油膜厚度, μ 为油的粘性系数, U_1 为轴颈的线速度。在我们现在的情况下 $U_1 = 0$ 。考虑到对称性, 求解区域为图 1' 所示, 边界条件为

$$P \Big|_{\Gamma_1} = P_e = 1, \quad \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{\Gamma_2} = 0, \quad P \Big|_{\Gamma_3} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{\Gamma_4} = 0$$

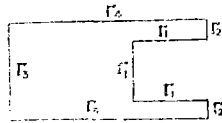


图 1'

求得压力分布函数 P 以后, 用求和办法计算承载力 F , 因为 $P_e = 1$, 因此, 根据公式 (*), 承载力 F_c 在数值上就是有效承载面积 A_e 。其详细计算方法可参看 [3], 这里不再赘述。使用公式 (12) 及解算雷诺方程的办法两者对比, 所得结果, 数值相差很小。因此, 当 $\theta_1 + \theta_3 > \frac{\pi}{2}$ 时, 我们推荐使用近似公式 (12)。这里使用的办法, 可供特殊形状的油腔的有效承载面积的计算使用。

附注 2 求解方程 (45) 的根 β_1 时, 根据实际问题的意义, 即 $\omega \geq 0$, $0 \leq \beta_1 \leq 1$, $0 \leq \beta_2 \leq 1$, 我们将 β_1 的求根范围尽量缩小。因为由 (36) 得

$$\beta_1 = \omega + k_A \beta_2$$

因此, $\beta_1 > \omega$, $\beta_1 \leq \omega + k_A$ 。我们可在区间 $\omega \leq \beta_1 \leq \min \{ \omega + k_A, 1 \}$ 的范围内, 求解 (45) 的根 β_1 。

三、应用实例与设计参数的选取

应用上面推导的公式, 对广州第三轧钢厂的 $\phi 170/\phi 580 \times 650$ 四辊冷轧机的静压轴承进行设计计算。

给定如下数据

R	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	l_1	l_{11}	l_{21}
21	45	10	114	10	1	14	4	4

l_2	l_{12}	l_{22}	h_0	P_S	l_1	d_c	F_{max}	η
14	4	4	0.007	200	1	1.6	130,000	4.5×10^{-7}

由此可以计算得到

b_1	b_2	l_{c2}	A_1	A_2	K_1	K_A	ω_{Mx}
41.8	3.67	0.94	719	217	1.06	0.3/2	0.901

按以上的数据,选择不同的假定载荷,即 $F_b = 10$ 吨,20吨,30吨,40吨,50吨,60吨,我们编制了程序在121机上进行了计算,并根据计算结果绘成 $\epsilon-\omega$ 曲线(见图2)及 $\lambda-\omega$ 曲线(见图3)。

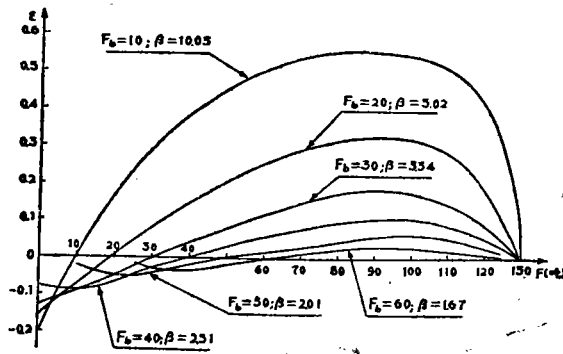


图 2

从计算结果分析,按通常的设计条件,要达到最大载荷 $F_{Mx} = 130,000$ 公斤($\omega_{Mx} = 0.904$)是不可能的,因为此时反馈滑伐的移动量已超过0.98以上。如果 $F_b = 50,000$ 公斤或60,000公斤时,载荷还没有达到 F_{Mx} ,反馈滑伐已移动到尽头。即使在 $F = 120,000$ 公斤的作用下,滑伐的移动量 λ 也在0.9以上。另一方面,当 $F_b = 50,000$ 公斤或60,000公斤时,空载情况下反馈滑伐亦已移动到尽头。

