引力波对电磁场的作用与引力波的电磁探测的可能性

陶福臻
（中山大学物理系）

何志强
（暨南大学数学系）

摘　要

本文从弯曲时空的麦克斯威方程出发，发现在引力波的作用下，电磁场的运动类似于一受迫振动，振动力与引力波、常数电磁场和反向传播的电磁波有关，而与同向传播的电磁波无关．文章给出了几种不同情况下方程的解和它们的物理效应，最后讨论了可供探测的能量大小．

利用引力波对电磁场的作用，直接地通过电磁场的变化来探测引力波，可望避免对韦伯型天线微弱振动检测的困难．因为电磁场在受引力波作用后将被诱发放出自己的部份能量，使可供探测的能量比机械天线为高。

曾有一些作者对引力波的电磁探测进行过讨论[1-6]．L.P.Grishchuk, A.G.Polnarev对此有过很好的评述[7]．本文从弯曲时空的麦克斯威方程出发，发现在引力波的作用下电磁场运动相当于一受迫振动，受迫力与引力波、常数电磁场以及反向传播的电磁波有关，而与同向传播的电磁波无关，文章还给出了在各种情况下运动方程的解以及相应的物理效应，最后讨论了可供探测的能量的大小。

一、场方程

选用高斯单位制，一个引力场与电磁场共存系统的场方程为

$$\begin{cases} R_{\mu\nu}-\dfrac{1}{2}g_{\mu\nu}R=\dfrac{8\pi k}{c^4}T_{\mu\nu} & (1.1)\\ g^{\nu\lambda}F_{\mu\nu;\lambda}=0. & (1.2)\end{cases}$$

其中

$$T_{\mu\nu}=\frac{1}{4\pi}\left(g^{\rho\sigma}F_{\mu\rho}F_{\nu\sigma}-\frac{1}{4}g_{\mu\nu}g^{\rho\lambda}g^{\sigma\tau}F_{\rho\sigma}F_{\lambda\tau}\right) \tag{1.3}$$

$$F_{\mu\nu;\lambda}=\partial_\lambda F_{\mu\nu}-\left\{{\alpha \atop \mu\lambda}\right\}F_{\alpha\nu}-\left\{{\alpha \atop \nu\lambda}\right\}F_{\mu\alpha}.$$

场方程(1.1)，(1.2)有明显的物理意义．引力场引起时空弯曲，引力场对电磁场的

本文1983年9月收到．

作用通过弯曲时空的电磁场方程(1.2)反映出来，而电磁场的能量-动量张量(1.3)在引力场方程(1.1)中作为引力场的源而影响引力场。

注意到方程(1.1)右方之系数$8\pi k/c^4$是一个小量，因此纯粹电磁场所产生的引力效应是很小的，我们忽略它，方程(1.1)，(1.2)可简化为

$$\begin{cases} R_{\mu\nu}=0. & (1.4)\\ g^{\nu\lambda}F_{\mu\nu;\lambda}=0. & (1.5)\end{cases}$$

又因为$F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu$，所以自然满足毕安基恒等式

$$F_{\mu\nu,\alpha}+F_{\alpha\mu,\nu}+F_{\nu\alpha,\mu}=0. \tag{1.6}$$

考虑一弱引力场，在弱引力场中时空度规是"近欧基里德"的，即

$$g_{\mu\nu}=g^{(0)}_{\mu\nu}+h_{\mu\nu}+0(h^2) \tag{1.7}$$

其中h是由引力场决定的小修正，把(1.7)式代入(1.4)式，并选择一定的坐标条件，可得

$$\Box h_{\mu\nu}=0. \tag{1.8}$$

其中$\Box$为达朗贝尔算符，方程(1.8)是一般的波动方程，最简单的解就是单色平面波解，对沿x轴正方向传播，频率为ω的平面波，可以证明不为零的分量仅为[8]

$$\begin{aligned} h_{22}&=-h_{33}=\mathrm{Re}\left[A_+e^{i\frac{\omega}{c}(ct-x)}\right]\\ h_{23}&=h_{32}=\mathrm{Re}\left[A_\times e^{i\frac{\omega}{c}(ct-x)}\right]. \end{aligned} \tag{1.9}$$

