

# 天体物理引力波源的探讨

李炎封

(引力物理研究室)

为了更有效地进行引力波的检测工作,有必要研究各种可能的天体物理引力波源,本文将对此方面工作加以评介。

## 一、概 论

在分析引力波源时,必须考虑两点:

(1) 是慢动源还是快动源?

慢动源满足条件

$$\bar{V}/c \ll 1 \quad (1)$$

其中 $\bar{V}$ 为源的平均内部速度, $c$ 为光速,条件(1)相当于

$$R/t \ll 1 \quad (2)$$

其中 $R$ 表示源的大小, $t$ 为源所产生的引力波的约化波长。

满足条件(1)或(2)的源深藏于其自身的引力场的近带(非辐射带)之内。

根据广义相对论,慢动源的引力辐射是4极辐射,其发射总功率为

$$L_{GW} = \frac{1}{L_0} \cdot \frac{1}{5} \langle \ddot{l}_{jk} \ddot{l}_{ik} \rangle, \quad (3)$$

其中 $l_{jk}$ 为源的约化四极矩张量,定义为

$$l_{jk} = \int \rho (x_j \cdot x_k - \frac{1}{3} \delta_{jk} r^2) d^3x \quad (4)$$

$\langle \rangle$ 表示对源变化的几个特征周期的平均, $L_0$ 是在引力理论中功率的几何单位与常用单位之间的转换因子:

$$L_0 = \frac{c^5}{G} 3.63 \times 10^{59} \text{ erg/s} = 2.03 \times 10^5 M_\odot c^2/\text{s} \quad (5)$$

$$M_\odot = \text{太阳质量} = 2 \times 10^{33} \text{ g} \quad (6)$$

(2) 源内引力场是强还是弱?

弱场条件是

本文1980年6月12日收到。

$$R \gg \frac{2GM}{c^2} \quad (7)$$

其中 $M$ 为源的质量, 条件(7)即源的半径远大于其引力半径。

对弱场情况, 时空度规可视为平时空度规加上小的度规扰动

$$\text{即 } g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1 \quad (8)$$

此时, *Einstein*场方程可展为度规扰动 $h_{\mu\nu}$ 的幂级数而只保留其线性项, 这就是所谓引力线性化理论, 这个理论指出, 在真空中 $h_{\mu\nu}$ 满足波动方程

$$\square h_{\mu}{}^{\nu} = 0 \quad (9)$$

由于我们所感兴趣的天体物理源离地球都足够远, 因此从遥远的天体物理源传来的引力波的波前实际上可看作平面波前; 又由于在太阳系内引力是如此之微弱, 时空是如此之平直, 因此一个平面引力波进入太阳系后基本上仍保留平面波的形状, 这样我们就可以只考虑平面引力波而使问题大大简化。

一个沿空间 $Z$ 方向传播的平面引力波有如下形式:

$$R_{x_0x_0} = -R_{y_0y_0} = -\frac{1}{2}\ddot{h}_+ \left( t - \frac{z}{c} \right)$$

$$R_{x_0y_0} = R_{y_0x_0} = -\frac{1}{2}\ddot{h}_x \left( t - \frac{z}{c} \right)$$

$$\text{所有其他分量为 } 0 \quad (10)$$

这里 $R_{j_0k_0}$ 为引力波场的*Riemann*曲率张量的分量, 它代表引力波通过时, 时空曲率的波动;  $h_+$ 、 $h_x$ 分别代表引力波在两个偏振状态的无量纲振幅, 实际上它们就是上述度规扰动张量的分量; 点表示对时间取微商 (*Press and Thorne, 1972.*)。

此引力波对几个波长平均的能流密度为

$$F = \frac{c^3}{16\pi G} \langle \dot{h}_+^2 + \dot{h}_x^2 \rangle \quad (11)$$

若引力波是圆频率为 $\omega$ 的“单色”平面波, 则有

$$h_{(+ \text{或 } x)} = h_{(+ \text{或 } x)}$$

于是对几个波长平均的无量纲波振幅可近似表示为

$$h \sim \left( \frac{8\pi GF}{c^3 \omega^2} \right)^{1/2} = 2.5 \times 10^{-19} \frac{F^{1/2}}{\omega} \quad (12)$$

引力波在共振形引力波天线中所产生的相对变形在数量级上与 $h$ 相当, 因此量 $F$ 或 $h$ 可以用来衡量到达地面的引力波的强度。

可以利用(3)式动力学变形系统的引力辐射作数量级的分析, 为了方便讨论, 除了特别说明以外, 我们采用几何单位。

令系统对引力辐射有贡献的质量为 $M_e$ , 系统的大小为 $R$ , 则根据*Virial*定理, 系统的动能 $E_k \sim M_e^2/R$ 。系统内物质的平均运动速度 $\bar{V} \sim (M_e/R)^{1/2}$ , 物质从系统的一头运动到另一头的特征时标为

$$T \sim \frac{R}{\bar{V}} \sim \frac{R}{(M_e/R)^{1/2}} = \left( \frac{R^3}{M_e} \right)^{1/2} \quad (13)$$

于是系统的内部功率流

$$L_i \sim \frac{E_k}{T} \sim \left(\frac{M_e}{R}\right)^{5/2} \quad (14)$$

又系统的约化四极矩对时间的三次导数可近似表为

$$|\ddot{I}_{jk}| \sim \frac{M_e R^2}{T^3} \sim L_i \quad (15)$$

(15)式结合(3)式立得

$$L_{GW} \sim (L_i)^2 \quad (16)$$

$$L_{GW}/L_i \sim L_i/L_o \quad (17)$$

这里若用几何单位, 则  $L_o = 1$ ; 若用常用单位, 则  $L_o$  如(5)式所示。又把(14)式代入(16)式得

$$L_{GW} \sim \left(\frac{M_e}{R}\right)^5 L_o \quad (18)$$

从(18)式可看出, 只有当系统的大小趋近其引力半径时 [ $R \rightarrow 2M$  (几何单位)], 系统才可能有较大的引力辐射功率输出, 而且最大的功率输出也不会超过  $L_o = 3.53 \times 10^{59} \text{ erg/s}$ 。

