

# 水面上三维浮体振动水动力的相似单元法计算

张涤明 侯书苓

(力学系)

## 摘 要

本文用相似单元方法计算三维浮体振动的水动力,进一步发展了相似单元方法.它有效地克服了有限元方法应用在流体力学中所遇到的区域大、单元划分的工作量大、结点未知数多,因而不易求解等困难.

本文继文[1]的工作对三维浮体问题单元的相似性进行了研究,结果表明,在单元的相似性质上三维与二维是不同的.以对计算的简化而言三维比二维显得更有意义.由实例计算表明,相似单元方法在解决流体力学问题是行之有效的.

## 一、基本方程

设流体理想不可压缩.取坐标系如下,原点 $o$ 及 $ox$ 轴, $oy$ 轴在未受扰动的水面上. $z$ 轴垂直向上,浮体在水面上作小振幅简谐振动,设振动频率为 $\omega$ .

考虑流场的压力有

$$p(x, y, z, t) = P(x, y, z) \sin \omega t$$

$P(x, y, z)$ 满足方程

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

及边界条件:

$$\text{在自由面 } z=0 \text{ 上 } \quad \frac{\partial P}{\partial y} - \alpha P = 0 \quad (2)$$

$$\text{在浮体表面 } S \text{ 上 } \quad \frac{\partial P}{\partial n} + q = 0 \quad (3)$$

$$\text{其中 } \alpha = \frac{\omega^2}{g}, \quad q = \rho \frac{\partial v_n}{\partial t} \quad (4)$$

$v_n$ 为浮体振动时表面 $S$ 上的法向速度.

本文1984年7月收到,曾在第二届亚洲流体力学会议报告(1983年10月,北京)

我们考虑高频振动的情形,  $\alpha$ 很大, 在自由表面上近似地  $P=0$ , 于是, 上述方程(1)的边值问题等价于下面的泛函极值问题:

$$\begin{cases} I(P) = \iiint \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial P}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right\} dx dy dz + \iint q P ds = \min \\ \text{当 } z=0 \text{ 时, } P=0 \end{cases} \quad (5)$$

## 二、相似剖分和相似等参单元

以原点为中心作射线  $M \times N$  条, 纵向( $ox$ 轴向)有  $M$  排, 而每一排有  $N$  个点, 于是在浮体表面有  $M \times N$  个交点, 记为

$$Q_{ij}(x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}) \quad \begin{matrix} i=1, 2, \dots, M \\ j=1, 2, \dots, N \end{matrix} \quad (6)$$

然后在每一条射线上都以比例常数  $k, k^2, k^3, \dots, k^L (k > 1)$  对交点  $Q_{ij}$  取一系列的比例点, 则这些比例点的坐标为

$$\begin{aligned} x_{ij}^{(l)} &= k^l x_{ij} & i=1, 2, \dots, M \\ y_{ij}^{(l)} &= k^l y_{ij} & j=1, 2, \dots, N \\ z_{ij}^{(l)} &= k^l z_{ij} & l=1, 2, \dots, L \end{aligned}$$

将所有这些比例点从第 0 层(即浮体表面  $S$ )开始至第  $L$  层, 按层次分层地将它们在层内连结起来, 且排列分明, 除了在射线上相交之外别无其它任何连线的交点。在某一层(例如第 0 层)相连的点, 在所有其它各层上其对应点也要相连, 反之, 不相连的点, 其对应的点也不相连。这样剖分的结果, 在周围相邻的每 4 条射线之间就构成一系列按比例常数为  $k, k^2, \dots, k^L$  的几何相似的六面体单元(如图 1 所示)。

对变分式(5), 我们采用 8 节点的等参单元, 取六面体的 8 个顶点为结点, 首先通过坐标变换将在  $0-xyz$  坐标系的任意六面体单元变为在  $0-\xi\eta\zeta$  坐标系中边长为 2 的立方体单元(如图 2), 变换函数为

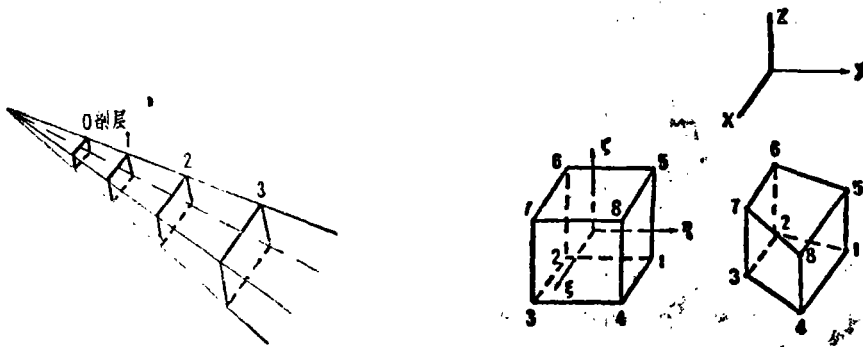


图 1

图 2

$$\begin{cases} x = \sum_{i=1}^8 N_i x_i \\ y = \sum_{i=1}^8 N_i y_i \\ z = \sum_{i=1}^8 N_i z_i \end{cases} \quad (7)$$