即引力波为横波，波的极化由YZ平面内二阶对称张量所决定，且张量迹为零。因此有引力波时，时空度规为

$$g_{\mu\nu}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1+h_{22} & h_{23} & 0\\ 0 & h_{32} & 1+h_{33} & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{1.10}$$

其中A_+，$A_\times$为两个独立偏振态的振幅。

把(1.10)式代入(1.5)方程，得到引力波存在时的麦克斯威方程：

$$\begin{cases} g^{22}F_{12;2}+g^{23}F_{12;3}+g^{32}F_{13;2}+g^{33}F_{13;3}+g^{44}F_{14;4}=0\\ g^{11}F_{21;1}+g^{32}F_{23;2}+g^{33}F_{23;3}+g^{44}F_{24;4}=0\\ g^{11}F_{31;1}+g^{22}F_{32;2}+g^{23}F_{32;3}+g^{44}F_{34;4}=0\\ g^{11}F_{41;1}+g^{22}F_{42;2}+g^{23}F_{42;3}+g^{32}F_{43;2}+g^{33}F_{43;3}=0 \end{cases} \tag{1.11}$$

一般可以认为两个偏振态的振幅近似相等，$A_+=A_\times=\mathscr{A}$。

引入记号　$A=\frac{1}{2}\mathscr{A}\frac{\omega}{c}\sin\frac{\omega}{c}(ct-x)$，当只考虑平面解，即$\vec{E}$，$\vec{B}$仅为$x$，$t$的函数时，方程组(1.11)简化为

$$\begin{cases} \partial_4E_1=0. & (1.12)\\ \partial_4E_2+\partial_1B_3-2A[(B_3-B_2)-(E_2+E_3)]=0. & (1.13)\\ \partial_4E_3-\partial_1B_2-2A[(B_2+B_3)+(E_3-E_2)]=0, & (1.14)\\ \partial_1E_1=0 & (1.15)\end{cases}$$

而毕安基恒等式写为

$$\begin{cases} \partial_4 B_1 = 0. & (1.16) \\ \partial_4 B_2 - \partial_1 E_3 = 0. & (1.17) \\ \partial_1 E_2 + \partial_4 B_3 = 0. & (1.18) \\ \partial_1 B_1 = 0. & (1.19) \end{cases}$$

由方程(1.12)，(1.15)，(1.16)和(1.19)可见E_1, B_1必为常数。

即沿引力波传播方向的电磁场分量不发生变化。而垂直的横向分量则满足方程(1.13)，(1.14)，(1.17)，和(1.18)。

二、受迫振动的电磁场

引入一个求解的微扰方法，把E_2, E_3, B_2和B_3按h的数量级展开：

$$E_2 = E_2^{(0)} + E_2^{(1)} + 0(h^2) .$$

$$E_3 = E_3^{(0)} + E_3^{(1)} + 0(h^2).$$

$$B_2 = B_2^{(0)} + B_2^{(1)} + 0(h^2).$$

$$B_3 = B_3^{(0)} + B_3^{(1)} + 0(h^2).$$

其中$E^{(0)}$表示h的零级项，$E^{(1)}$表示h的一级项，代入方程(1.14)，(1.15)，(1.17)和(1.18)中，显然零级项满足方程

$$\begin{cases} \frac{1}{c}\frac{\partial E_2^{(0)}}{\partial t} + \frac{\partial B_3^{(0)}}{\partial x} = 0; \quad \frac{1}{c}\frac{\partial B_2^{(0)}}{\partial t} - \frac{\partial E_3^{(0)}}{\partial x} = 0. \\ \frac{1}{c}\frac{\partial E_3^{(0)}}{\partial t} - \frac{\partial B_2^{(0)}}{\partial x} = 0; \quad \frac{1}{c}\frac{\partial B_3^{(0)}}{\partial t} + \frac{\partial E_2^{(0)}}{\partial x} = 0. \end{cases} \tag{2.1}$$