此外, 根据能量守恒, 系统的引力辐射将对系统本身产生辐射反作用(辐射阻尼), 后者将以和引力波带走能量的相同的速率减小系统的内能, 使系统有显著改变的辐射阻尼的特征时标为

$$\begin{aligned} \tau \gamma &\sim [1/\text{能量损失率}] \times [\text{产生辐射的动能}] \\ &\sim [1/L_{GW}] \times [L_i \times \text{内部运动的特征时间}] \\ &\sim (L_i/L_{GW})T \\ &\sim (L_o/L_i)T [\text{由于(17)式}] \\ &\sim (R/M_e)^{5/2} T [\text{由于(14)式}] \end{aligned} \quad (19)$$

从(19)式可看出, 只当系统的内部功率流  $L_i \geq L_o$  时, 或者说只当系统的大小接近其引力半径时, 辐射阻尼在系统的一个特征周期内才是重要的。

## 二、引力坍缩

星体的非球形坍缩会导致引力辐射的爆发。天体物理学中有两种引力坍缩过程可望成为重要的引力波源。

### (1) 恒星坍缩

恒星演化至晚期, 其内部的核燃料已全部耗尽, 核反应产能行止, 此时恒星内核在自身引力作用下坍缩, 并伴随有引力辐射的爆发。有时这种坍缩会引发恒星包壳爆炸, 形成所谓超新星现象, 坍缩核最终可能形成中子星(脉冲星)或者黑洞。

恒星核在坍缩过程中所释出的引力辐射总能量可粗略估计如下

$$(\Delta E)_{GW} = \int L_{GW} dt \sim L_{GW} \times (\text{产生峰值辐射功率的特征时间}) \quad (20)$$

用(13)、(18)两式代入(20)式中立得

$$(\Delta E)_{GW} \sim \left(\frac{M^3}{R^7}\right)^{1/2} \quad (21)$$

其中 $M$ 和 $R$ 分别为坍缩核的质量和大小,坍缩核的大小应接近其引力半径 $2M$ (几何单位),我们设 $R \sim 4M$ ,则(21)式给出

$$(\Delta E)_{GW} \sim 0.01M \quad (22)$$

即星核在坍缩过程中,以引力辐射形式释出大约1%的静止质能,而引力辐射的特征时标由(13)式得

$$T \sim 10M \quad (23)$$

或

$$T \sim 10GM/c^3 \text{ (常用单位)} \quad (23')$$

现在假定在银河系中心发生这种恒星坍缩事件,我们来估计一下它所发射的引力波到达地面时的能流量 $F$ 和波振幅 $h$ 的数量级,令坍缩的质量 $M = 2M_\odot$ ,银心到地球的距离 $d \sim 10 \text{ kpc} = 3 \times 10^{22} \text{ cm}$ ,由(23)'得

$$T \sim 10GM/c^3 \sim 10^{-4} \text{ s}$$

又由(22)得

$$(\Delta E)_{GW} \sim 0.01Mc^2 \sim 4 \times 10^{52} \text{ erg}$$

于是

$$F = \frac{(\Delta E)_{GW}}{4\pi d^2 T} \sim \frac{4 \times 10^{52}}{4\pi (3 \times 10^{22})^2 \times 10^{-4}} \sim 4 \times 10^{10} \text{ erg/cm}^2 \cdot \text{s}.$$

又由(12)式有

$$h \sim 2.5 \times 10^{-19} \frac{F^{\frac{1}{2}}}{\omega} = \frac{2.5 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^5 \times 10^{-4}}{2\pi} \sim 10^{-18}$$

这里假定引力辐射的峰值频率 $\nu \sim 1/T \sim 10 \text{ kHz}$

若恒星坍缩事件发生在别的星系,比如说在Virgo星系团内,则由于 $d_{\text{virgo}} \sim 15 \text{ MPC}$ . 我们有

$$F \sim 2 \times 10^4 \text{ erg/cm}^2 \cdot \text{s}$$

$$h \sim 10^{-21}$$

银河系内超新星爆发事件平均一百年以上才有一起(银河系内最近一次的超新星爆发是1604年的Kepler新星)Virgo星系团有2500多个星系,假设超新星爆发的频数为0.01/每星系·每年,即平均每月可有2次以上的爆发。

如果考虑到可能有许多恒星坍缩事件并不伴随有强烈的光学爆发现象,则星系内发生恒星坍缩事件的频数会高得多,假设宇宙的恒星的质量分布和在太阳附近的一样,并忽略恒星演化晚期的质量抛射效应,可得出恒星坍缩频数的上限为7/星系·年。在星系核心,坍缩频数可能比此数高。近来基于对脉冲星空间分布的分析来估计不亮的恒星坍缩发生的频数似乎也支持上述的结论(Tyson and Giffard, 1978)。

## (2) 星系核心的坍缩

Lynden—Bell(1969)首次指出在活动星系核内会以短于宇宙年龄的时间由于引力坍缩而形成一个或几个大质量( $M \sim 10^6 - 10^8 M_\odot$ )黑洞。Thorne and Braginsky(1976)讨论了这种坍缩过程所产生的引力辐射爆发的特性,指出这是频率小于 $1H_2$ 的超

低频波, 并建议发展深空宇宙飞船的 Doppler 跟踪技术来探测这类引力波。

由于解完全非线性的 Einstein 场方程的巨大数学困难, 也由于我们对超密物质 (密度高达  $10^{10} - 10^{15} \text{g/cm}^3$ ) 的物态, 坍缩过程中转动、磁场及中微子辐射的作用的无知, 星体非球形坍缩的定量计算十分困难。Thuan and Ostriker (1974) 在这方面迈出了具有重要意义的第一步, 他们考虑一个无内压力, 密度均匀, 匀速转动的旋转扁球体于无穷远处从静止 (总能  $E=0$ ) 开始坍缩, 在有限时间内坍缩至一厚度为  $\circ$  的盘状物, 之后经过阻尼振荡达到平衡状态, 把模型视为近似牛顿源, 他们在  $(\varphi/c^2)$  ( $\varphi \ll c^2$ ) 阶近似上计算了坍缩过程的引力辐射总能量和频谱, 并把模型应用到一个密度  $\rho = 10^9 \text{g/cm}^3$  的  $1.4M_{\odot}$  的恒星上去, 计算出其一个引力辐射脉冲所发射的总能量的上下限:

$$1.77 \times 10^{45} \text{erg} < (\Delta E)_{\text{CW}} < 10^{52} \text{erg}.$$