其中  $N_i = (1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i)(1 + \zeta_i \zeta_i) / 8$

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$\xi_i$	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
$\eta_i$	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
$\zeta_i$	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1

然后在单元内取逼近函数

$$P(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^8 N_i P_i \quad (8)$$

$P_i (i = 1, 2, \dots, 8)$  为  $P$  的结点值。这里的编号是在单元体内的局部编号。

由于

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \quad (9)$$

其中 Jacobi 矩阵

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \quad (10)$$

而

$$J^{-1} = \frac{1}{|J|} J^*$$

这里

$$J^* = \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta}, & \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta}, & \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta}, & \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \zeta}, & \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta}, & \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \zeta}, & \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$|J|$ 为Jacobi行列式

故得

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \\ \frac{\partial P}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{1}{|J|} \mathbf{B}_P \mathbf{P}_e \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{B}_P = J^* \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi}, \frac{\partial N_2}{\partial \xi}, \dots, \frac{\partial N_8}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta}, \frac{\partial N_2}{\partial \eta}, \dots, \frac{\partial N_8}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \zeta}, \frac{\partial N_2}{\partial \zeta}, \dots, \frac{\partial N_8}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_e = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_8 \end{pmatrix}$$

从而

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{|J|^2} \mathbf{P}_e^T \mathbf{B}_P^T \mathbf{B}_P \mathbf{P}_e \quad (14)$$

因此,对8节点六面体等参数单元,变分式(5)的单元系数矩阵为

$$\mathbf{K}_e = \iiint_{-1}^1 \frac{1}{|J|} \mathbf{B}_P^T \mathbf{B}_P d\xi d\eta d\zeta \quad (15)$$

对于上述8结点六面体等参数单元,几何形状相似的单元其系数矩阵有下述定理。

**定理** 对于以 $k$ 为比例常数相似的两个8结点等参单元,变分式(5)的单元系数矩阵也以同样的比例常数成比例。即如果两个8结点的等参单元有

$$x_i^{(\text{II})} = kx_i^{(\text{I})}, \quad y_i^{(\text{II})} = ky_i^{(\text{I})}, \quad z_i^{(\text{II})} = kz_i^{(\text{I})}, \quad i=1,2,\dots,8$$

则有

$$\mathbf{K}_e^{(\text{II})} = k \mathbf{K}_e^{(\text{I})} \quad (16)$$

上角标(I)和(II)分别表示第I和第II个单元。

**证明** 由(15)式

$$\mathbf{K}_e^{(\text{I})} = \iiint_{-1}^1 \frac{1}{|J^{(\text{I})}|} \mathbf{B}_P^{(\text{I})T} \mathbf{B}_P^{(\text{I})} d\xi d\eta d\zeta$$

$$\mathbf{K}_e^{(\text{II})} = \iiint_{-1}^1 \frac{1}{|J^{(\text{II})}|} \mathbf{B}_P^{(\text{II})T} \mathbf{B}_P^{(\text{II})} d\xi d\eta d\zeta$$

而

$$|J^{(II)}| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x^{(II)}}{\partial \xi} & \frac{\partial y^{(II)}}{\partial \xi} & \frac{\partial z^{(II)}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x^{(II)}}{\partial \eta} & \frac{\partial y^{(II)}}{\partial \eta} & \frac{\partial z^{(II)}}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x^{(II)}}{\partial \zeta} & \frac{\partial y^{(II)}}{\partial \zeta} & \frac{\partial z^{(II)}}{\partial \zeta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} k \frac{\partial x^{(I)}}{\partial \xi} & k \frac{\partial y^{(I)}}{\partial \xi} & k \frac{\partial z^{(I)}}{\partial \xi} \\ k \frac{\partial x^{(I)}}{\partial \eta} & k \frac{\partial y^{(I)}}{\partial \eta} & k \frac{\partial z^{(I)}}{\partial \eta} \\ k \frac{\partial x^{(I)}}{\partial \zeta} & k \frac{\partial y^{(I)}}{\partial \zeta} & k \frac{\partial z^{(I)}}{\partial \zeta} \end{vmatrix} = k^3 |J^{(I)}|$$