这是一般形式的波动方程，有一静场和频率ω_0的平面波解。

$$\begin{cases} E_2^{(0)} = a_0 + a\cos k_0(ct+x) + b\sin k_0(ct+x) \\ \qquad + a'\cos k_0(ct-x) + b'\sin k_0(ct-x). \\ E_3^{(0)} = c_0 + c\cos k_0(ct+x) + d\sin k_0(ct+x). \\ \qquad + c'\cos k_0(ct-x) + d'\sin k_0(ct-x). \\ B_2^{(0)} = e_0 + c\cos k_0(ct+x) + d\sin k_0(ct+x) \\ \qquad - c'\cos k_0(ct-x) - d'\sin k_0(ct-x). \\ B_3^{(0)} = g_0 - a\cos k_0(ct+x) - b\sin k_0(ct+x) \\ \qquad + a'\cos k_0(ct-x) + b'\sin k_0(ct-x). \end{cases} \tag{2.2}$$

其中a_0，c_0，e_0，g_0为一组静电磁场，a，b，c，d为沿x轴负方向传播的电磁波振幅，a'，

b'，c'，d'为正方向传播的电磁波振幅，而$k_0=\omega_0/c$

一级项满足方程

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\frac{1}{c}\frac{\partial E_2^{(1)}}{\partial t}+\frac{\partial B_3^{(1)}}{\partial x}=2A\left[-\left(E_2^{(0)}+E_3^{(0)}\right)-\left(B_2^{(0)}-B_3^{(0)}\right)\right].\\
&\frac{1}{c}\frac{\partial E_3^{(1)}}{\partial t}-\frac{\partial B_2^{(1)}}{\partial x}=2A\left[\left(E_3^{(0)}-E_2^{(0)}\right)+\left(B_2^{(0)}+B_3^{(0)}\right)\right].\\
&\frac{1}{c}\frac{\partial B_2^{(1)}}{\partial t}-\frac{\partial E_3^{(1)}}{\partial x}=0.\\
&\frac{1}{c}\frac{\partial B_3^{(1)}}{\partial t}+\frac{\partial E_2^{(1)}}{\partial x}=0.
\end{aligned}
\right.
\tag{2.3}
$$

把零级解式代入后，方程组(2.3)相应的二阶偏微分方程为

$$
\left\{
\begin{aligned}
\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_2^{(1)}}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 E_2^{(1)}}{\partial x^2}=\;&\mathscr{A}k^2\cos k(ct-x)\\
&\cdot[\alpha+\sigma\cos k_0(ct+x)+\tau\sin k_0(ct+x)]\\
&-\mathscr{A}kk_0\sin k(ct-x)[\sigma\sin k_0(ct+x)-\tau\cos k_0(ct+x)].\\
\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_3^{(1)}}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 E_3^{(1)}}{\partial x^2}=\;&\mathscr{A}k^2\cos k(ct-x)\\
&\cdot[\beta+\mu\cos k_0(ct+x)+\nu\sin k_0(ct+x)]\\
&-\mathscr{A}kk_0\sin k(ct-x)[\mu\sin k_0(ct+x)-\nu\cos k_0(ct+x)].\\
\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 B_2^{(1)}}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 B_2^{(1)}}{\partial x^2}=\;&-\mathscr{A}k^2\cos k(ct-x)\\
&\cdot[\beta+\mu\cos k_0(ct+x)+\nu\sin k_0(ct+x)]\\
&-\mathscr{A}kk_0\sin k(ct-x)[\mu\sin k_0(ct+x)-\nu\cos k_0(ct+x)]\\
\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 B_3^{(1)}}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 B_3^{(1)}}{\partial x^2}=\;&\mathscr{A}k^2\cos k(ct-x)\\
&\cdot[\alpha+\sigma\cos k_0(ct+x)+\tau\sin k_0(ct+x)]\\
&+\mathscr{A}kk_0\sin k(ct-x)[\sigma\sin k_0(ct+x)-\tau\cos k_0(ct+x)].
\end{aligned}
\right.
\tag{2.4}
$$

