

网河不恒定流隐式方程组的 稀疏矩阵解法

中山大学数力系计算数学专业珠江小组

指导教师：李岳生 杨世孝 肖子良

1975年我们小组与广东省水利电力局珠江三角洲整治规划办公室协作，共同研究潮区网河不恒定流的计算方法。

珠江三角洲是我国网河密度最大的地区，河道纵横，水网交错，受洪水和潮汛的相互作用，使网河流态十分复杂。洪、涝、潮、咸等自然灾害的威胁还相当严重，在一定条件下影响了本地区农业生产的高产稳产。因此，进一步发挥珠江网河的有利条件，克服不利因素，并根据其特点，有领导，有计划，有步骤地进行整治，是一项十分重要和迫切的任务。

在整个过程中，我们坚持理论与实践统一的原则，既有针对性地学习直接和课题有关的知识和方法，边学边干；又在实践的基础上，比较系统地学习了专业课程和开展科学研究。我们先后推导了显式特征——差分法和四点隐式方法的计算格式，提出了一个适用于隐式方法的大型稀疏矩阵直接解法，并且完成了程序的调试工作。对 $\times \times$ 网河区联围工程提供了校核数据，并正在为其它工程提供规划数据。这是我们贯彻毛主席教育革命路线的又一成果。

一、基本方程

一维明渠不恒定流的计算问题，归结到数学上是解一个拟线性双曲型偏微分方程组的初边值混合问题；或者是归结为解一个基于守恒律的水力学积分方程组。基本方程如下：

1、偏微分方程组——圣维南方程组

如果以 Z, Q, F, U, R, B, H 分别表示在时刻 t 沿河距离坐标为 x 的断面的水位、流量、过水面积、水流的平均流速、水力半径、水面宽、平均水深，则可得水流运动规律的偏微分方程组为：

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 & \text{(连续方程)} \quad (1) \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^2}{2} + gZ \right) = -g \frac{U|U|}{Rc^2} & \text{(动力方程)} \quad (2) \end{cases}$$

其中, c 为谢才系数, g 为重力加速度。这些水力要素有如下的关系:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial Z} &= B, \quad Q = FU, \\ H &\approx \frac{F}{B}, \quad R \approx \frac{F}{B + 2H}, \\ c &\approx \frac{1}{N} R^{\frac{1}{6}} \quad (N \text{为糙率}) \end{aligned}$$

我们以 $Z(x, t)$, $Q(x, t)$ 作为基本的未知量, 则方程组1、2可化为如下形式:

$$\begin{cases} B \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 & (3) \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \left(gF - \frac{Q^2}{F^2} B \right) \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{2Q}{F} \frac{\partial Q}{\partial x} = -g \frac{Q|Q|N^2}{FR^{4/3}} + \frac{Q^2}{F^2} \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_Z & (4) \end{cases}$$

其中, $\frac{\partial F}{\partial x} \Big|_Z$ 表示固定 Z 而对 x 求偏导数的意思。

2. 积分方程组

现考虑于河道中, 任意截取介乎断面 x_j 和 x_{j+1} 之间的水体, 研究其于时段 $[t_n, t_{n+1}]$ 之间的水体体积和动量的变化, 分别根据质量守恒律和动量守恒律, 可建立积分形式的连续性方程和动量守恒方程如下:

$$\left\{ \begin{aligned} & \int_{x_j}^{x_{j+1}} [F(x, Z(x, t_{n+1})) - F(x, Z(x, t_n))] dx \\ & = \int_{t_n}^{t_{n+1}} [Q(x_j, t) - Q(x_{j+1}, t)] dt & (5) \\ & \oint_{\Gamma} \left(\frac{Q^2}{F} dt - Q dx \right) + g \int_{t_n}^{t_{n+1}} \int_{x_j}^{x_{j+1}} F \frac{\partial Z}{\partial x} dx dt \\ & = -g \int_{t_n}^{t_{n+1}} \int_{x_j}^{x_{j+1}} \frac{Q|Q|}{c^2 R F} dx dt & (6) \end{aligned} \right.$$