且由(11)式知  $J^{*(II)} = k^3 J^{*(I)}$

故由(13)式可得  $B_r^{(II)} = k^2 B_r^{(I)}$ ,  $B_r^{(II)T} = k^2 B_r^{(I)T}$

于是有

$$K_e^{(II)} = \iiint_{-1}^1 \frac{k^4}{k^3 |J^{(I)}|} B^{(I)T} B_r^{(I)} d\xi d\eta d\zeta$$

$$= k \iiint_{-1}^1 \frac{1}{|J^{(I)}|} B_r^{(I)T} B_r^{(I)} d\xi d\eta d\zeta = k K_e^{(I)}$$

定理得证。

### 三、代数方程组

采用上述的相似剖分，则只要求得了靠浮体表面S的一层六面体单元（即第0剖层与第一剖层之间的六面体单元）的系数矩阵，其它各层上的单元系数矩阵就可由相似定理求得。

如果结点的整体编号从第0层开始，顺序往下一层一层地编，而在每一层上又都是依纵向从第一排开始，一排一排按顺序方向一致地编到第M排，在每一剖层上压力P的所有结点值以一个M×N维的列向量表示，即

$$P_l = (P_{11}^{(l)}, P_{12}^{(l)}, \dots, P_{1N}^{(l)}, P_{21}^{(l)}, P_{22}^{(l)}, \dots, P_{2N}^{(l)}, \dots, P_{M1}^{(l)}, \dots, P_{MN}^{(l)})^T$$

$$l = 1, 2, \dots, L, \tag{17}$$

由单元系数矩阵合成整体系数矩阵，得与变分式(5)等价的代数方程组：

$$A_0 P_0 - B_0^T P_1 = Q$$

$$-B_0 P_0 + A P_1 - k B_0^T P_2 = 0$$

$$-B_0 P_1 + A P_2 - k B_0^T P_3 = 0$$

$$\vdots$$

$$-B_0 P_{L-1} + A P_L = 0 \tag{18}$$

其中  $Q = (q_{11}, q_{12}, \dots, q_{1N}, q_{21}, q_{22}, \dots, q_{2N}, \dots, q_{M1}, \dots, q_{MN})^T$  来自(5)式中第二项积分的变分，

而  $A = A'_0 + k A_0$

矩阵  $A_0, A'_0, B_0, B_0^T$  构成第 0 剖层与第一剖层之间 (即第一单元层) 所有单元合成的系数矩阵

$$K_{\Omega} = \begin{pmatrix} A_0 & -B_0^T \\ -B_0 & A'_0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

#### 四、方程组消元

方程组(18)为  $M \times N \times L$  阶的代数方程组, 例如, 如果在表面  $S$  上取 100 个结点, 则只要取 10 层, 方程组就是 1000 阶的。这样高阶的方程组给数值求解造成困难。然而和二维的情形一样, 方程组(18)可以利用单元系数矩阵的相似性予以消元, 将含有  $L = 2^v$  ( $v$  可以是正整数) 个剖层全部结点值的方程组最后简化为只含浮体表面  $S$  上 (即第 0 剖层上) 结点值的方程组。

如上节所述, 在第 0 剖层与第 1 剖层之间 (即第一单元层) 的区域里 (如图 3) 系数矩阵合成为

$$K_{\Omega} = \begin{pmatrix} A_0 & -B_0^T \\ -B_0 & A'_0 \end{pmatrix}$$

由相似性定理, 在第  $l-1$  剖层与第  $l$  剖层 (即第  $l$  单元层) 的区域里系数矩阵则为  $k^{l-1} K_{\Omega}$

那么在  $l-1$  与  $l$  两个剖层之间的压力  $P(x, y, z)$  可由向量  $P_{l-1}$  和  $P_l$  确定, 其泛函等价式为

$$I_{\Omega_l} = \frac{k^{l-1}}{2} \begin{pmatrix} P_{l-1} \\ P_l \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_0 & -B_0^T \\ -B_0 & A'_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{l-1} \\ P_l \end{pmatrix} \quad (20)$$

对于由两相邻单元层组成的区域, 首先对于第一单元层和第二单元层组成的区域, 泛函等价式

$$\begin{aligned} I_{2\Omega} &= I_{\Omega_1} + I_{\Omega_2} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_0 & -B_0^T \\ -B_0 & A'_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \end{pmatrix} + \frac{k}{2} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_0 & -B_0^T \\ -B_0 & A'_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