我们知道,实际使用时,总是要求 $|\lambda| \leq 0.8$ 左右(在我们现在的情况下,要求 F 达到120,000公斤时, λ 不要超过0.8),但是,如果按通常的设计条件,所有上述的曲线都是无法满足这一要求的。我们将 $F_b = 50,000$ 公斤(即 $M = 1, \beta = 2$), $C_c = 1.48$ 相应的 $\epsilon-\omega$ 曲线和 $\epsilon-\lambda$ 曲线绘成图4,图5。从图4可以看出,当 $F = 100,000$ 公

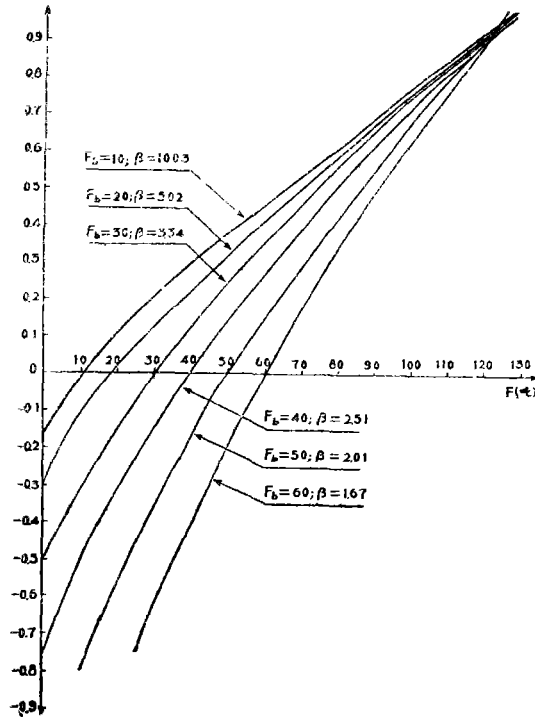


图 3

斤或者105,000公斤以下时, 曲线是相当平滑的。但在105,000公斤至120,000公斤之间, 曲线变化较大, 当使用到这段曲线时, 性能将不会很理想。为此, 让我们分析研究控制参数 C_c 的特点, 当假定载荷 F_b 选定之后(也就是结构尺寸选定后), C_c 反映了在这个结构尺寸下, 滑伐的反馈程度。按设计条件(b)的要求, 在 F_{Max} 作用下, $\epsilon = 0$ 。这就是说, 要求滑伐的反馈程度很大, 即要求弹簧的刚度很小。因此, 滑伐的移动量自然也就很大。基于这种分析, 我们提出改变设计条件(b), 将弹簧放硬, 我们选取 $F_b = 50,000$ 公斤(即 $M = 1$, $\beta = 2$), 而取三种不同的 C_c 值进行设计计算。三种不同的 C_c 值计算所得结果绘成 $\epsilon-\omega$ 曲线及 $\lambda-\omega$ 曲线。