其中, Γ 表示积分区域 $G(x_j \leq x \leq x_{j+1}, t_n \leq t \leq t_{n+1})$ 的周界 (图 1)。

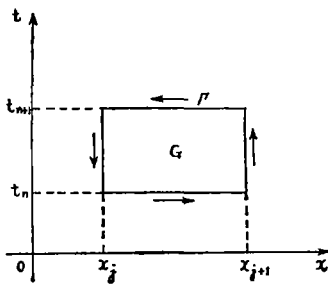


图 1 矩形积分区域G及其周界 Γ

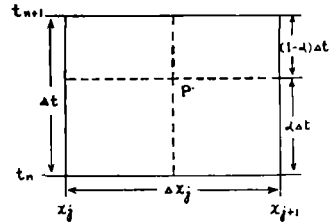


图 2

二、四点隐式的计算格式

所谓四点隐格式, 是在河段 $[x_j, x_{j+1}]$ 和时段 $[t_n, t_{n+1}]$ (如图 2) 内, 对偏微分方程 (3)、(4) 差分化或对积分方程 (5)、(6) 进行数值积分所得的计算格式。

1、偏微分方程的四点计算格式

方程组 (3)、(4) 在 $P\left(\frac{x_j + x_{j+1}}{2}, t_n + \alpha \Delta t\right)$ 点进行差分化, 令

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_P &\approx \frac{1}{\Delta x_j} \left[\alpha \left(Z_{j+1}^{n+1} - Z_j^{n+1} \right) + (1-\alpha) \left(Z_{j+1}^n - Z_j^n \right) \right], \\ \left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)_P &\approx \frac{1}{\Delta x_j} \left[\alpha \left(Q_{j+1}^{n+1} - Q_j^{n+1} \right) + (1-\alpha) \left(Q_{j+1}^n - Q_j^n \right) \right], \\ \left(\frac{\partial Z}{\partial t}\right)_P &\approx \frac{1}{2\Delta t} \left[Z_j^{n+1} + Z_{j+1}^{n+1} - Z_j^n - Z_{j+1}^n \right], \\ \left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_P &\approx \frac{1}{2\Delta t} \left[Q_j^{n+1} + Q_{j+1}^{n+1} - Q_j^n - Q_{j+1}^n \right], \end{aligned}$$

系数及右端的形式是:

$$(G)_P \approx \frac{\alpha}{2} \left(G_j^{n+1} + G_{j+1}^{n+1} \right) + \frac{1-\alpha}{2} \left(G_j^n + G_{j+1}^n \right)$$

其中 $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1$, 而 Z_j^n, Q_j^n 是变量在 x_j 断面于 t_n 时刻所取的值, 其它带上下标的量也具有相类似的含义。

将以上公式代入方程(3)、(4),得四点加权平均计算格式如下:

$$\left\{ \begin{aligned} & \Delta x_j D_1 Z_j^{n+1} - 4\alpha \Delta t Q_j^{n+1} + \Delta x_j D_1 Z_{j+1}^{n+1} + 4\alpha \Delta t Q_{j+1}^{n+1} \\ & = \Delta x_j D_1 (Z_j^n + Z_{j+1}^n) + 4\Delta t(1-\alpha) (Q_j^n - Q_{j+1}^n) \quad (7) \\ & -\alpha D_2 \Delta t Z_j^{n+1} + [\Delta x_j - \alpha D_3 \Delta t] Q_j^{n+1} + \alpha D_2 \Delta t Z_{j+1}^{n+1} + [\Delta x_j + \alpha D_3 \Delta t] Q_{j+1}^{n+1} \\ & = \Delta x_j [Q_j^n + Q_{j+1}^n] + (1-\alpha) D_2 \Delta t [Z_j^n - Z_{j+1}^n] \\ & + (1-\alpha) D_3 \Delta t [Q_j^n - Q_{j+1}^n] + D_4 \Delta x_j \Delta t + D_5 \Delta t \quad (8) \end{aligned} \right.$$