发射时标  $\sim 10^{-2} \left( GM / r_{\text{min}}^3 \right)^{-\frac{1}{2}}$ , 其中  $r_{\text{min}}$  表示坍缩体达到最大压缩时的半径, 引力辐射脉冲的 Fourier 分量在一宽频带上近似为常数, 频宽从  $\nu=0$  到  $\nu \sim 10^2 \left( GM / r_{\text{min}}^3 \right)^{\frac{1}{2}}$ ,  $\nu$  超过此范围则 Fourier 分量迅速下降至可忽略的值。

Epstein and Wagoner (1975) 把后牛顿改正项加进 Thuan and Ostriker 的结果中, 改正的主要效应是从无限远处看时, 坍缩过程延长了, 由于引力辐射与坍缩时标成反比, 因此所观测到的引力辐射的亮度和总能量便减小了, 当近似牛顿源变为相对论性时, 此效应是显著的。

Shapiro (1977) 则在 Thuan 和 Ostriker 工作的基础上讨论了有内压力存在之坍缩, 指出此时坍缩模型的反跳 (即在极大压缩时有  $\dot{a} = \dot{c} = 0$ ,  $a$  和  $c$  分别为旋转椭球体的半长轴和半短轴) 能释出比初始的自由落体式的坍缩过程更多的引力辐射, 他并把模型应用到三种天体物理情况。

### 1) 简并中子星的冷坍缩

假设高能中微子只在坍缩星的外层包壳产生和吸收, 因而不影响坍缩核的热平衡, 以坍缩体的质量  $M$  和角动量  $J$  为参数, 给出相应的引力辐射总能量, 峰值频率, 峰值能谱密度。

### 2) 热中子星的热坍缩

假设由于高能中微子在整个坍缩核中产生和吸收, 使核心中子气的温度升至  $10^9 \text{K}$ , 结果坍缩会因热压的增加而停止, 以  $M, J$  及坍缩核的初始温度  $T_c$  和密度  $\rho$  为参数给出相应的引力辐射总能量, 峰值频率和峰值能谱密度。

### 3) 超大质量 ( $M \gtrsim 10^6 M_{\odot}$ ) 气体云的坍缩

以  $M, J$  和比熵  $S$  为参数给出引力辐射总能量, 峰值频率和峰值能谱密度。

Chia et al (1977) 同时考虑了压力和因光子或中微子辐射而引起的冷却两种因素, 用与 Thuan and Ostriker 相同的初始条件 ( $M = 1.4M_{\odot}$ ,  $\rho \sim 10^9 / \text{cm}^3$ ) 解坍缩模型。冷却效应用下式表示:

$$D_{\nu} = -K\rho E_i \quad (24)$$

其中  $K$  为自由参数, 其数值可根据观测资料作任意调节,  $\rho$  为模型的密度,  $E_i$  为其内能,

计算结果表明引力辐射总能量  $(\Delta E)_{GW}$  与  $D_r$  关系密切,  $(\Delta E)_{GW}$  大致在  $10^{44}$ — $10^{50}$  erg 范围, 但若  $K$  很大时, 非引力辐射总能量可能比  $(\Delta E)_{GW}$  大得多, 并且很快中止坍缩和反跳。

Saenz and Shapiro(1978)讨论了磁场, 非轴对称变形及中微子辐射对坍缩体引力辐射的影响, 采用  $M = 1.4M_{\odot}$ ,  $\rho = 10^{10} \text{g/cm}^3$  的初始条件, 主要结果如下:

冷的简并中子星核之非球对称坍缩在满足下列条件的情况下能在  $\sim/ms$  内发射出引力辐射能量  $(\Delta E)_{GW} \sim 0.01Mc^2$ :

①坍缩时标是物体自由下落的时标。

②坍缩核角动量  $J_c \sim 10^{49} \text{erg} \cdot \text{s}$  或 (当核心转动很慢时) 坍缩核初始磁场  $B_c \sim 10^{18}$  Gauss。

但是由白矮星的观测资料指出, 白矮星的转动周期比 1 秒长得多, 即它们的角动量  $J \ll J_c$  这样白矮星坍缩时就不会有足够有效的引力辐射。

另外, 若中微子辐射损耗是重要的, 则坍缩发生在中微子辐射损耗时标内, 此时标比自由落体时标长, 因而不大可能产生大的初始引力辐射爆发, 但是若坍缩核处于高密度、低温度的情况下, 则在初始坍缩后的几次反跳和再反跳中, 只要角动量适当的话, 仍有可能产生相当强的引力辐射。

坍缩核的小的初始非轴对称变形在初始坍缩过程中没有足够时间生长, 因而对引力辐射没有多大贡献, 但是这种非轴对称变形可能导至坍缩核的分裂, 形成双星或多重星系, 并导至  $(\Delta E)_{GW} \sim 0.01Mc^2$  的引力辐射爆发。

关于中微子辐射对坍缩过程的影响问题, 至今仍有争议, 有人认为中微子辐射可能是坍缩星非径向脉动 (反跳和再反跳) 的主要阻尼, 因此希望从超新星爆发中检测到引力波恐怕是过于乐观了 (Kazanas and Schramm, 1977), 但又有人 (Epstein 1978) 指出, 若中微子辐射具有各向不同性, 则它可作为产生引力辐射的一个源, 而且由此所产生的引力辐射的能量与由于坍缩核的流体运动所产生的引力辐射相当。

