

双作用水环泵的设计理论与计算

陈启强 徐适利 梁泽梧
(中山大学) (佛山) (佛山)
(数学力学系) (通用厂) (水泵厂)

〔提要〕

水环泵的设计见诸于文〔1〕、〔3〕, 本文与前文不同之处主要有:

(1) 引进假设(C), 以代替 $\lambda = \sqrt{[1 + \frac{2(1-\nu)}{\pi \operatorname{tg} \beta_2}] \mu_2}$, $\mu_2 = \frac{1}{1 + \frac{\pi \sin \beta_2}{2Z(1-\nu)}}$ 之经验公式。

(2) 引入叶轮与壳体的径向最小间隙 Δ_1 , 所得公式比前文精确, 而且经验数据较少。

一、前言

双作用水环泵结构如图1所示。其泵体内腔之轴截面由两个半径为 R , 圆心距为 $2e$ 的圆弧, 再用以壳腔对称中心为圆心, 以 $r_2 + \Delta_1$ 为半径的两小段圆弧连接而成 (其中 r_2 为叶轮外径, Δ_1 为叶轮与壳腔的最小径向间隙)。轮毂半径为 r_1 , 叶轮与泵盖轴向间隙为 Δ_2 , 叶轮与分配器径向间隙为 Δ_3 , 在壳腔内 $r > r_1$ 的空间充满水和气体的分层流体。当叶轮转动时, 液体受叶片搅拌而作圆周运动, 因水的离心力较气体大, 将在壳腔与轮毂之间形成一个封闭水环, 将气体置于轮毂与水环之间的空间内, 叶片之间与水气交界面所包围的气体小空间, 随轮转而周期地变化。水气交界面起了活塞的作用, 进行抽吸或压缩气体。

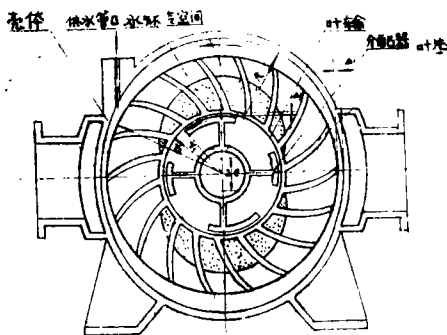


图1 双吸双排式水环泵结构

二、水气交界面

从上可知, 研究水气交界面是研究水环泵工作原理的关键。设水气交界面的射径方程为:

$$r = r(\varphi), \quad \varphi \in [0, 2\pi], \quad (1)$$

从直观可知, 在第 I、III 象限, 泵是吸气的 (叶轮作逆时针转动), 在 II、IV 象限, 泵是

压缩气体与排气。

设流体是无粘性且不可压缩的，流动是两维定常无旋流动。除此之外，整个理论是以下面四点假定为依据：

(A)叶轮对流体(水或气)所作的功，远大于重力对液体所作的功。因而认为流体是无重的。

(B)水环径向速度很低，在同一射径上，任一点压力P等于该射径上与水气交界的点的压力。

(C)叶轮外边缘总是有水的。故叶轮外(即在 $r > r_2$)的圆周切向速度 V_τ 均可近似地用文献[2]公式：

$$V_\tau = \lambda \omega r_2, \tag{2}$$

$$\lambda = 1 + \frac{2}{\pi} (1 - \nu) \text{ctg} \beta_2 - \frac{\pi}{Z} \sin \beta_2 \tag{3}$$

所计算，其中 β_2 是叶片出口角，Z是叶片数， ω 为叶轮圆频率， ν 为轮毂比，即

$$\nu = \frac{r_1}{r_2}. \tag{3'}$$

(D)因有循环水不断对气体进行热交换，故认为气体是等温的。

设 φ_{s1} 为吸气始角(见图2)，则

$$r(\varphi) = r_1, \quad \varphi \in [0, \varphi_{s1}]. \tag{4}$$

过AB线段的水流量为 Q_{AB} ，则根据假设(C)有

$$Q_{AB} = \left[\frac{r_1 + r_2}{2} \omega (r_2 - r_1) - Zf \frac{\omega}{2\pi} + \lambda r_2 \omega \Delta_1 \right] \cdot B, \tag{5}$$