而由方程(18)中第 2 个方程有

$$P_1 = A^{-1}(B_0 P_0 + k B_0^T P_2)$$

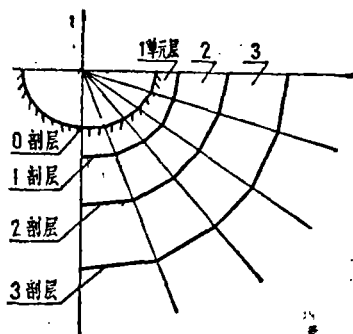


图 3

将它代入(21)经适当整理后得到

$$I_{2\Omega_1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_1 & -B_1^T \\ -B_1 & A_1' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_2 \end{pmatrix} \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} A_1 &= A_0 - B_0^T (A_0' + kA_0)^{-1} B_0 \\ A_1' &= k [A_0' - k B_0 (A_0' + kA_0)^{-1} B_0^T] \\ B_1 &= k B_0 (A_0' + kA_0)^{-1} B_0 \end{aligned} \quad (23)$$

因而在第 0 剖层与第 2 剖层之间的区域内合成的系数矩阵为

$$K_{2\Omega} = \begin{pmatrix} A_1 & -B_1^T \\ -B_1 & A_1' \end{pmatrix} \quad (24)$$

同样在第 3 单元层和第 4 单元层组成的区域 (即第 2 剖层与第 4 剖层之间的区域) 内有

$$\begin{aligned} I_{2\Omega_2} = I_{\Omega_3} + I_{\Omega_4} &= \frac{k^2}{2} \begin{pmatrix} P_2 \\ P_3 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_0 & -B_0^T \\ -B_0 & A_0' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} \\ &+ \frac{k^3}{2} \begin{pmatrix} P_3 \\ P_4 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_0 & -B_0^T \\ -B_0 & A_0' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_3 \\ P_4 \end{pmatrix} = \frac{k^2}{2} \begin{pmatrix} P_2 \\ P_4 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_1 & -B_1^T \\ -B_1 & A_1' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ P_4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

于是, 在第 2 剖层至第 4 剖层之间的区域内系数矩阵合成为

$$k^2 \begin{pmatrix} A_1 & -B_1^T \\ -B_1 & A_1' \end{pmatrix} = k^2 K_{2\Omega}$$

如此类推, 将全部单元层依次两两归并起来, 得到在第 4 剖层与第 6 剖层之间的系数矩阵为  $k^4 K_{2\Omega}$ , 第 6 剖层与第 8 剖层之间合成的系数矩阵为  $k^6 K_{2\Omega}$  等等。

在两两归并的基础上, 再进一步将相邻四个单元层归并。在第一个四单元层 (即由第 0 剖层至第 4 剖层之间的区域) 组成的区域内

$$\begin{aligned} I_{4\Omega_1} = I_{\Omega_1} + I_{\Omega_2} + I_{\Omega_3} + I_{\Omega_4} &= I_{2\Omega_1} + I_{2\Omega_2} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_1 & -B_1^T \\ -B_1 & A_1' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_2 \end{pmatrix} + \frac{k^2}{2} \begin{pmatrix} P_2 \\ P_4 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_1 & -B_1^T \\ -B_1 & A_1' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ P_4 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

而

$$P_2 = (A_1' + k^2 A_1)^{-1} (B_1 P_0 + k^2 B_1^T P_4) \quad (26)$$

将(26)代入(25), 经整理后得到

$$I_{4\Omega_1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 - B_2^T & \\ -B_2 & A_2' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_4 \end{pmatrix} \quad (27)$$

其中

$$\begin{aligned} A_2 &= A_1 - B_1^T (A_1' + k^2 A_1)^{-1} B_1 \\ A_2' &= k^2 [A_1' - k^2 B_1 (A_1' + k^2 A_1)^{-1} B_1^T] \\ B_2 &= k^2 B_1 (A_1' + k^2 A_1)^{-1} B_1 \end{aligned} \quad (28)$$

于是得到在第0剖层至第4剖层之间合成的系数矩阵

$$K_{4\Omega} = \begin{pmatrix} A_2 - B_2^T & \\ -B_2 & A_2' \end{pmatrix} \quad (29)$$

第二个四单元层, 即在第4剖层至第8剖层之间的区域内

$$\begin{aligned} I_{4\Omega_2} &= I_{2\Omega_3} + I_{2\Omega_4} = \frac{k^4}{2} \begin{pmatrix} P_4 \\ P_8 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_1 - B_1^T & \\ -B_1 & A_1' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_4 \\ P_8 \end{pmatrix} + \frac{k^4}{2} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_8 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_1 - B_1^T & \\ -B_1 & A_1' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_8 \end{pmatrix} \\ &= \frac{k^4}{2} \begin{pmatrix} P_4 \\ P_8 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_2 - B_2^T & \\ -B_2 & A_2' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_4 \\ P_8 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