其中

$$\begin{aligned} D_1 &= \alpha (B_j^{n+1} + B_{j+1}^{n+1}) + (1-\alpha) (B_j^n + B_{j+1}^n), \\ D_2 &= \alpha \left[\left(gF - \frac{Q^2}{F^2} B \right)_j^{n+1} + \left(gF - \frac{Q^2}{F^2} B \right)_{j+1}^{n+1} \right] \\ &+ (1-\alpha) \left[\left(gF - \frac{Q^2}{F^2} B \right)_j^n + \left(gF - \frac{Q^2}{F^2} B \right)_{j+1}^n \right] \\ D_3 &= 2\alpha \left[\left(\frac{Q}{F} \right)_j^{n+1} + \left(\frac{Q}{F} \right)_{j+1}^{n+1} \right] + 2(1-\alpha) \left[\left(\frac{Q}{F} \right)_j^n + \left(\frac{Q}{F} \right)_{j+1}^n \right], \\ D_4 &= -gN^2 \left\{ \alpha \left[\left(\frac{Q|Q|}{FR^{4/3}} \right)_j^{n+1} + \left(\frac{Q|Q|}{FR^{4/3}} \right)_{j+1}^{n+1} \right] + (1-\alpha) \left[\left(\frac{Q|Q|}{FR^{4/3}} \right)_j^n \right. \right. \\ &\left. \left. + \left(\frac{Q|Q|}{FR^{4/3}} \right)_{j+1}^n \right] \right\} \\ D_5 &= \frac{1}{2} \left\{ \alpha \left[F_{j+1} (Z_j^{n+1}) - F_j (Z_j^{n+1}) + F_{j+1} (Z_{j+1}^{n+1}) - F_j (Z_{j+1}^{n+1}) \right] \right. \\ &\times \left[\left(\frac{Q_j^{n+1}}{F_j^{n+1}} \right)^2 + \left(\frac{Q_{j+1}^{n+1}}{F_{j+1}^{n+1}} \right)^2 \right] + (1-\alpha) \left[F_{j+1} (Z_j^n) - F_j (Z_j^n) \right. \\ &\left. \left. + F_{j+1} (Z_{j+1}^n) - F_j (Z_{j+1}^n) \right] \times \left[\left(\frac{Q_j^n}{F_j^n} \right)^2 + \left(\frac{Q_{j+1}^n}{F_{j+1}^n} \right)^2 \right] \right\} \end{aligned}$$

在 D_5 的表达式中, $F_{j+1}(Z_j^{n+1})$ 表示第 $j+1$ 个断面当水位等于 Z_j^{n+1} 时的过水面积。

具有同一形式的其它量依此类推。

2、积分方程的四点计算格式

在两个断面之间，我们假定 Z, Q, B, H 都是 x 的线性函数，因此， F 是 x 的二次函数。所以，对方程（5）左端及方程（6）左端第二项采用辛卜生公式进行数值积分，而对方程（5）、（6）的其它各项用梯形公式进行数值积分，可得积分方程组的四点计算格式如下：

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{3} \Delta x_j \left[2B_j^{n+1} + B_{j+1}^{n+1} \right] Z_j^{n+1} - \Delta t Q_j^{n+1} + \frac{1}{3} \Delta x_j \left[B_j^{n+1} + 2B_{j+1}^{n+1} \right] Z_{j+1}^{n+1} + \Delta t Q_{j+1}^{n+1} \\
 & = \frac{1}{3} \Delta x_j \left\{ \left(2B_j^{n+1} + B_{j+1}^{n+1} \right) \left(Z_j^{n+1} - H_j^{n+1} \right) + \left(B_j^{n+1} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + 2B_{j+1}^{n+1} \right) \left(Z_{j+1}^{n+1} - H_{j+1}^{n+1} \right) + \left(2B_j^n + B_{j+1}^n \right) H_j^n \right. \\
 & \quad \left. + \left(B_j^n + 2B_{j+1}^n \right) H_{j+1}^n \right\} + \Delta t \left(Q_j^n - Q_{j+1}^n \right), \tag{9} \\
 & - \Delta t \left\{ \frac{1}{6} g \left[\left(2B_j^{n+1} + B_{j+1}^{n+1} \right) H_j^{n+1} + \left(B_j^{n+1} + 2B_{j+1}^{n+1} \right) H_{j+1}^{n+1} \right] \right. \\
 & \quad \left. - \left(\frac{Q_j^{n+1}}{F_j^{n+1}} \right)^2 B_j^{n+1} \right\} Z_j^{n+1} + \left[\Delta x_j - 2\Delta t \frac{Q_j^{n+1}}{F_j^{n+1}} \right] Q_j^{n+1} \\
 & \quad + \Delta t \left\{ \frac{1}{6} g \left[\left(2B_j^{n+1} + B_{j+1}^{n+1} \right) H_j^{n+1} + \left(B_j^{n+1} + 2B_{j+1}^{n+1} \right) H_{j+1}^{n+1} \right] \right. \\
 & \quad \left. - \left(\frac{Q_{j+1}^{n+1}}{F_{j+1}^{n+1}} \right)^2 B_{j+1}^{n+1} \right\} Z_{j+1}^{n+1} + \left[\Delta x_j + 2\Delta t \frac{Q_{j+1}^{n+1}}{F_{j+1}^{n+1}} \right] Q_{j+1}^{n+1} \\
 & = \Delta x_j \left[Q_j^n + Q_{j+1}^n \right] - \frac{1}{6} \Delta t g \left[\left(2B_j^n + B_{j+1}^n \right) H_j^n + \left(B_j^n + 2B_{j+1}^n \right) H_{j+1}^n \right] \\
 & \quad \times \left(Z_{j+1}^n - Z_j^n \right) + \Delta t \left[\frac{\left(Q_j^n \right)^2}{F_j^n} - \frac{\left(Q_{j+1}^n \right)^2}{F_{j+1}^n} - \frac{\left(Q_j^{n+1} \right)^2}{F_j^{n+1}} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\left(Q_{j+1}^{n+1} \right)^2}{F_{j+1}^{n+1}} + \left(\frac{Q_j^{n+1}}{F_j^{n+1}} \right)^2 B_j^{n+1} Z_j^{n+1} - \left(\frac{Q_{j+1}^{n+1}}{F_{j+1}^{n+1}} \right)^2 B_{j+1}^{n+1} Z_{j+1}^{n+1} \right] \\
 & - \frac{1}{2} \Delta x_j \Delta t g N^2 \left[\left(\frac{Q|Q|}{FR^{4/3}} \right)_j^n + \left(\frac{Q|Q|}{FR^{4/3}} \right)_{j+1}^n + \left(\frac{Q|Q|}{FR^{4/3}} \right)_j^{n+1} \right]
 \end{aligned}$$