其中

$$
\begin{aligned}
\alpha&=-a_0-c_0-e_0+g_0.\\
\beta&=-a_0+c_0+e_0+g_0.\\
\sigma&=-2(a+c).\\
\tau&=-2(b+d).\\
\mu&=-2(a-c).\\
\nu&=-2(b-d).
\end{aligned}
$$

这是一组强迫振动方程，强迫力由$E^{(0)}$，$B^{(0)}$中的常数场和反向传播的电磁波决定而与同向传播的电磁波无关。即探测电磁场在引力波作用下发生一受迫振动。如果探测

场是与引力波同向传播的电磁波，则不受引力波的影响。

三、几种探测场的讨论

1.探测场为一与引力波反向传播的自由电磁波

设探测场为沿负x轴方向传播的单色平面电磁波，即

$$\begin{cases} E_2^{(0)} = a\cos k_0(ct+x) + b\sin k_0(ct+x), \\ E_3^{(0)} = c\cos k_0(ct+x) + d\sin k_0(ct+x), \\ B_2^{(0)} = E_3^{(0)}, \\ B_3^{(0)} = -E_2^{(0)}. \end{cases} \tag{3.1}$$

于是 $E_2^{(1)}$，$E_3^{(1)}$，$B_2^{(1)}$和 $B_3^{(1)}$满足下列方程

$$\begin{cases} \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial E_2^{(1)}}{\partial t} + \dfrac{\partial B_3^{(1)}}{\partial x} = 2A\left[\sigma\cos k_0(ct+x) + \tau\sin k_0(ct+x)\right], \\ \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial E_3^{(1)}}{\partial t} - \dfrac{\partial B_2^{(1)}}{\partial x} = 2A\left[\mu\cos k_0(ct+x) + \nu\sin k_0(ct+x)\right], \\ \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial B_2^{(1)}}{\partial t} - \dfrac{\partial E_3^{(1)}}{\partial x} = 0, \\ \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial B_3^{(1)}}{\partial t} + \dfrac{\partial E_2^{(1)}}{\partial x} = 0. \end{cases} \tag{3.2}$$

方程组(3.2)是一非齐次线性方程组，其解是相应的齐次方程的通解$\mathscr{A}E''$与非齐次方程组一特解之和，即

$$E^{(1)} = \mathscr{A}E'' + E''',$$
$$B^{(1)} = \mathscr{A}B'' + B'''.$$

假定当$t>0$时引力波出现，故应满足初条件

$$\begin{cases} \left(\mathscr{A}E_2'' + E_2'''\right)\Big|_{t=0} = 0, \\ \left(\mathscr{A}E_3'' + E_3'''\right)\Big|_{t=0} = 0, \\ \left(\mathscr{A}B_2'' + B_2'''\right)\Big|_{t=0} = 0, \\ \left(\mathscr{A}B_3'' + B_3'''\right)\Big|_{t=0} = 0. \end{cases} \tag{3.3}$$

经过一些复杂而不困难的计算，就可以给出方程组(3.2)的解，当引力波频率与探测电磁波频率相一致时（$\omega=\omega_0$），解有较简单的形式，为节约篇幅，我们只写出此种情况下的电磁场表示式