其中f为叶片轴截面的面积，B为叶轮宽度。若令 ϕ 为叶轮排挤系数，即

$$\phi = \frac{(r_2^2 - r_1^2)\pi - Zf}{(r_2^2 - r_1^2)\pi}, \tag{6}$$

则

$$Q_{AB} = \frac{r_2^2}{2} \omega \phi \left[(1 - \nu^2) + \frac{2\lambda}{r_2} \Delta_1 \right] \cdot B. \tag{7}$$

同理，如图3通过折线EFG的水流量 $Q(\varphi)$ 为，

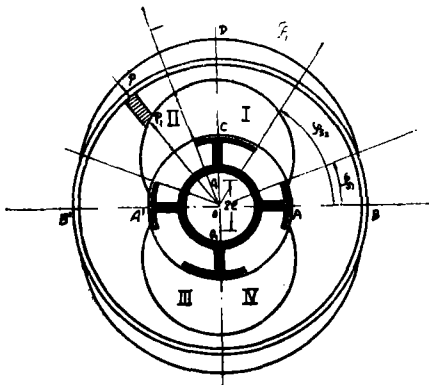


图2 水气交界面

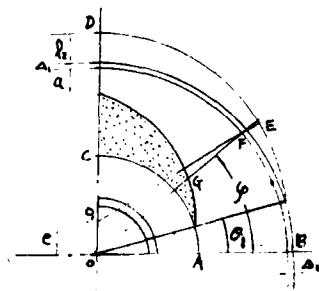


图3 吸气段

$$\begin{aligned}
 Q(\varphi) &= \frac{r_2^2}{2} \omega \phi \left\{ \left[1 - \left(\frac{r(\varphi)}{r_2} \right)^2 \right] + \frac{2\lambda}{r_2 \phi} (R - O_1 F) \right\} B \\
 &= \frac{r_2^2}{2} \omega \phi \left\{ \left[1 - \left(\frac{r(\varphi)}{r_2} \right)^2 \right] + \frac{2\lambda}{\phi} \left[\frac{R}{r_2} - C(\varphi) \right] \right\} B,
 \end{aligned} \tag{8}$$

其中 $\frac{O_1 F}{r_2} = C(\varphi) = \sqrt{1 + \left(\frac{e}{r_2}\right)^2 - 2\frac{e}{r_2} \sin \varphi}$. (9)

根据假设 (D) 及质量不灭定律有

$$Q(\varphi) = Q_{AB},$$

将 (7) 和 (8) 代入上式, 整理可得

$$r(\varphi) = r_2 \sqrt{\frac{2\lambda}{\phi} \left[\frac{R - \Delta_1}{r_2} - C(\varphi) \right] + \nu^2} . \tag{10}$$

显然, (10) 式在 $\varphi \in (\varphi_{s1}, \frac{\pi}{2})$ 的整个区间都成立.

为使高压区与低压区之间隔开, 水环必须对叶轮有一定的浸入深度 a , 它可定义为

$$a = r_2 - r\left(\frac{\pi}{2}\right). \tag{11}$$

从 a 的作用可看出, 对工作压力差较高时 a 应取大些, 工作压力差较小者, 则应取小些.

从几何上有

$$R^2 = e^2 + (r_2 + \Delta_1)^2 - 2e(r_2 + \Delta_1) \sin \theta_1$$

其中 θ_1 为壳腔圆弧接点到壳腔对称中心的射线与 ABO 之夹角. 另有

$$R = r_2 + \Delta_1 + l_2 - e, \tag{12}$$

联立上两式得

$$e = \frac{l_2(0.5l_2 + r_2 + \Delta_1)}{(r_2 + \Delta_1)(1 - \sin \theta_1) + l_2}. \tag{13}$$

在第 I 象限中, 设辐角 φ 为常数的射径上气压为 $H(\varphi)$, 气体流量为 $Q^a(\varphi)$, 在 CD 上气压为 H_1 , 气体体积流量为 Q_{CD}^a . 根据假设 (D) 有:

$$Q^a(\varphi) = Q_{CD}^a H_1 / H(\varphi) \tag{14}$$

从图 4, 不难求得:

$$Q^a(\varphi) = \frac{r_2^2}{2} \omega \phi \left[\frac{r^2(\varphi)}{r_2^2} - \nu^2 \right] B, \tag{15}$$

$$Q_{CD}^a = \frac{r_2^2}{2} \omega \phi \left[\left(1 - \frac{a}{r_2} \right)^2 - \nu^2 \right] B, \tag{16}$$

