

# 用激光散斑全场分析法研究断裂试件位移场及测定 $K_I$

陈锦安 何坚明 林亚夫 褚玉喜 李嘉宝  
(数学力学系)

应用激光散斑法于断裂力学领域,在已发表的文献中,求取 $K_I$ 值多见采用逐点分析法,对位移全场分布没有一个直观的了解,同时由于受激光束大小的限制,使结果带来相对误差仍较大。本文采用全场分析法,用一对正交滤波孔,可直接从条纹图中求取任意方向的位移分量。并结合三点弯曲试件,求出了一定载荷下的位移分布函数,能完全取自裂纹尖端上一点的张开位移值,精确地测定 $K_I$ 。

## 基本原理及方法

散斑图用二次曝光散斑照相记录,并将它置于散斑全场滤波光路中进行全场分析(如图1)。设物体受载后变形为 $\vec{d}(u,v)$ ,则在变换平面上光强 $I(x,y)$ 分布为<sup>[1]</sup>:

$$I(x,y) = C \left| \iint |U_i(x_i, y_i)|^2 \exp[-ik(x_i x + y_i y)/f] dx_i dy_i \{ 1 + \exp[-ik(xu + yv)/f] \} \right|^2 \quad (1)$$

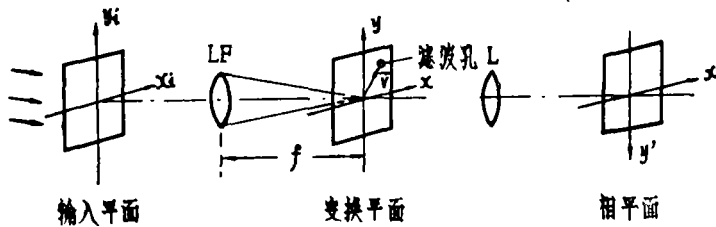


图1 散斑图全场滤波光路

式中 $C$ 为常数,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$ 为光波波长,  $f$ 为变换透镜 $LF$ 的焦距,  $U_i(x_i, y_i)$ 为

记录散斑图时相平面上的光场函数,当 $\vec{d}(u,v)$ 不是均匀变位时,在 $\vec{r}(x,y)$ 上的滤波孔可观察到 $\vec{d}(u,v)$ 在 $\vec{r}(x,y)$ 方向上的位移分量的等值条纹图。由(1) $u, v$ 分量(暗条纹)为:

$$\begin{cases} u = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda f / x \\ v = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda f / y \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{一般地 } |\vec{d}(u,v)| \cos\theta = (n + \frac{1}{2})\lambda f / |\vec{r}(x,y)| \quad (3)$$

$n=0,1,2\cdots$  为暗条纹级数。 $\theta$ 为 $\vec{d}(u,v)$ 与 $\vec{r}(x,y)$ 夹角。可看出,在一般情形下 $\theta$ 仍是未知量。因此 $|\vec{d}(u,v)|$ 还是一个不可求量,为此可采用一组正交滤波装置如图2,在变换平面上任设置两个互相正交滤波孔位置矢 $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ ,假定从这二个滤波孔上所观察到的暗条纹级数为 $N_1, N_2$ ,则任意 $\xi$ 方向的位移分量 $u_\xi$ 为:

$$u_\xi = \left[ \frac{(N_1 + 0.5)\cos(\alpha - \beta)}{|\vec{r}_1(x,y)|} + \frac{(N_2 + 0.5)\sin(\alpha - \beta)}{|\vec{r}_2(x,y)|} \right] \lambda f \quad (4)$$

而过O点与 $\xi$ 方向垂直的 $\eta$ 方向位移分量为

$$v_\eta = \left[ \frac{(N_1 + 0.5)\sin(\alpha - \beta)}{|\vec{r}_1(x,y)|} + \frac{(N_2 + 0.5)\cos(\alpha - \beta)}{|\vec{r}_2(x,y)|} \right] \lambda f \quad (5)$$

式中 $\alpha, \theta, \beta$ 由图2所定义。显然当 $\alpha=0$ 可得 $uv$ 分量,若 $\alpha=\beta=0$ ,由(4)、(5)可得表达式(2),即把两正交滤波孔设置在 $xy$ 轴上这一特殊情形。

由(4)、(5)可看出,任意位移分量与 $\theta$ 无关,且 $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ 选定后, $\beta$ 亦是定值,因此可直接由 $N_1, N_2$ 求取各点位移分量,若将 $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ 选取在相对较多的条纹级数方向上,则对求取条纹级数较少的某一方向的位移分量时显得特别方便。

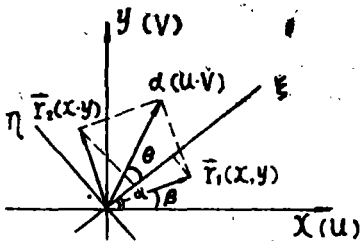
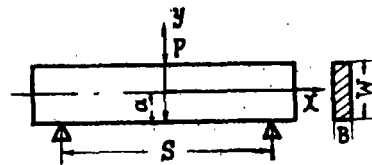