$$+ \left(\frac{Q|Q|}{FR^{4/3}} \right)_{j+1}^{n+1} \quad (10)$$

方程(7)、(8)或(9)、(10)都可简记为

$$\begin{cases} a_{j,1}Z_j + a_{j,2}Q_j + b_{j,1}Z_{j+1} + b_{j,2}Q_{j+1} = C_j \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} a_{j+1,1}Z_j + a_{j+1,2}Q_j + b_{j+1,1}Z_{j+1} + b_{j+1,2}Q_{j+1} = C_{j+1} \end{cases} \quad (12)$$

或就 Z_j, Q_j 解出来得

$$\begin{cases} z_j + \tilde{b}_{j,1}z_{j+1} + \tilde{b}_{j,2}Q_{j+1} = \tilde{C}_j \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} Q_j + \tilde{b}_{j+1,1}z_{j+1} + \tilde{b}_{j+1,2}Q_{j+1} = \tilde{C}_{j+1} \end{cases} \quad (14)$$

其中 $Z_j, Z_{j+1}, Q_j, Q_{j+1}$ 是未知数, 而系数及右端是未知数的函数。

方程组(13)、(14)反映了直河段内两个相邻断面之间水流的运动规律, 我们称为内断面方程。系数 $\tilde{b}_{j,1}, \tilde{b}_{j,2}, \tilde{b}_{j+1,1}, \tilde{b}_{j+1,2}$ 及右端 $\tilde{C}_j, \tilde{C}_{j+1}$ 均依赖于未知数 $Z_j, Q_j, Z_{j+1}, Q_{j+1}$ 。求解时, 先将系数及右端中的 $Z_j, Q_j, z_{j+1}, Q_{j+1}$ 换成前一时刻已求到的量, 再用下一节的稀疏矩阵解法求解(13)、(14), 然后对系数及右端中的 $Z_j, Q_j, Z_{j+1}, Q_{j+1}$ 进行迭代。