### 三、脉冲星

脉冲星可能有两种产生引力辐射的机制。

#### (1) 旋 转

脉冲星已被证认为快速旋转的中子星。若此中子星对其旋转轴不对称, 则会产生随时间改变的 4 极矩从而辐射引力波。Ferrari and Ruffini (1969) 计算过蟹状星云中的脉冲星 PSR0532 的一个模型, 它有下列性质:

中心密度  $\rho_c = 6.0 \times 10^{15} \text{g/cm}^3$

平均半径  $R = 9.75 \text{km}$

质量  $M = 0.786M_{\odot}$

赤道面的半长轴  $a = 1.004 \times 9.75 \text{km}$

赤道面的半短轴  $b = 0.9998 \times 9.75 \text{km}$

$$\begin{aligned}
 \text{扁率} & \quad \varepsilon = (a-b)/(ab)^{1/2} = 8 \times 10^{-4} \\
 \text{旋转周期} & \quad P = 33ms \\
 \text{角频率} & \quad \omega = \frac{2\pi}{P} = 190rad/s \\
 \text{引力辐射总功率} & \quad L_{GW} = \frac{32}{5} \frac{G}{c^5} I^2 \varepsilon^2 \left(\frac{2\pi}{P}\right)^6 \\
 & \quad = 1.18 \times 10^{38} erg/s
 \end{aligned}$$

此脉冲星到地球的距离  $d \sim 1.5Kpc \sim 5 \times 10^{21}cm$ 。

由此求得其引力辐射到达地面的流量及波振幅分别为，

$$\begin{aligned}
 F & = \frac{L_{GW}}{4\pi d^2} \sim 4 \times 10^{-7} erg/cm^2 \cdot s \\
 h & \sim 2.5 \times 10^{-19} \frac{F^{1/2}}{\omega} \sim 8 \times 10^{-25}
 \end{aligned}$$

由于对脉冲星旋转阻尼的机制的无知，对扁率  $\varepsilon$  的估计是很不准确的，它可能在  $10^{-11}$  到  $10^{-3}$  这个范围内，相应的有

$$\begin{aligned}
 6 \times 10^{-23} erg/cm^2 \cdot s < F < 6 \times 10^{-7} erg/cm^2 \cdot s, \\
 10^{-32} < h < 10^{-24}
 \end{aligned}$$

PSR0532是迄今观测到的旋转周期最短的脉冲星，考虑到引力辐射功率  $L_{GW}$  与  $P^{-6}$  成比例，可以预期其他脉冲星，由于旋转而发出的引力辐射要比PSR0532小得多。

### (2) 脉动

脉冲星在刚刚形成的很短时间内会发生脉动，根据广义相对论，球对称脉动是不能产生引力辐射的，但刚诞生的脉冲星由于急剧旋转，往往呈扁椭球状，产生非04极矩，随着脉冲星的振动，4极矩也在振动，从而发射引力波。脉冲星的脉动会因引力辐射阻尼很快就衰减掉，Thorn(1969)把流体运动和引力辐射处理为加在平衡恒星模型上的小扰动，计算了几个典型的中子星模型的4极脉动的特性，对于  $M = 2M_{\odot}$  的模型，4极脉动产生的引力辐射有如下特性：

频率  $\nu \sim 3000Hz$ ，

持续时间  $\sim 1/3S$ ，

约1000次振动之后阻尼掉恒星的振动，总引力辐射能  $\sim 10^{54} erg \times (\delta R/R)^2$ ，其中  $\delta R/R$  为恒星表面振动的初始振幅与其半径的比值。

若令  $\delta R/R \sim 0.1$ ，并脉冲星到地面的距离  $d \sim 1.5Kpc = 5 \times 10^{21}cm$  (PSR 0532)，则有

$$\begin{aligned}
 (\Delta E)_{GW} & \sim 10^{52} erg \\
 L_{GW} & \sim 3 \times 10^{52} erg/s
 \end{aligned}$$

到达地面的能流量和波振幅分别为

$$F \sim 10^8 erg/cm^2 \cdot s$$

和

$$h \sim 10^{-19}$$

若脉冲星在Virgo星系团 ( $d \sim 15Mpc$ )，则有

$$F \sim 1\bar{e}rg/cm^2 \cdot s,$$

和

$$h \sim 3 \times 10^{-23}$$

如果认为脉冲星是恒星坍缩的产物的话,则脉冲星产生的频数和‘二’中提到的恒星坍缩频数相当。

#### 四、双星

天空中差不多有一半的恒星处在双星或多重星系统内,双星的两个子星作周期性运动,能不断地发出引力辐射。双星在一个轨道周期内发出的平均引力辐射功率为

$$L_{GW} = \frac{32}{5} \frac{\mu^2 M^3}{a^5} f(e) L_0, \quad (25)$$

其中  $M = m_1 + m_2$  为双星系统的两个子星的质量之和,  $\mu = m_1 m_2 / M$  为约化质量,  $f(e)$  称“改正函数”,它是轨道偏心率的函数:

$$f(e) = \left[ 1 + \frac{73}{24} e^2 + \frac{37}{96} e^4 \right] (1 - e^2)^{-7/2} \quad (26)$$

(Press and Thorne 1972), 引力辐射主要发生在近星点附近,结果使  $e$  减小,轨道逐渐变圆,对于近似圆轨道,  $f(e) \sim 1$ , 于是(25)式变为

$$L_{GW} = \frac{32}{5} \frac{\mu^2 M^3}{a^5} \quad (27)$$

又双星系统的动能为

$$E = -\frac{1}{2} m_1 m_2 / a = -\frac{1}{2} \mu M / a \quad (28)$$

引力辐射引起动能损失:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{\mu M}{a^2} \frac{da}{dt} = -L_{GW} \frac{32}{5} \frac{\mu^2 M^3}{a^5}$$

即

$$a^3 \frac{da}{dt} = \frac{64}{5} \mu M^2 \quad (29)$$

由此解出双星系统(圆)轨道半径的演化:

$$a = a_0 \left( 1 - \frac{t}{\tau_0} \right)^{1/4} \quad (30)$$

其中  $a_0$  是目前观测到的轨道半径  $\tau_0 = \frac{5}{265} \frac{a^4}{\mu M^2}$  称为旋进时间 ( $t = \tau_0$ ,  $a = 0$ , 两个子星合并, 双星死亡)。