图2 设置 $\vec{r}_1, \vec{r}_2$



$a=10.85, B=10, w=20$   
 $p=250\text{kg}, \sigma_s=25\text{kg/mm}^2$   
 $E=1.99 \times 10^4 \text{kg/mm}^2$

图3 断裂试件

### 实 验

用三点弯曲断裂试件如图3,按上述原理方法。本实验取 $\alpha=0, \beta=\frac{\pi}{4}$ ,由(4)、

(5)并考虑放大系数M有:

$$u = \frac{\sqrt{2}}{2M} \left[ \frac{N_1 + 0.5}{|\vec{r}_1(x,y)|} - \frac{N_2 + 0.5}{|\vec{r}_2(x,y)|} \right] \lambda f \quad (6)$$

$$v = \frac{\sqrt{2}}{2M} \left[ \frac{N_1 + 0.5}{|\vec{r}_1(x,y)|} + \frac{N_2 + 0.5}{|\vec{r}_2(x,y)|} \right] \lambda f \quad (7)$$

采用最小二乘法,取六次 $x$ 为偶次多项式拟合 $u, v$ 有:

$$u = \sum_{k=0}^3 \sum_{n=0}^6 C_{2k, n-2k} x^{2k} y^{n-2k} \quad (8)$$

$$v = \sum_{k=0}^3 \sum_{n=0}^8 b_{2k,n-2k} x^{2k} y^{n-2k} \tag{9}$$

式中 $C_{2k,n-2k}$ ,  $b_{2k,n-2k}$ 数值如下表:

$C_{00}$	$3.41335 \times 10^{-3}$	$C_{21}$	$-9.07568 \times 10^{-8}$	$b_{00}$	$3.95165 \times 10^{-2}$	$b_{21}$	$1.46494 \times 10^{-7}$
$C_{01}$	$1.23775 \times 10^{-3}$	$C_{22}$	$-6.25859 \times 10^{-8}$	$b_{01}$	$-1.42727 \times 10^{-4}$	$b_{22}$	$6.10377 \times 10^{-8}$
$C_{02}$	$1.91993 \times 10^{-5}$	$C_{23}$	$2.39029 \times 10^{-8}$	$b_{02}$	$5.96917 \times 10^{-5}$	$b_{23}$	$1.29858 \times 10^{-9}$
$C_{03}$	$-1.24851 \times 10^{-5}$	$C_{24}$	$1.98598 \times 10^{-10}$	$b_{03}$	$-1.13104 \times 10^{-5}$	$b_{24}$	$-9.20494 \times 10^{-10}$
$C_{04}$	$4.02114 \times 10^{-7}$	$C_{40}$	$-1.76867 \times 10^{-9}$	$b_{04}$	$-1.91588 \times 10^{-6}$	$b_{40}$	$5.29723 \times 10^{-8}$
$C_{05}$	$7.13199 \times 10^{-8}$	$C_{41}$	$-7.27027 \times 10^{-10}$	$b_{05}$	$1.343 \times 10^{-7}$	$b_{41}$	$3.87987 \times 10^{-11}$
$C_{06}$	$-6.97875 \times 10^{-9}$	$C_{42}$	$3.60285 \times 10^{-13}$	$b_{06}$	$1.13465 \times 10^{-8}$	$b_{42}$	$-9.4866 \times 10^{-12}$
$C_{20}$	$5.22372 \times 10^{-7}$	$C_{60}$	$2.66032 \times 10^{-13}$	$b_{20}$	$-7.488 \times 10^{-5}$	$b_{60}$	$-1.38553 \times 10^{-11}$

由(8)可得裂纹尖端张开位移 $COD$ ,

$$COD = 2u(x,y) \Big|_{y=0} = 6.287 \times 10^{-3}(\text{mm}), \text{将} COD \text{代入Irwin公式可得实验值} K'_I$$

$$K'_I = \left[ \frac{\pi E \sigma_s}{2 \times 2^{1/4} (1 - \mu^2)} \right]^{1/2} = 69.36 \text{kg/mm}^{3/2}$$

而 $K_I$ 理论解为

$$K_I = \frac{P}{BW^{1/2}} \left[ 7.51 + 3 \left( \frac{a}{W} - 0.5 \right)^2 \right] \sec \left( \frac{\pi a}{2W} \right) \left( \text{tg} \frac{\pi a}{2W} \right)^{1/2} = 68.23 \text{kg/mm}^{3/2}$$

与 $K'_I$ 比较, 误差为1.66%, 我们并用逐点分析法对图3试件作 $K_I$ 测试, 当 $M = 6$ 时测得为73.89 $\text{kg/mm}^{3/2}$ 。可见精度大有提高。

### 参 考 文 献

[1] 王天及, 激光散斑现象及其应用, 激光, 1978。