三、隐格式的稀疏矩阵解法

为简明起见, 我们仅以一个两汉河网为例来说明隐格式的稀疏矩阵解法, 但方法和程序同样适用于任意有限个汉口的河网。

1、系数矩阵的形成

图3是一个具有五条直河段, 二个汉口, 设有十四个断面, 其中四个是给定边界条件的边界断面(以下简称为网河边界断面)的河网。

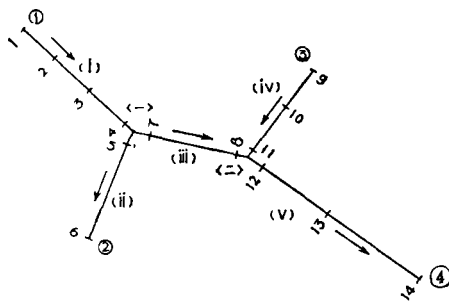


图3 二汉口的河网

①编号方法

首先对直河段编号,如图3中的(i), (ii), ..., (v); 对汉口编号,如图3中的〈一〉, 〈二〉; 对网河边界断面编号,如图3中的①, ②, ③, ④; 并规定网河的流向(流向也可以和实际不符,不过这时的流量与实际流量相差一个符号),如图3中的箭头所示。然后依直河段的顺序及流向对断面编号,如图3中的1, 2, 3..., 14所示。

②汉口假定

在汉口,我们采用斯托克斯假定。例如在图3中,第〈一〉汉口有如下的关系:

$$\left. \begin{aligned} -Z_4 + Z_6 &= 0 \\ -Z_6 + Z_7 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{水位方程}) \quad (15)$$

$$\sum_{i=4,5,7} (\vec{n}_i \cdot \vec{\tau}_i) Q_i = 0 \quad (\text{流量方程}) \quad (16)$$

其中, \vec{n}_i , $\vec{\tau}_i$ 分别是汉口断面的外向单位法矢和河段流向单位矢量。

③方程和未知数的排列

第j个断面的水位和流量分别以 Z_j 和 Q_j 表示,未知数的排列次序是: $Z_1, Q_1, Z_2, Q_2, \dots, Z_j, Q_j, \dots, Z_{14}, Q_{14}$ 。方程的排列次序规定为:

(a)首先按河段编号从小到大的顺序排列;

(b)在每个直河段里,按断面号从小到大的顺序排上内断面方程(13), (14), 然后再排边界方程;

(c)边界方程先排上游边界方程,后排下游边界方程;

(d)边界方程分两类,一类是给定边界值的,可直接写入;另一类是汉口方程,它遵守以下规则选取排列,当本河段是属于所连接汉口的所有直河段中编号为最小者,写出流量方程(16),否则写水位方程(15)。

④方程组的系数矩阵

经过上述处理之后,对整个网河,就形成了与未知数总数相当的完备的代数方程组。对于图3中的网河,方程组的系数矩阵如表1所示。

从表1可以看出,网河方程组的系数矩阵有如下特点:

(a)高阶。由于珠江网河范围广大,断面多至数百个,因此方程组实际可高达上千阶。

(b)非零系数极为稀疏,稀疏率(非零元素在系数矩阵中所占的百分比)随着网河范围的增大而减少。例如,对于一个具有31个汉口,53条直河段,167个断面的河网,稀疏率约为0.8%。

(c)内断面方程的非零系数都位于系数矩阵主对角线的右边,且非零系数的列标将被该内断面方程的序号所确定。例如,第J个方程是内断面方程,令

$$k = \begin{cases} 1 & \text{当 } J \text{ 为奇数时,} \\ 0 & \text{当 } J \text{ 为偶数时,} \end{cases}$$

则第 J 个方程的非零系数在系数矩阵中的列标为 $J, J+k+1, J+k+2$, 且第 J 列(主对角线)元素为 1。

(d) 边界方程的非零系数在系数矩阵中比较分散, 没有带状的性质。

表 1 消元前方程组的系数矩阵

方程序号 \ 未知数	β_1	α_1	β_2	α_2	β_3	α_3	β_4	α_4	β_5	α_5	β_6	α_6	β_7	α_7	β_8	α_8	β_9	α_9	β_{10}	α_{10}	β_{11}	α_{11}	β_{12}	α_{12}	β_{13}	α_{13}	β_{14}	α_{14}
1	1	0	*	*																								
2		1	*	*																								
3			1	0	*	*																						
4				1	*	*																						
5					1	0	*	*																				
6						1	*	*																				
7	1						0																					
8								1		-1				-1														
9									1	0	*	*																
10										1	*	*																
11							-1		1		0																	
12											1	0																
13													1	0	*	*												
14														1	*	*												
15									-1				1		0													
16															1							1						
17																1	0	*	*									
18																	1	*	*									
19																		1	0	*	*							
20																			1	*	*							
21																	1				0							
22														-1							1	0						
23																						1	0	*	*			
24																							1	*	*			
25																								1	0	*	*	
26																									1	*	*	
27																						-1		1				0
28																											1	0