$$
\begin{aligned}
E_2 = E_2^{(0)} &+ \frac{c_1}{4k_0} - \frac{c_1}{8k_0}\cos 2k_0(ct-x) + \frac{D_1}{8k_0}\sin 2k_0(ct-x) \\
&+ \frac{c_1}{8k_0}\cos 2k_0(ct+x) + \frac{D_1}{8k_0}\sin 2k_0(ct+x) \\
&- \frac{1}{4k_0}(D_1 \sin 2\omega_0 t + c_1 \cos 2\omega_0 t).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E_3 = E_3^{(0)} &+ \frac{c_1'}{4k_0} - \frac{c_1'}{8k_0}\cos 2k_0(ct-x) + \frac{D_1'}{8k_0}\sin 2k_0(ct-x) \\
&+ \frac{c_1'}{8k_0}\cos 2k_0(ct+x) + \frac{D_1'}{8k_0}\sin 2k_0(ct+x) \\
&- \frac{1}{4k_0}(D_1' \sin 2\omega_0 t + c_1' \cos 2\omega_0 t).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
B_2 = B_2^{(0)} &+ \frac{c_1'}{8k_0}\cos 2k_0(ct-x) - \frac{D_1'}{8k_0}\sin 2k_0(ct-x) \\
&+ \frac{c_1'}{8k_0}\cos 2k_0(ct+x) + \frac{D_1'}{8k_0}\sin 2k_0(ct+x) \\
&- \frac{1}{4k^0}(D_1' \sin 2k_0 x + c_1' \cos 2k_0 x).
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
B_3 = B_3^{(0)} &- \frac{c_1}{8k_0}\cos 2k_0(ct-x) + \frac{D_1}{8k_0}\sin 2k_0(ct-x) \\
&- \frac{c_1}{8k_0}\cos 2k_0(ct+x) - \frac{D_1}{8k_0}\sin 2k_0(ct+x) \\
&+ \frac{1}{4k_0}(D_1 \sin 2k_0 x + c_1 \cos 2k_0 x).
\end{aligned}
$$

其中　$c_1 = -2\mathscr{A} k_0(a+c)$;　　$D_1 = -2\mathscr{A} k_0(b+d)$,

$c_1' = -2\mathscr{A} k_0(a-c)$;　　$D_1' = -2\mathscr{A} k_0(b-d)$.

所以一传播方向与引力波相反，频率相等的电磁波，在引力波的作用下将会叠加上一个$\mathscr{A}$级的变化，其中包括一沿正x方向和负x方向传播的倍频电磁波，对电场分量还包括一频率为$2\omega_0$的交变场，对磁场分量则是与空间坐标有关的定常变化，所有这些变化，是具有十分明显的实验效应的。

2.探测场为一驻波形式的电磁场

沿x轴垂直放置一对距离为L的平行金属板，在金属板上（$x=0$，$x=L$）必须满足边界条件

$$
\begin{cases}
E_t = 0; & D_n = 4\pi\sigma \\
\vec{n} \times \vec{B} = \dfrac{4\pi}{c}\vec{J}; & B_n = 0
\end{cases}
\tag{3.4}
$$

当电磁场仅为x, t函数时，满足上述边界条件的驻波解为

$$
\begin{aligned}
&E_2^{(0)} = -2b\cos\omega_0 t \sin k_0 x. \\
&B_3^{(0)} = 2b \sin\omega_0 t \cos k_0 x. \\
&B_3^{(0)} = B_2^{(0)} = 0. \qquad k_0 = \frac{m\pi}{L}, \qquad m = 1, 2, \cdots\cdots
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

讨论一特殊情况，调节金属板的距离L，使探测场的本征频率与引力波的频率相等，则满足初始条件和边界条件的解为

$$\begin{cases} E_2 = E_2^{(0)} + \dfrac{\mathscr{A} b}{2} \sin 2\omega_0 t\,(\cos 2k_0 x - 1). \\ E_3 = \dfrac{\mathscr{A} b}{2} \sin 2\omega_0 t\,(\cos 2k_0 x - 1). \\ B_2 = \dfrac{\mathscr{A} b}{2} \sin 2k_0 x\,(\cos 2\omega_0 t - 1). \\ B_3 = B_3^{(0)} - \dfrac{\mathscr{A} b}{2} \sin 2k_0 x\,(\cos 2\omega_0 t - 1). \end{cases} \tag{3.6}$$