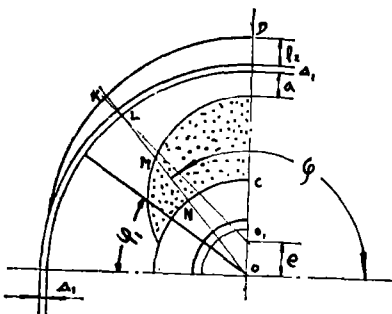


图 4 排气段

由(14)知:

$$\frac{r^2(\varphi)}{r_2^2} = \left[\left(1 - \frac{a}{r_2} \right)^2 - v^2 \right] \frac{H_1}{H(\varphi)} + v^2. \quad (14')$$

由(10)、(11)、(12)得

$$l_2 = r_2 \frac{\phi}{2\lambda} \left[\left(1 - \frac{a}{r_2} \right)^2 - v^2 \right], \quad (17)$$

代入(14')得

$$r(\varphi) = r_2 \sqrt{\frac{2\lambda}{r_2 \phi} l_2 \frac{H_1}{H(\varphi)} + v^2}, \quad (18)$$

$$\text{令 } x(\varphi) = \frac{H(\varphi)}{H_1} \text{ 代入(18)得:}$$

$$r(\varphi) = r_2 \sqrt{\frac{2\lambda}{\phi} \frac{l_2}{r_2} \frac{1}{x(\varphi)} + v^2}, \quad \varphi \in \left[\frac{\pi}{2}, \varphi_1 \right], \quad (19)$$

其中 φ_1 为排气开始角。

设在 KL 线段上的法向速度记为 $V(\varphi)$ (见图4), 根据假设(B)及Bernoulli方程, 可得

$$\frac{V^2(\varphi)}{2g} + H(\varphi) = \frac{(\lambda\omega r_2)^2}{2g} + H_1. \quad (20)$$

经移项整理可得:

$$V(\varphi) = r_2 \omega \sqrt{\lambda^2 + \frac{1-x(\varphi)}{\varepsilon}} \quad (21)$$

$$\text{其中, } \varepsilon = \frac{(\omega r_2)^2}{2gH_1} \quad (22)$$

为叶轮的动能与吸入气体所作的功之比值。从流量关系可得

$$Q_{KL}^a = r_2 \omega \sqrt{\lambda^2 + \frac{1-x(\varphi)}{\varepsilon}} \left[\frac{R}{r_2} - C(\varphi) \right] B, \quad (23)$$

$$Q_{MN}^a = r_2^2 \omega \left\{ \left[\lambda^2 + \frac{1-x(\varphi)}{\varepsilon} \right]^{1/2} \left(\frac{R}{r_2} - C(\varphi) \right) - \frac{\lambda \Delta_1}{r_2} \right\} \cdot B, \quad (24)$$

$$Q_{CD}^a = \frac{r_2^2}{2} \omega \phi B \left[\left(1 - \frac{a}{r_2} \right)^2 - v^2 \right], \quad (25)$$

其中 $C(\varphi)$ 与(9)定义相同, 而 Q_{KL}^a , Q_{MN}^a , Q_{CD}^a 分别表示通过对应 KL, MN, CD 的体积流量。

把(17)代入(25), 可得:

$$Q_{CD}^a = \lambda \omega r_2 l_2 B. \quad (26)$$

根据假设(C)有:

$$Q_{MN}^a = \frac{H_1}{H(\varphi)} Q_{CD}^a, \quad (27)$$

将(24)和(26)式代入(27)式, 便得

$$\left(\frac{1}{x(\varphi)} + \frac{\Delta_1}{l_2} \right) = A^2(\varphi) \left[\lambda^2 + \frac{1}{\varepsilon} (1 - x(\varphi)) \right], \quad (28)$$