注: * 表示非零元素, 空格表示零元素; 网河边界断面都给出水位之值。

2、解法

根据网河方程组系数矩阵的特点, 我们进一步来讨论在电子计算机上采用仅存储非零系数的解法。解法的基本思想还是高斯消去法, 即把位于系数矩阵主对角线以下的元素变为零, 并使主对角线元素为 1; 然后进行回代。

由于内断面方程已经是主对角线左边为零, 且主对角线为 1 的形式, 我们又希望在消元过程中, 内断面方程的非零系数的列序号及数值保持不变; 因此, 我们采用行消去法, 对边界方程进行消元。其步骤如下:

(1)首先确定消元后每个边界方程可能出现的位于系数矩阵主对角线右边的非零系数的列序号。例如,从表1可以看出,第1河段上游边界方程,消元后可能出现的位于系数矩阵主对角线右边的非零系数的列序号是8;而第1河段下游边界方程,消元后位于系数矩阵主对角线右边的非零系数的列标是10,14。第2河段上、下游边界方程,消元后可能出现的位于系数矩阵主对角线右边的非零系数的列序号分别为12,14和14。

(2)消元的次序是先对第 $I(I=1,2,3\cdots)$ 河段上游边界方程进行消元,然后对第 I 河段的下游边界方程进行消元。

(3)在对某个边界方程进行消元时,首先确定一个数组,它的下界是消元前边界方程第1个非零系数的列序号,而上界是消元后可能出现的非零系数的最大列序号。这个数组我们称为边界方程消元时的动态数组。

其次,用这个数组代替系数矩阵中与该边界方程对应的那一行。把该边界方程的非零系数记入这个数组的相应位置中去,即在这个数组中形成该边界方程的左边。

然后在这个数组中进行消元,把主对角线左边的非零系数都变为零,且主对角线元素为1。

最后,把消元后的非零系数记入系数矩阵的相应位置中。

整个消元过程完毕之后,得到与原来方程组同解的方程组,它的系数矩阵如表2所示。

为了在电子计算机上实现仅存储系数矩阵的非零元素的直接解法,所需的存储量及解法要点是:

(1)提供确定网河的基本信息,这些信息主要有:汉口总数,直河段总数,每条直河段的断面数,每个汉口的分汉数,每个汉口所联系的直河段序号及对汉口的流向(流入汉口还是流出汉口),给定边界值断面(即网河边界断面)的断面序号,每个给定边界值是水位或流量的特征等。

(2)使用一个数组,按从上到下,从左到右的次序,存储表2中除主对角线外的非零元素(即*和 Δ 所表示的元素)。这个数组,我们称为紧凑存储数组。

(3)形成一个信息数组,以便确定消元后每个方程在主对角线右边的第1个非零元素在紧凑存储数组中的位置;同时,既能区别这个方程是内断面方程还是边界方程,又能区别这个方程的序号是奇数还是偶数。这样,内断面方程就可以通过这个信息数组和紧凑存储数组表示出来。

(4)形成消元后边界方程,我们用两个信息数组,分别确定消元后每个边界方程除主对角线外的非零系数(即表2中的 Δ 所表示的元素)的个数及其列序号。这样,消元后的每个边界方程就可以通过这两个信息数组及(3)中所讲的信息数组和紧凑存储数组表示出来。

表2 消元后方程组的系数矩阵

未知数 方程序号	z_1	Q_1	z_2	Q_2	z_3	Q_3	z_4	Q_4	z_5	Q_5	z_6	Q_6	z_7	Q_7	z_8	Q_8	z_9	Q_9	z_{10}	Q_{10}	z_{11}	Q_{11}	z_{12}	Q_{12}	z_{13}	Q_{13}	z_{14}	Q_{14}		
1	1	0	*	*																										
2		1	*	*																										
3			1	0	*	*																								
4				1	*	*																								
5					1	0	*	*																						
6						1	*	*																						
7							1	Δ																						
8								1		Δ					Δ															
9									1	0	*	*																		
10										1	*	*																		
11											1	Δ		Δ																
12												1		Δ																
13													1	0	*	*														
14														1	*	*														
15															1	Δ														
16																1						Δ		Δ						
17																	1	0	*	*										
18																		1	*	*										
19																			1	0	*	*								
20																				1	*	*								
21																					1	Δ		Δ						
22																						1	Δ							
23																								1	0	*	*			
24																									1	*	*			
25																										1	0	*	*	
26																											1	*	*	
27																												1	Δ	
28																													1	