因而得到第4剖层至第8剖层之间合成的系数矩阵为 $k^4 K_{4\Omega}$ , 同样可得在第8剖层至第12剖层之间合成的系数矩阵为 $k^8 K_{4\Omega}$ , 得到在第12剖层至第16剖层之间的合成的系数矩阵为 $k^{12} K_{4\Omega}$ 等等。

四单元层归并之后, 再作相邻八个单元层的归并, 相邻十六个单元层的归并等等。如此类推, 直至全部单元层都归并到一起得到总系数矩阵为止。如果单元层数为 $L = 2^\gamma$ , 则最后全部单元层归并在一起的总系数矩阵为

$$K = \begin{pmatrix} A_\gamma - B_\gamma^T & \\ -B_\gamma & A_\gamma' \end{pmatrix} \quad (30)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} A_\gamma &= A_{\gamma-1} - B_{\gamma-1}^T (A_{\gamma-1}' + k^\gamma A_{\gamma-1})^{-1} B_{\gamma-1} \\ A_\gamma' &= k^\gamma [A_{\gamma-1}' - k^\gamma B_{\gamma-1} (A_{\gamma-1}' + k^\gamma A_{\gamma-1})^{-1} B_{\gamma-1}^T] \\ B_\gamma &= k^\gamma B_{\gamma-1} (A_{\gamma-1}' + k^\gamma A_{\gamma-1})^{-1} B_{\gamma-1} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

这样一来, 变分式(5)等价的方程组化为

$$\left. \begin{aligned} A_\gamma P_0 - B_\gamma^T P_L &= Q \\ -B_\gamma P_0 + A_\gamma' P_L &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

消去 $P_L$ ,得方程组,  $EP_0 = Q$  (33)

其中  $E = A_\gamma - B_\gamma^T A'^{-1} B_\gamma$ ,

$$P_0 = (P_{11}^{(0)}, P_{12}^{(0)}, \dots, P_{1V}^{(0)}, P_{21}^{(0)}, P_{22}^{(0)}, \dots, P_{2N}^{(0)}, \dots, P_{M1}^{(0)}, \dots, P_{MN}^{(0)})^T$$

为浮体表面 $S$ 上压力结点值的向量。于是最终得到只需在浮体表面 $S$ 上进行求解的代数方程组。

### 五、计算实例

作为例子,我们计算了一个 $600 \times 100$ 的迴转椭球,其一半浸没在水中,在水面上上下振动。沿轴方向取11个节点,不等距,每个横截面7个节点,迴转体表面共60个单元77个节点。对不同的比例常数 $k$ 进行了数值试验,发现压力分布和附加阻力与 $k$ 的选取有关, $k$ 不同相当于单元的形状和大小不同,因此 $k$ 不宜取大。对这个计算实例我们发现 $k$ 取在1.07与1.08之间比较好。对每一种 $k$ ,层数从小到大,计算表明收敛是快的,一般 $\gamma$ 取8~10层已可得到收敛的结果,利用6912机计算一次大约需40分钟。

图4是 $k=1.08, \nu=8$ 层时中纵剖面(沿 $x$ 轴)和中横剖面的压力分布。

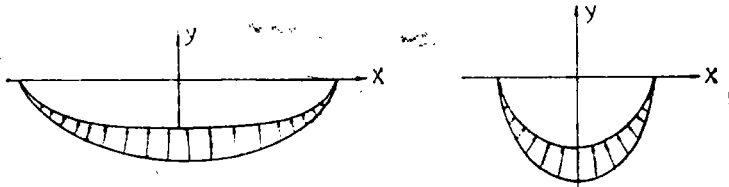


图 4

### 参 考 文 献

- (1) 张涤明、侯书苓,二维浮体附加质量的相似单元计算,国际有限元会议论文集,1982,5,上海,PP546—548.
- (2) Kanhei Matsumoto, Application of Finite Element Method to Added Virtual Mass of Ship Hull Vibration, *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, 127 (1970).

## Computation of Hydrodynamic Force for Three-Dimensional Vibrating-Floating Body by Using the Similar Element Method

Zhang Diming Hou Shuling

### Abstract

In this paper, the hydrodynamic force for a three-dimensional vibrating-floating body is computed by using the similar element method, and this method is further developed.