表 1 给出一些双星系统的引力辐射特性。从表中看出轨道周期  $P \sim 8^h$  的双星有最强的引力辐射, 迄今观测到的最短周期的双星是 WZSge ( $P \sim 1.35^h$ ), 但由于它的质量较小, 到达地面的引力辐射流量也不过  $4 \times 10^{-18} \text{erg/cm}^2 \cdot \text{s}$ 。还未发现有  $P < 1^m$  的双星, 这可能是因为这样的密近双星的寿命很短(比宇宙年龄短得多), 它们一旦产生, 很快便又死亡了。

表1 某些双星系统的引力辐射特性\*

名称	周期	质量		距离 (pc)	旋进** 时间	引力辐射*** 基频 (HZ)	辐射功率 (erg/s)	地面辐射流量 (erg/cm <sup>2</sup> .s)	无量纲 波振幅	备注
		m <sub>1</sub> /M <sub>⊙</sub>	m <sub>2</sub> /M <sub>⊙</sub>							
7Cas	480 <sub>yr</sub>	0.94	0.58	5.9	9.5 × 10 <sup>24</sup> <sub>yr</sub>	6.6 × 10 <sup>-11</sup>	5.6 × 10 <sup>40</sup>	1.4 × 10 <sup>-29</sup>	3.2 × 10 <sup>-24</sup>	
Sirius	49.94 <sub>yr</sub>	2.28	0.98	2.6	7.2 × 10 <sup>21</sup>	6.4 × 10 <sup>-10</sup>	1.1 × 10 <sup>45</sup>	1.3 × 10 <sup>-24</sup>	1 × 10 <sup>-22</sup>	
βLyr	12.925 <sub>d</sub>	19.48	9.74	330	7.0 × 10 <sup>11</sup>	9 × 10 <sup>-7</sup>	5.7 × 10 <sup>28</sup>	4 × 10 <sup>-14</sup>	1.2 × 10 <sup>-20</sup>	
βPer	2.867 <sub>d</sub>	4.70	0.94	30	3.2 × 10 <sup>11</sup>	4 × 10 <sup>-6</sup>	1.4 × 10 <sup>28</sup>	1.3 × 10 <sup>-13</sup>	5.1 × 10 <sup>-21</sup>	
VPup	1.45 <sub>d</sub>	16.6	9.8	390	2.3 × 10 <sup>9</sup>	8 × 10 <sup>-6</sup>	6.5 × 10 <sup>29</sup>	3.6 × 10 <sup>-12</sup>	1.3 × 10 <sup>-20</sup>	
WUMa	0.33 <sub>d</sub>	0.76	0.57	110	6.2 × 10 <sup>9</sup>	3.5 × 10 <sup>-5</sup>	4.7 × 10 <sup>29</sup>	3.2 × 10 <sup>-13</sup>	9.06 × 10 <sup>-22</sup>	
iBoo	0.268 <sub>d</sub>	1.35	0.68	12	2.0 × 10 <sup>9</sup>	4.3 × 10 <sup>-5</sup>	3.2 × 10 <sup>30</sup>	1.8 × 10 <sup>-10</sup>	1.7 × 10 <sup>-20</sup>	
PSR <sub>1913+16</sub>	0.323 <sub>d</sub>	1.39	1.44	5000	6 × 10 <sup>7</sup>	3.6 × 10 <sup>-5</sup>	6.4 × 10 <sup>31</sup>	2.2 × 10 <sup>-14</sup>	2.3 × 10 <sup>-22</sup>	脉冲双星
WZSge	81 <sub>m</sub>	0.6	0.03	100	1.1 × 10 <sup>9</sup> <sub>yr</sub>	2.1 × 10 <sup>-4</sup>	5 × 10 <sup>29</sup>	4 × 10 <sup>-13</sup>	1.7 × 10 <sup>-22</sup>	
10 <sup>4</sup> km	12.2 <sub>s</sub>	1.0	1.0	1000	3.2 <sub>yr</sub>	0.082	3.25 × 10 <sup>41</sup>	2.7 × 10 <sup>-3</sup>	3.6 × 10 <sup>-20</sup>	假定的双星 (黑洞或中子星)
10 <sup>3</sup> km	0.39 <sub>s</sub>	1.0	1.0	1000	2.8 <sub>yr</sub>	2.6	3.25 × 10 <sup>46</sup>	2.7 × 10 <sup>2</sup>	3.5 × 10 <sup>-19</sup>	
10 <sup>2</sup> km	12.2 <sub>ms</sub>	1.0	1.0	1000	1.0 <sub>s</sub>	82	3.25 × 10 <sup>51</sup>	2.7 × 10 <sup>7</sup>	3.5 × 10 <sup>-18</sup>	
10 <sup>1</sup> km	0.39 <sub>ms</sub>	1.0	1.0	1000	0.10 <sub>ss</sub>	2564	3.25 × 10 <sup>56</sup>	2.7 × 10 <sup>12</sup>	3.6 × 10 <sup>-17</sup>	

\* PSR<sub>1913+16</sub>的资料取自Hulse and Taylor (1975)和Taylor Fowler and Mc Culloch (1979); 其他参考MTW (1973) P.990的表.