这组结果表明电磁驻波在引力波作用下叠加上一个$\mathscr{A}$级的变化，其中包括倍频的驻波，对电场还有一倍频的交变场（$\sim\sin 2\omega_0 t$），对磁场分量为一倍频随空间坐标变化的定常场（$\sim\sin 2k_0 x$），特别是E_3, B_2分量由零变为非零。

3.探测场为常数电磁场

即探测场为

$$E_2^{(0)} = a_0,\quad E_3^{(0)} = c_0,\quad B_2^{(0)} = e_0,\quad B_3^{(0)} = g_0. \tag{3.7}$$

在引力波作用下，电磁场的变化为

$$\begin{cases} E_2 = a_0 - \dfrac{1}{4}\mathscr{A}\alpha - \dfrac{3}{8}\mathscr{A}\alpha\cos k(ct-x) - \dfrac{\pi}{4}\mathscr{A}\alpha\sin k(ct-x) \\ \qquad + \dfrac{1}{4}\mathscr{A}\alpha\cos k(ct+x) + \dfrac{1}{4}\mathscr{A}k\alpha(ct+x)\sin k(ct-x) \\ \qquad + \sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{1}{2(n^2-1)}\mathscr{A}\alpha\cos nk(ct-x). \\ E_3 = c_0 - \dfrac{1}{4}\mathscr{A}\beta - \dfrac{3}{8}\mathscr{A}\beta\cos k(ct-x) - \dfrac{\pi}{4}\mathscr{A}\beta\sin k(ct-x) \\ \qquad + \dfrac{1}{4}\mathscr{A}\beta\cos k(ct+x) + \dfrac{1}{4}\mathscr{A}k\beta(ct+x)\sin k(ct-x) \\ \qquad + \sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{1}{2(n^2-1)}\mathscr{A}\beta\cos nk(ct-x). \\ B_2 = e_0 + \dfrac{1}{4}\mathscr{A}\beta + \dfrac{3}{8}\mathscr{A}\beta\cos k(ct-x) + \dfrac{\pi}{4}\mathscr{A}\beta\sin k(ct-x) \\ \qquad + \dfrac{1}{4}\mathscr{A}\beta\cos k(ct+x) - \dfrac{1}{4}\mathscr{A}k\beta(ct+x)\sin k(ct-x) \\ \qquad - \dfrac{1}{2}\mathscr{A}\beta\cos k(ct-x) + \sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{-1}{2(n^2-1)}\mathscr{A}\beta\cos nk(ct-x). \\ B_3 = g_0 - \dfrac{1}{4}\mathscr{A}\alpha - \dfrac{3}{8}\mathscr{A}\alpha\cos k(ct-x) - \dfrac{\pi}{4}\mathscr{A}\alpha\sin k(ct-x) \\ \qquad - \dfrac{1}{4}\mathscr{A}\alpha\cos k(ct+x) + \dfrac{1}{4}\mathscr{A}k\alpha(ct+x)\sin k(ct-x) \\ \qquad + \dfrac{1}{2}\mathscr{A}\alpha\cos k(ct-x) + \sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{1}{2(n^2-1)}\mathscr{A}\alpha\cos nk(ct-x) \end{cases} \tag{3.8}$$

其中 $\alpha=-a_0-c_0-e_0+g_0$ ， $\beta=-a_0+c_0+e_0+g_0$ ，

从解(3.8)可以看出，常数电磁场受引力波作用后会叠加上一个$\mathscr{A}$级变化，其中包括一常数场以及频率为ω的沿χ正方向和负方向传播的电磁波，特别值得注意的是在与引力波同向传播的电磁波的振幅中包含因子$(ct+x)$，由于条件(3.7)是在有限空间中成立，而且引力波作用的时间是有限的，所以$(ct+x)$是一个有限的因子，并表示随着引力波的作用时间增加而增加。