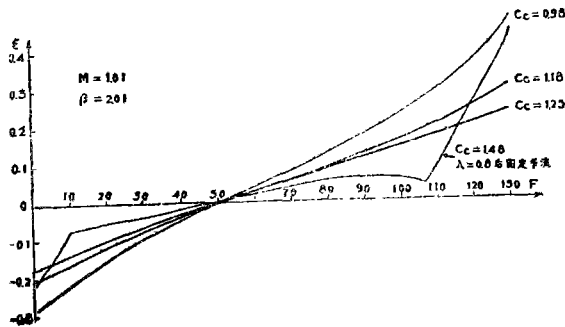


图 4

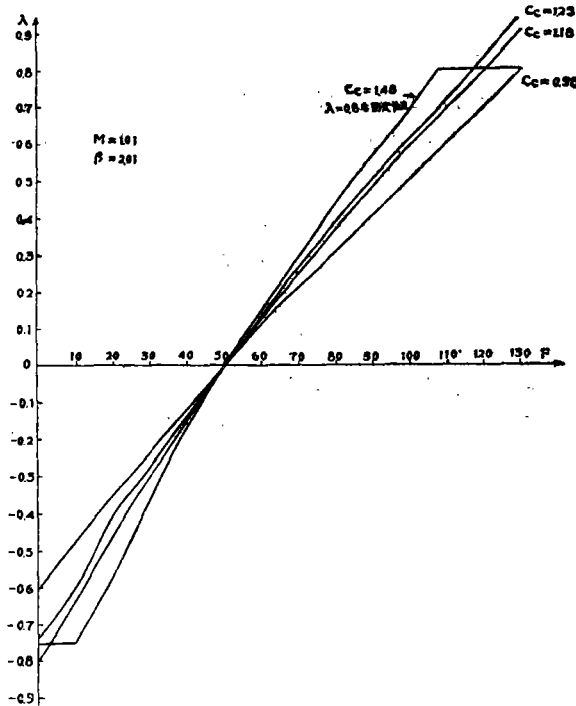


图 5

从图 4、图 5 可以看出，对于同一个 M 值，取不同的三个 C_c 值，整个刚度曲线的变化趋势已很清楚了。考虑到使流量不要过大，刚度也比较好，我们选取了 $\beta=2$ ， $C_c=1.18$ 这组参数。这时，当 $F=120,000$ 公斤时， λ 才达到 0.8 左右。空载时， $|\lambda| \leq 0.74$ 左右， $|\varepsilon| \leq 0.2$ 左右。选取这样的一种参数组合，完全达到的对流量、刚度等等的合理要求，而刚度曲线也较平滑。值得指出的是，因为我们将方程无量纲化了，只要各种实际的尺寸组合使得 $\beta=2$ ， $C_c=1.18$ 都是可取的。这给设计及将来维修都带来很大方便。譬如，对于 $C_c=1.18$ ，可以有如下的参数组合可供选取，见下表：

l_{e1}	l_{e2}	h_c	k_c
1.5	1.41	0.00969	226
1.2	1.13	0.00899	283
1	0.94	0.00846	339

四、结束语

1、本文的推导方法可以应用于其他不等面积油腔的径向静压轴承(如不同的油腔结构或不同的可变节流器,如薄膜反馈可变节流器的径向静压轴承)。

2、本文提出的改变通常的设计条件(b)的想法,可以应用于对称等面积油腔的可变节流径向静压轴承的设计中。事实上,设计条件(b)的要求对很多轴承来说都不是本质的,如果我们不受这种传统的设计条件束缚,将使我们的设计更为灵活实用。这一点似乎应该引起静压轴承设计人员的注意。

3、由于我们采用了无量纲方程的办法,所以可根据选定的较佳 β 、 C_c 值按给定的公式灵活选取各个实际参数的尺寸。我们编制了一套DJS-21的ALGOL60的计算程序,可以计算多种不同的参数组合,并可作多方案的比较。

4、广州机床研究所

静压室的同志,对图1结构的轴承进行了实验研究,并将实验结果绘制成刚度曲线。应用本文推导的公式,通过计算得到理论刚度曲线,理论计算与实验结果基本一致,实验曲线与理论曲线的趋势完全符合。我们还应用了有限元素法和有限差分法解算雷诺方程(详见^[3]),所得结果与本文计算结果和实验结果也是一致的。因此,本文推导公式可以应用于设计计算。现将各种理论计算结果和实验结果制成图6,以资比较。

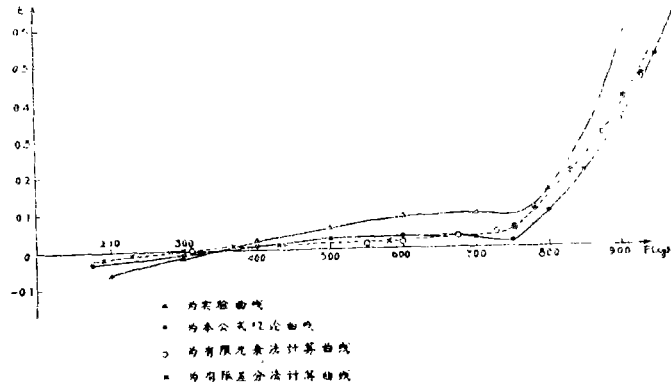


图 6

参 考 文 献

- [1] 广州机床研究所編, 液体静压技术原理及应用, 1972.
- [2] 机床与液压, 1974, 6.
- [3] 周之銘、马汝念, 有限元素法在静压轴承中的应用, 机床与液压, 1978, 第4期.
- [4] O. Pinkus and B. Sternlicht, *Theory of Hydrodynamic Lubrication*, 1961.
- [5] F. M. Stansfield, *Hydrostatic Bearing for Machine Tools & Similar Application*, 1970.