其中

$$A(\varphi) = \frac{r_2}{\lambda l_2} \left[\frac{R}{r_2} - C(\varphi) \right]. \quad (29)$$

从方程(28)中可解出 $x(\varphi)$, 从而确定(19)式中的未知函数。

值得注意的是, 若设 φ_1 是排气开始角(见图4)则当 φ 在 (φ_1, π) 区间上, 恒有

$$x(\varphi) = \frac{H_2}{H_1}, \quad (30)$$

其中 H_2 为排气口的气压, 故在这区间内的水气交界面的射径方程为

$$r(\varphi) = r_2 \sqrt{\frac{2\lambda}{\phi} \frac{l_2}{r_2} \frac{H_1}{H_2} + v^2}. \quad (31)$$

三、最佳设计讨论

泵的最佳设计是指满足压缩比 H_2/H_1 及流量 Q_{CD}^a 的条件下, 如何使泵的结构尺寸尽可能地小, 在工艺条件许可下, 尽可能得到较高的效率。为此, 必须研究 Q_{CD}^a 和 H_2/H_1 是由哪些量所决定的。

为研究转角 φ 对压缩比 $x(\varphi)$ 的依赖关系, 先研究(28)式的等价方程组

$$Y = \left(\frac{1}{x(\varphi)} + \frac{\Delta_1}{l_2} \right)^2, \quad (32)$$

$$Y = \frac{A^2(\varphi)}{\varepsilon} \left[x(\varphi) - (\lambda^2 \varepsilon + 1) \right], \quad (33)$$

如图5所示, 对每一个 φ 所求的根 $x(\varphi)$ 是(32)平方双曲线与(33)直线交点的 x 轴坐标。

文[1]已研究过类似的方程, 本文与其不

同的仅是多了 $\frac{\Delta_1}{l_2}$ 这一项。类似文[1]的讨论, 图5中的 x_1, x_2, x_3 的三个根中, 只有 x_2 是所求的根。

要使泵的效率, 必须使(20)式的 $V(\varphi_1)$ 取最小值, 显然, 当 $x(\varphi_1)$ 取最大值时 $V(\varphi_1)$ 达到最小值, 故泵的最优设计之一为

$$x(\varphi_1) = x_{\max}. \quad (34)$$

从图5可看出 x_{\max} 满足方程

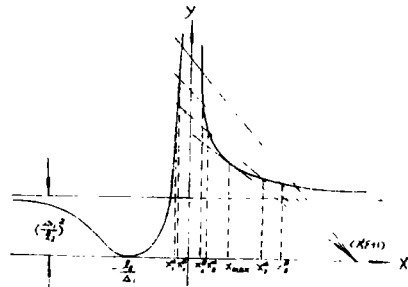


图5 压缩比 x 的根分布

$$\left(\frac{1}{x_{\max}} + \frac{\Delta_1}{l_2}\right)^2 = \frac{-1}{x_{\max}^2} \left(\frac{1}{x_{\max}} + \frac{\Delta_1}{l_2}\right) (x_{\max} - \lambda^2 \varepsilon - 1).$$

亦即

$$x_{\max} = \frac{3l_2}{2\Delta_1} \left[\sqrt{1 + \frac{8}{9} \frac{\Delta_1}{l_2} - (\lambda^2 \varepsilon + 1)} - 1 \right]. \tag{35}$$

由(30)和(34)可知,

$$x_{\max} = \frac{H_2}{H_1}.$$

从(9)、(28)式不难求得排气开始角 φ_1 表示式为

$$\varphi_1 = \sin^{-1} \left[\frac{1 + \left(\frac{e}{r_2}\right) c(\varphi_1)^2}{2 \frac{e}{r_2}} \right], \tag{36}$$

其中,
$$C(\varphi_1) = \frac{R}{r_2} - \frac{\lambda l_2 \left(\frac{1}{x_{\max}} + \frac{\Delta_1}{l_2}\right) \cdot \omega}{\sqrt{(\lambda \omega r_2)^2 - 2gH_1(x_{\max} - 1)}}. \tag{37}$$

将(22)式代入(35)式, 可解得

$$r_2 = \frac{1}{\lambda \omega} \sqrt{gH_1 \left(\frac{\Delta_1}{l_2} x_{\max}^2 + 3x_{\max} - 2 \right)}, \tag{38}$$