四、能量密度

能量密度

$$T_{44}=\frac{1}{4\pi}\left(g^{\rho\sigma}F_{4\rho}F_{4\sigma}+\frac{1}{4}g^{\rho\lambda}g^{\sigma\tau}F_{\rho\sigma}F_{\lambda\tau}\right). \tag{4.1}$$

由于(1.10)式，上式可写为

$$T_{44}=\frac{1}{8\pi}\left\{\left(E_i^2+B_i^2\right)+h_{23}\left[\left(E_3^2-E_2^2-2E_2E_3\right)-\left(B_3^2-B_2^2-2B_2B_3\right)\right]\right\} \tag{4.2}$$

因为在引力波作用下电磁场都表示为。

$$E=E^{(0)}+E^{(1)},\qquad B=B^{(0)}+B^{(1)}.$$

所以(4.2)式可写为

$$T_{44}=T_{44}^{(0)}+T_{44}^{(1)}.$$

其中 $T_{44}^{(0)}=\frac{1}{8\pi}\left(E_i^{(0)^2}+B_i^{(0)^2}\right)$，是探测场的能量察度，$T_{44}^{(1)}$是在引力波作用下产生的，它可以写为

$$T_{44}^{(1)}=\mathscr{A}M+\mathscr{A}^2M$$

例如对探测场为驻波的情况，有

$$\begin{aligned}M=\frac{b^2}{4\pi}\{&\cos\omega t\sin kx\sin 2\omega t\,(1-\cos 2kx)\\&+\sin\omega t\cos kx\sin 2kx\,(1-\cos 2\omega t)\\&-2k\sin k\,(ct-x)\,(\cos^2\omega t\sin^2 kx+\sin^2\omega t\cos^2 kx)\}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}N=\frac{b^2}{4\pi}\Big\{&\frac{1}{2}\sin^2 2\omega t\,(\cos 2kx-1)^2\\&+k\sin k\,(ct-x)\,\Big[\frac{9}{4}\sin 2\omega t\cos\omega t\sin kx\,(\cos 2kx-1)\\&+\sin 2kx\sin\omega t\cos kx\,(\cos 2\omega t-1)\Big]\Big\}.\end{aligned}$$

引力波的能量正比于振幅平方（$\sim\mathscr{A}^2$），现在$T_{44}^{(1)}$含有更高的项，其原因是它包含了在引力波作用下电磁波辐射出的能量。

参 考 文 献

〔1〕V. B. Braginsky. et al., Sov. Phys.-JETP, 38(1974), 865.
〔2〕L. p. Grishchuk, M. V. Sazhin, Sov. Phys. - JETP, 41(1975), 787.
〔3〕D. Bocaletti, et al., Nuovo Cimento Ser. X, 70B (1970), 129.
〔4〕D. Bocaletti, F. Occhionero, Lett. Nuovo Cimento, 2(1971), 549.
〔5〕F. Cooperstock, Ann. Phys., 47(1968), 173.
〔6〕M. E. Gertsenshtein, Sov. Phys. - JETP, 14 (1962), 84.
〔7〕L. P. Grishchuk, A. G. Plonaraw in "General Relativity and Gravitation" Edited by A. Held, Plenum Press., New York and London, 1980.
〔8〕Charles W. Misner, kip S. Thorne, John A. Wheeler, "Gravitation", Freeman and Company, San Francisco, 1973.

The Effect of Gravitational Wave on Electromagnetic Field and the Possibility About Electromagnetic Detection of Gravitational Wave

Tao Fuzhen *He Zhiqiang*

Abstract

In this paper, starting from the Maxwell equations on the curved spacetime, we gave a perturbation method for solving these equations. We discovered that, under the effect of gravitational wave, the motion of electromagnetic fields behaves as the motion of oscillator with driving force, the driving force depends on the gravitational wave, a constant electromagnetic field and the electromagnetic wave propagating in the inverse direction. We have given the solutions of the equations of motion and their physical effects in different cases also. Finally, the energy density is discussed.