••• 用公式  $t_0 = \frac{5}{256} \frac{a_0^4}{\mu M^2}$  计算

••• 引力辐射基频  $V_0^{GW} = 1/\text{轨道周期}$

实际上,短周期密近双星的演化图象要复杂得多,当双星轨道由于辐射阻尼而收缩时,一个子星可能侵入另一子星的Roche面,因而导致质量从一个子星向另一个子星的转移,也可能发生质量的抛射,这都会对双星系统的演化产生显著的影响。

双星在死亡阶段由于质量抛射及两子星合并等这些动力学过程,会发出强的引力辐射。Clark and Eardley(1977)计算了一种密近双星(中子星+中子星)的死亡过程,指出这种双星是从发生质量转移最后合并为一会发射约 $3 \times 10^{52} \text{erg}$ 的引力辐射和约 $2 \times 10^{53} \text{erg}$ 的中微子辐射,同时会抛出约十分之几个 $M_{\odot}$ 的中子化物质。他们并估计发生这类双星死亡事件的频数在直到Virgo星系团( $\sim 15 \text{Mpc}$ )的空间范围内大约每80年一次。这种双星可能起源于超新星,后者之快速旋转核在坍缩过程中会分裂而形成这种密近中子双星系,也可能起源于稠密的星团中。

双星引力辐射会引起轨道周期的改变,因此原则上可以通过观测双星轨道周期变率间接检验引力辐射是否存在,但事实上由于这种效应的微弱和距离的遥远,对于一般的双星是难以实现这种观测检验的。

1974年7月 Hulse and Taylor 用世界上最大的305米射电望远镜对脉冲星进行巡天观测,发现了脉冲双星PSR 1913+16(Hulse and Taylor,1975),这是用射电技术发现的第一颗双星,也是至今已知唯一的双星系统中的脉冲星。在此双星系中,脉冲星PSR 1913+16在一个高偏心率( $e=0.617$ )的椭圆轨道上以很高的速度( $v/c \sim 10^{-3}$ )围绕其“黑暗”的伴星运转,同时不断以极其准确的周期( $P=0.59029995269_s$ )发射脉冲。大速度、高轨道偏心率、强引力场( $GM/c^2r \approx 10^{-6}$ ),再加上一个非常准确的钟(脉冲周期),这使脉冲双星成为一个十分理想的相对论实验室,特别是允许我们由观测得到双星轨道周期变率 $\dot{P} \approx -3.2 \times 10^{-12} \text{S/S}$ 此数值与广义相对论所预期的由于引力辐射而产生的轨道周期变率相一致(Taylor Gowler and Mc Culloch,1979),这被认为是对引力波存在的一个间接验证,但这仅仅是初步的结果,有许多问题仍有待深入探讨。比如说用来与观测比较的 $\dot{P}$ 的理论公式是假设伴星可作为质点而推得,这实际上就是要求伴星应该是一个致密的中子星或黑洞,而这一点尚未有确证。

如果伴星不能看作质点,除了理论公式需要修正外,还会产生潮汐摩擦效应,后者对双星轨道的周期变率会有所贡献。

除了广义相对论以外的各种引力理论都预言由致密的相对论性天体组成的系统能发出大量的二极辐射,它们也会影响轨道周期变率,但是双度规引力理论的提出者Rosen指出(Rosen,1978),PSR 1913+16不会由于发射二极辐射而损失(或得到)能量,因此不会引起轨道周期的改变。

就是在广义相对论的范围内,所得出的 $\dot{P}$ 公式是严格的4极辐射公式,它没有考虑由于辐射阻尼而引起的非线性,因而是不够精确的。

此外,也有人指出,所观测到的轨道周期变率 $\dot{P}$ 可以用双星系统围绕一个远距离的第三个伴星缓慢运动所产生的Doppler位移来解释。

需要对这个双星进行更长时间的观测,以探究其现象背后的本质,目前观测在继续进行。

## 五、星系核中的大黑洞

在‘二’中已提到,星系核心可能存在一个或几个质量为 $10^6-10^8 M_{\odot}$ 的大黑洞,除了在形成黑洞的非球坍缩过程中有引力辐射爆发外,黑洞之间以及黑洞与周围物质的相互作用也可能产生引力辐射。

### (1) 物质下落黑洞

考虑质点的下落,即下落物质的质量 $m \ll$ 黑洞的质量 $M$ ,下落物质的半径 $\ll$ 黑洞的引力半径,若质点沿径向下落一个不旋转黑洞,则其总引力辐射能为

$$(\Delta E)_{\text{GW}} = 0.01 \left(\frac{m}{M}\right) mc^2 = (10^{44} \text{erg}) \left(\frac{m}{M_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{M}{10^8 M_{\odot}}\right)^{-1} \quad (31)$$

(Davis et al, 1971), 引力辐射爆发的持续时间可合理地用(23)式来估计, 即

$$T \sim 10 \frac{GM}{c^3} = 10^4 \text{S} \left(\frac{M}{10^8 M_{\odot}}\right) \quad (32)$$

其特征辐射频率  $\nu \sim \frac{1}{T}$ , 频带宽  $\sim \frac{1}{T}$

若质点绕圆轨道旋进一个旋转的黑洞之中, 则有引力辐射

$$(\Delta E)_{\text{GW}} = f (m/M) mc^2 \quad (33)$$

其中  $f$  由质点的短程线及黑洞的角动量决定:

径向下落不转黑洞  $f = 0.01,$

旋进不转黑洞  $f = 0.5,$

旋进快转黑洞  $f = 2,$

(Detweiler, 1978)

设在银河系核心( $d \sim 10 \text{kpc}$ )有一个 $10^8 M_{\odot}$ 的大黑洞, 一个 $1 M_{\odot}$ 的致密天体向黑洞下落, 则由(31)式可算得其引力辐射到达地面的能量

$$F = \frac{(\Delta E)_{\text{GW}}}{4\pi d^2 J} = \frac{10^{44}}{4 \times 3.14 \times 9 \times 10^{44} \times 10^4} \sim 9 \times 10^{-7} \text{erg/cm}^2 \cdot \text{s},$$

相应的无量纲波振幅

$$h \sim 2.5 \times 10^{-19} \frac{F^{1/2}}{2\pi\nu} \sim 4 \times 10^{-19}$$

若此大黑洞是在Virgo星系团( $d \sim 15 \text{Mpc}$ )的某星系核内, 则有

$$F \sim \left(\frac{10^4}{1.5 \times 10^7}\right)^2 \times 9 \times 10^{-7} \sim 4 \times 10^{-13} \text{erg/cm}^2 \cdot \text{s}$$

$$h \sim \left(\frac{4 \times 10^{-13}}{9 \times 10^{-7}}\right)^{1/2} \times 4 \times 10^{-19} \sim 3 \times 10^{-22}$$

### (2) 黑洞碰撞

两个质量为 $M$ 的黑洞相碰可能释出其相当大一部分的静止质能:

$$(\Delta E)_{\text{GW}} \lesssim (2 - \sqrt{2}) Mc^2 \quad (34)$$

(Hawking, 1971), 引力辐射爆发的持续时间

$$T \sim GM/c^3 \quad (35)$$

特征频率和频带宽  $\sim 1/T$ .