上式是满足压缩为 x_{\max} 时的最佳叶轮半径。

为防止气体高压区和低压区连通, 在选取吸气终止角 φ_{s2} 及排气终止角 φ_2 时应分别为(见图2)

$$\begin{cases} \varphi_{s2} = 90^\circ + \frac{360^\circ}{Z} \\ \varphi_2 = 180^\circ - \frac{360^\circ}{Z} \end{cases} \tag{39}$$

设吸气始角 φ_{s1} , 则

$$\varphi_{s1} = \sin^{-1} \left[\left(1 + \frac{e}{r_2}\right) - \left(2 + \frac{l_2}{r_2}\right) \frac{l_2}{2e} \right]. \tag{40}$$

ν 的最佳值, 文[1]已指出是 $\frac{1}{3}$, 但从片强度选择, ν 总要大于 $\frac{1}{3}$ 。

四、流量问题

理论上, 气体总流量为 $2Q_{CD}^a$, 但其中含有一定比例的水蒸汽, 若设抽出的干气体为 Q , 漏气量为 Q_s , 饱和水蒸汽压为 H_D , 则

$$2Q_{CD}^a = (Q + Q_s) \frac{H_1}{H_1 - H_D}. \tag{41}$$

漏气之处有(见图6)叶轮与泵盖的轴向间隙 Δ_2 , 叶轮与分配器的径向间隙 Δ_3 以及填

料与轴的径向间隙 Δ_4 ，但一般用高压水来密封 Δ_4 ，所以主要漏气通道是 Δ_2 和 Δ_3 。

由气体能量方程知，漏气速度 V_{SB} （单位：米/秒）是

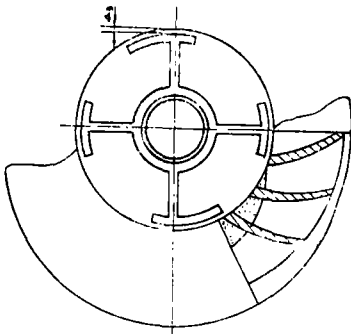


图6 (甲)

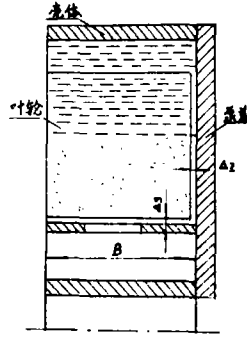


图6 (乙)

$$V_{SB} = \sqrt{\frac{2p_2}{\rho_2} \ln \frac{H_2}{H_1}} + \left(r_1 - \frac{\Delta_3}{2} \right) \omega, \quad (42)$$

其中 ρ_2 、 p_2 分别为排气口的气体密度与压力。径向单位长度的漏气量

$$Q_{rs} = 2V_{SB} \Delta_3 H_2 / H_1. \quad (43)$$

同理可得轴向漏气量 Q_{ls} 为

$$Q_{ls} = \left[\sqrt{\frac{2p_2}{\rho_2} \ln \frac{H_2}{H_1}} + \frac{\omega}{2} (r_2 + r_1 - a) \right] (r_2 - r_1 - a) \Delta_2 \cdot \frac{H_2}{H_1} \quad (44)$$

而上式考虑 I、II 区间域间有循环水，故漏气量 Q_s 是

$$Q_s = Q_{ls} + 2Q_{rs} \cdot B. \quad (45)$$

将(27)、(43)、(44)以及(45)式代入(41)式，可得

$$B = \frac{(Q + Q_{ls}) H_1 / (H_1 - H_D)}{2(\lambda \omega r_2 l_2 - V_{SB} \Delta_3 H_2 / H_1)}. \quad (46)$$