注：*和 Δ 分别表示内断面方程和边界方程的非零系数，空格是零元素。

(5) 形成消元前边界方程,我们也用两个信息数组,分别确定消元前每个边界方程的非零系数的个数及其列序号.由于消元前边界方程的非零系数不是1就是-1,所以,我们还可以对这些非零系数的列序号加上正负号来区别该系数是1还是-1.这样,消元前的每个边界方程就可以通过这两个信息数组表示出来。

在(3),(4),(5)中所述的信息数组可通过已经提供的确定网河的基本信息来形成。

(6) 确定边界方程消元时的动态数组.这个数组的上、下界不是固定的,而是在消元过程中形成的.因而叫做动态数组.它的上、下界分别由(4),(5)中所述的信息数组所确定。

由于消元前后的方程组都可用上述的信息数组及紧凑存储数组表示出来,因此,所述的解法,在计算机上就可以实现了。

四、应用与验证

从1976年下半年以来,我们正在应用这个方法进行××联围的围外防洪影响计

算, $\times \times \times$, $\times \times$ 口门整治和围垦造田方案比较计算, $\times \times$ 河堵塞的防洪、排灌影响计算。已计算的网河范围已达到 31个汉口, 53条直河段, 167个断面, 总河长364公里。随着生产实际的需要, 正逐步扩大到整个网河范围。

在实际应用中, 具体的做法是:

(1) 工程方案实施前天然情况的验证计算。这一计算的目的在于选定参数(糙率)。利用实测水位流量资料和河道地形资料, 对预先给定的各河段在计算时段的平均糙率值进行试算, 比较计算水位、流量与实测值, 然后调整各河段的糙率值重算, 力求计算值与实测值相近。

(2) 根据天然情况所确定的糙率值, 计算工程方案实施之后的水位、流量变化情况。

在西片网河区, 我们进行了丰、平水年典型潮和枯水年半月周潮计算, 计算范围内有11个汉口, 22条直河段, 62个断面, 总河长180公里。计算半月周潮时, 时间步长为30分钟, 《121》机用机时间为22小时。天然情况的计算结果如下:

(a) 水位符合情况。在10个有水位观测资料的断面上, 水位过程线(即水位随时间的变化曲线)实测值与计算值之差在 ± 0.1 米以内, 其中高低潮位误差更小。

(b) 流量符合情况。在10个有实测流量的断面中, 计算潮期平均流量或流量与实测值的相对误差在10%以内。水位与流量过程线相位基本接近。

在 $\times \times \times$ 堵河工程计算范围内, 进行了连续五天潮期计算, 计算范围内有6个汉口, 11条直河段, 27个断面, 总河长36公里。对于天然情况, 当上游边界断面以流量作边值时, 从19 $\times \times$ 年 \times 月 \times 日起, 上游边界断面连续五天的计算水位过程线与实测水位过程线见图4。

实际计算表明, 这一计算方法尚能基本反映网河水流的实际情况。

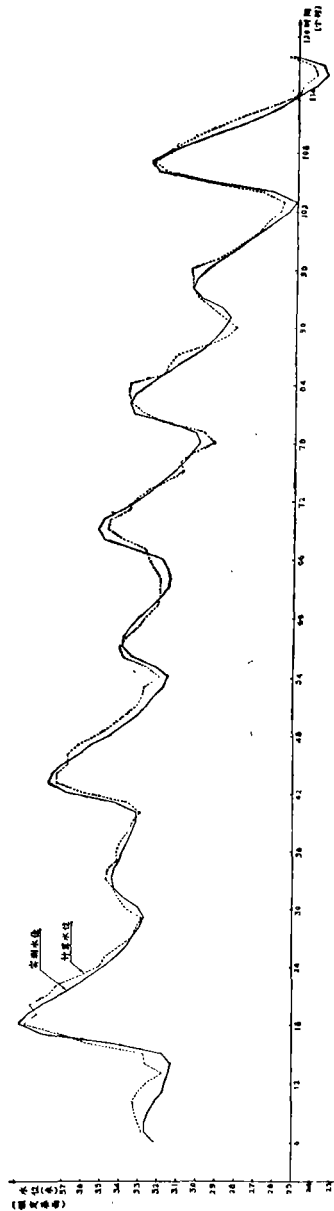


图 4