Smarr(1977)对两个质量相等的非转黑洞从静止开始正面碰撞的情况用数字积分的方法解完全非线性场方程, 计算表明在强引力场情况下, 引力辐射率是很低的, 由于引力红移, 时间延缓和波的再俘获这些联合效应使其引力辐射能量不会超过在弱场慢速情况下所估计的值. 当然, 若黑洞的初始角动量不为0, 则结果的引力辐射会大大增加 (Detweiler, 1978).

一般认为在星系或星团内, 这种碰撞的机会不会很多, 但是自Weber宣告检测到引力波以后, 有人曾设想一种极端模型, 即认为宇宙间存在一种完全由黑洞或其他致密星体组成的超密星团, 在其中会经常发生碰撞事件. 其频繁程度足以解释Weber的观测结果, 这种模型的困难在于如此稠密的星团, 如果存在的话, 也会迅速演化, 早已变为别的什么东西了.

### (3) 引力韧致辐射

两个黑洞在高速、小折射的双曲轨道上运动会发射引力辐射, 这称为引力韧致辐射. 关于引力韧致辐射问题, 已有许多人从不同的出发点和用不同的假设进行研究这种引力韧致辐射可用宇宙飞船的深空Doppler跟踪方法来检测.

### (4) 潮汐引力辐射

一个延伸物体沿某轨道通过强引力场时会被起潮力变形, 从而会引起物体之4极矩改变并发射引力辐射, 这样产生的引力辐射就称为潮汐引力辐射. 在一般的双星系统中, 这种潮汐引力辐射远小于系统质心运动所产生之引力辐射, 只有在很强的引力场(比如说质量大于 $100M_{\odot}$ 的黑洞所产生的引力场), 潮汐引力辐射才与质心运动产生之引力辐射相当. 用广义相对论来计算延伸天体在强引力场中的非径向运动以及伴随的引力辐射是一个相当困难的问题.

Thorne and Braginsky (1976)对星系核中的大黑洞产生引力辐射的综合效应作定量估计, 假设宇宙中有 $10^{10}$ 个星系和类星体, 它们的年龄大致为150亿年, 又假定每一个星系在其一生中可能有几个( $\leq 10$ )引力波爆发, 于是这种引力波爆发的频数大约为每年几次, 假设爆发都来自宇宙红移 $Z=2.5$ 的地方, Thorne and Braginsky计算得如表2所示的大黑洞的引力波爆发特性.

表2 大黑洞的引力波爆发特性 ( $Z=2.5$ )

质量 M	$5 \times 10^8 M_{\odot}$	$5 \times 10^7 M_{\odot}$	$5 \times 10^6 M_{\odot}$	$5 \times 10^5 M_{\odot}$
波振幅 h	$1 \times 10^{-14}$	$1 \times 10^{-15}$	$1 \times 10^{-16}$	$1 \times 10^{-17}$
爆发持续时间 $\tau$	700 <sup>m</sup>	70 <sup>m</sup>	7 <sup>m</sup>	40 <sup>s</sup>

这种引力波都是频率小于1Hz的超低频波, Thorne and Braginsky建议发展宇宙飞船Doppler跟踪技术来探测它们。

### 六、引力背景辐射

在银河系之外所有的引力辐射源所产生的引力辐射的迭加便构成所谓引力背景辐射, Rosi and Zimmerman (1976) 曾计算过这种引力背景辐射的能谱分布及强度, 他们假设引力背景辐射有三个主要来源: 星系、类星体、宇宙早期。

星体对引力背景辐射的贡献包括上几节所描述的各种引力辐射爆发事件, 而占主要的是恒星坍缩形成黑洞及正在死亡的双星系统, 它们的引力辐射的频率范围是  $10^{-8} \leq \nu \leq 10^4 H_z$ , 辐射能谱的峰值在  $10^{-1} \leq \nu \leq 10 H_z$  处, 峰值能谱密度

$$F_\nu \approx 10 \text{ erg/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot H_z$$

类星体在上述频率范围内可能对引力背景辐射有重要贡献, 但由于类星体的产能机制还不甚清楚, 因此其结果有较大的不确定性。

极早期宇宙对引力背景辐射的可能贡献来自两方面:

(1) 作为宇宙大爆炸之遗留物, 类似于3k微波背景辐射, 应该有引力子的黑体辐射, 这种引力黑体辐射目前所对应的温度要比微波背景辐射低, 估计, 有

$$T_g \lesssim 1.6^\circ \text{K}$$

(Matzner, 1968), 它的峰值频率在  $\nu = 10^{11} H_z$  峰值能谱密度  $\sim 10^{-16} \text{ erg/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot H_z$ 。

(2) 宇宙早期出现初始的物质密度涨落导致星系的形成, 这个过程会产生频率范围在  $10^{-16} \leq \nu \leq 10^{-14} H_z$  内的引力辐射, 其能谱密度  $\lesssim 10^{12} \text{ erg/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot H_z$ , 由于其极低之频率, 这种引力辐射虽有大的能谱密度, 但不会和星系或类星体所产生的引力背景辐射迭加, 这种引力“波”可能在整个人类历史时期中都表现为一个基本上是静止的常引力应力场。

引力背景辐射与所用的星系模型及宇宙模型很有关系, 尤其对星系中恒星的质量分布及质量上限甚为敏感, 因此对引力背景辐射与电磁背景辐射一起的探讨和检测将会获得有关星系和宇宙演化的重要信息。