容积效率 η_c 是

$$\eta_c = 1 - \frac{Q_s}{2Q_{CD}^a}. \quad (47)$$

从上式可知，减少 Δ_2 、 Δ_3 是提高容积效率的关键。

五、设计计算例子

设用户对泵提出如下要求

$$H_1 = 4.22, \quad H_2 = 10.44, \quad Q = 1.833,$$

其中压力 H 的单位是水柱高，流量单位是米³/秒。

从加工精度、构件强度以及周围情况等考虑，需选取附表的九个经验参数（长度单位：米）。其中 η_{ts} 是真空泵总效率的估计值。

附表 设计经验参数

d_1	d_3	Z	ψ	β_2	ν	$\alpha = \frac{a}{r_2}$	H_D	η_s
0.0005	0.002	29	0.815	59°	0.54	0.106	0.007	0.45

若使结构尺寸近似有

$$B \cong 2r_2 \quad (48)$$

关系, 则电机功率 W (单位: 千瓦) 及转速 n (单位: R.P.M) 可用下式选择:

$$W = 23.04 \frac{H_1 Q}{\eta_{18}} 1g \frac{H_2}{H_1}, \quad (49)$$

$$n = 55(3H_2 - 2H_1)^{3/4} \left\{ \phi \left[\left(1 - \frac{a}{r_2} \right)^2 - \nu^2 \right] \right\}^{1/2} / \sqrt{Q}. \quad (50)$$

利用附表的数值可计算得所有设计数值。首先利用(49)及(50)两式可得

$$W = 155.6, \quad \eta = 256, \quad \omega = 26.18.$$

由(3)及(30)式求得

$$\lambda = 1.083, \quad x_{\max} = 2.474.$$

从(17)及(38)式可得 r_2 与 l_2 的联立方程组:

$$l_2 = 0.191r_2, \quad r_2 = 0.2268 \sqrt{\frac{0.0214}{l_2} + 5.422}.$$

解上方程组可得

$$l_2 = 0.1028, \quad r_2 = 0.538.$$

由(13)和(40)两式, 得 e 及 φ_{s1} (单位: 度) 的联立方程

$$e = \frac{0.061}{0.542(1 - \sin\varphi_{s1}) + 0.1028},$$

$$\sin\varphi_{s1} = 1 + \frac{e}{0.538} - \frac{0.1125}{e}.$$

不难求得 $e = 0.107, \quad \varphi_{s1} = 8^\circ.$

用简单计算, 从(3'), (11), (12)和(39)式可得

$$r_1 = 0.291, \quad a = 0.057, \quad R = 0.537, \quad \varphi_{s2} = 17.59^\circ \quad \varphi_2 = 12.4^\circ.$$

为了保证不漏气, 一般选取 $\varphi_{s1}, \varphi_{s2}, \varphi_2$ 的值应比计算值大些。

比较关键是确定排气角 φ_1 , 因它对泵的效率很敏感。从(36)和(37)两式可得

$$C_1(\varphi_1) = 0.8777, \quad \sin\varphi_1 = 0.6772.$$

故

$$\varphi_1 = 137.4^\circ.$$

留下的是从(42)到(46)五式中确定泵宽 B 。注意到常温下空气的密度

$\rho = 0.123$ 千克·秒²/米⁴, 则可求得

$$V_{SB} = 249, \quad Q_{rs} = 0.308, \quad Q_{ls} = 0.244, \quad B = 0.824, \quad \eta_c = 0.71.$$

至此泵的结构尺寸都确定了。

参 考 文 献

- 〔1〕朱俊华, 往复泵及其它类型泵, 机械工业出版社, (1982)。
 〔2〕查森编著, 离心式和轴流式水泵, 中国工业出版社, (1961)。
 〔3〕水环真空泵及其应用, 油压技术, (1976). 2.

On the Theory and Calculation for the Design of Water Ring Vacuum Pump

Chen Qiqiang Xu Shili Liang Zewu

Abstract

The design of water ring vacuum pumps references the paper [1], [3]. The differences between this paper and above works are mainly:

- (1) The assumption (C) are introduced, in order to replace the empirical formula:

$$\lambda = \sqrt{\left[1 + \frac{2(1-\nu)}{\pi \operatorname{tg} \beta_2}\right]} \mu_z, \quad \mu_z = \frac{1}{1 + \frac{\pi \sin \beta_2}{2z(1+\nu)}}.$$

- (2) The minimum radial clearance Δ_1 between the impeller and the pump body is introduced.

The formulas obtained in this paper are more accurate and they contain less empirical parameters than the previous works.