### 七、在类星体和星系核中的爆炸

若在类星或星系核中发生物质的非球形爆炸事件, 则会伴随有引力辐射爆发, 根据(17)和(14)式, 所发射的引力波功率为

$$L_{GW} \sim \frac{1}{L_0} (L_i^2) \sim \frac{1}{L_0} \left( \frac{E^2}{T^2} \right) \dots\dots\dots (36)$$

其中E为非球形爆炸的能量, T为爆炸的持续时间。

例如, 一般认为星系M82(距离  $d \sim 3 \text{ Mpc}$ ) 曾经历过巨大的爆发, 抛出约  $5 \times 10^6 M_\odot$  的物质, 这相当于爆炸能量

$$E \sim 5 \times 10^6 \times 2 \times 10^{33} \times 9 \times 10^{20} \text{ erg} \sim 10^{61} \text{ erg}$$

若令爆炸时间 $T \sim 10^8 s$ , 则有引力辐射功率

$$L_{GW} \sim \frac{1}{3.63 \times 10^{59}} \left( \frac{10^{61}}{10^8} \right)^2 \sim 10^{48} \text{ erg/s}$$

到达地面的能流量及波幅分别为

$$F \sim \frac{10^{48}}{4 \times 3.14 (3 \times 10^6 \times 3 \times 10^{18})^2} \sim 10^{-4} \text{ erg/cm}^2 \cdot s$$

$$h \sim 2.5 \times 10^{-19} \frac{10^{-2} \times 10^8}{2 \times 3.14} \sim 10^{-14}$$

波频率 $\sim 10^{-8} H_z$ , 由于我们对类星体和星系核的无知, 上述估计仅仅是一种假设, 但是认为存在星系尺度的爆炸事件, 这似乎没有异议。

## 八、电磁波向引力波的相干转换

电磁波通过一静电场或静磁场区域时, 能够缓慢地、相干地转变为引力波, 但是这种效应是如此之微弱, 因此可能没有多大的实际意义, 不过, 假若一个带有很强电荷的黑洞能够存在的话, 则电磁波经过黑洞附近表面传播到无穷远时, 其向引力波的转换率将接近100% (Press and Thorne, 1972)。

## 九、结论

最确定的天体物理引力波源是恒星坍缩(包括超新星爆发), 脉冲星、双星和星系核的爆炸。由恒星坍缩, 脉冲星的转动和脉动和正在走向死亡的双星所发射的引力波频率范围都在 $KH_z$ 附近, 这正是目前大多数共振型引力波天线的工作频率, 但这些引力波到达地面时的波幅一般都小于 $10^{-20}$ , 只有在银河系内的恒星坍缩或双星死亡可望有 $h \sim 10^{-18}$ , 低温共振型天线或可检测到这种引力波, 但是在银河系内发生这种高能事件的频数是几十年甚至上百年才一次, 这就更增加了地面检测的困难, 要想增加事件的频数从而增大检测引力波的可能性, 就得把视线转向银河系外, 但事件越远离地球, 到达地面的波幅就越小, 使检测更困难, 看来, 发展新的检测技术, 不断提高检测灵敏度是解决矛盾的一个办法。

宇宙飞船的Doppler跟踪技术可用来检测来自星系核深处的可能的超低频( $\nu < 1H_z$ )引力辐射, 但由于耗资巨大, 在把握性不大的情况下是不会轻易上马的。

脉冲双星PSR1913+16的发现打开了一条检测引力波的天体物理的道路, 目前仅仅是个开头, 应该密切关注这方面工作的发展。

## 主要参考文献

- [1] Chia, T. T., Chau, W. Y., and Henriksen, R. N., 1977, *Ap. J.*, 214, 576.
- [2] Davis, M. et al., 1971, *Phys. Rev. Letters.*, 27, 1466.
- [3] Detweiler, S. L., 1978, *Ap. J.*, 225, 687.
- [4] Epstein, R., 1978, *Ap. J.*, 223, 1037.
- [5] Epstein, R. and Wagoner, R. V., 1975, *Ap. J.*, 197, 717.
- [6] Ferrari, A., and Ruffini, R., 1969, *Ap. J.*, 158, L71.
- [7] Hawking, S. W., 1971, *Phys. Rev. Letters*, 26, 1344.
- [8] Hulse, R. A. and Taylor, J. H., 1975, *Ap. J.*, 195, L51.
- [9] Kazanas, D., and Schramm, D. N., 1977, *Ap. J.*, 214, 819.
- [10] Lynden-Bell, D., 1969, *Nature*, 223, 690.
- [11] Matzner, R. A., 1968, *Ap. J.*, 154, 1123.
- [12] Misner, C. W., Thorne, K. S., and Wheeler, J. A., 1973, "Gravitation".
- [13] Press and Thorne, 1972, Gravitational-wave astronomy, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 10, 335-374.
- [14] Rosen, N., 1978, *Ap. J.*, 221, 284.
- [15] Rosi, L. A. and Zimmerman, R. L., 1976, *Ap. and Space Sci.*, 45, 447.
- [16] Saenz, R. A. and Shapiro, S. L., 1978, *Ap. J.*, 221, 286.
- [17] Shapiro, S. L., 1977, *Ap. J.*, 214, 566.
- [18] Smarr, L. L., 1977, *Ann. NY Acad. Sci.*, 302, 569.
- [19] Taylor, Fowler, and McCulloch, 1979, *Nature*, 277, 437.
- [20] Thorne, and Braginsky, 1976, *Ap. J.*, 204, L1.
- [21] Thuan, T. X. and Ostriker, J. P., 1974, *Ap. J.*, 191, L105.
- [22] Tysou, J. A., and Giffard, R. P., 1978, Gravitational wave astronomy, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 16, 521-524.

## The Astrophysical Sources of Gravitational Waves

Li Yanfeng

## Abstract

A review is given for the possible existent celestial sources of gravitational waves. The characteristics, outputs and event-occurring frequencies of gravitational radiation bursts of the sources are discussed; especially, the fluxes and the dimensionless amplitudes of the gravitational waves arrived at the earth are estimated. The possibility of the detection of gravitational waves is also discussed.