

# 二维方腔环流计算的变步长超松弛法

张涤明 詹杰民 蔡崇喜

(力学系)

## 摘 要

用变步长ADI方法求解方形空腔环流会遇到迭代一次时间过长的问题,用等步长超松弛法在网格较密时,除了遇到迭代一次时间过长之外,还会遇到收敛到稳定解所需的迭代次数大大增加的问题。本文设计了一种变步长超松弛格式,使上述矛盾得以解决。此外,还探讨了将本亚明变换和FTCS格式结合起来,应用于方腔环流的计算。

## 一、引 言

求解如图1所示的方形空腔环流的数值方法多种多样,有ADI法<sup>[1]</sup>,迎风法,超松弛法<sup>[3,6]</sup>和有限单元法<sup>[4]</sup>等。许多作者很重视边界条件对收敛性的影响<sup>[2,5]</sup>。近年来,方腔环流的研究正向着在高雷诺数下改进数值计算方法的方向发展<sup>[6]</sup>。本亚明在研究高雷诺数( $10^3 \sim 10^4$ )下的方腔环流时,用了如下形式的坐标变换:

$$\begin{cases} \xi = 0.5\{1 + \operatorname{tg}[(2x-1)\beta]/\operatorname{tg}\beta\} & (1.1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \eta = 0.5\{1 + \operatorname{tg}[(2y-1)\beta]/\operatorname{tg}\beta\} & (1.2) \end{cases}$$

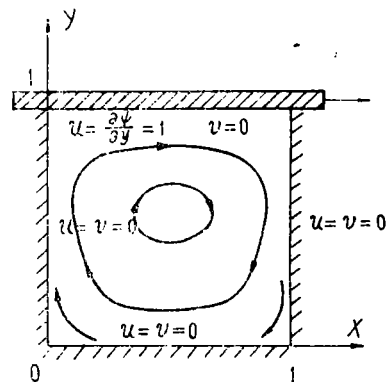


图1 方形空腔环流

此变换使边界附近的网格加密,从而改善了边界附近的计算。

在本亚明变换下,对于不可压粘性流体方形空腔环流,流函数涡量形式的基本方程为:

$$\left\{ \begin{aligned} \omega + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} \xi_x^2 + \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \xi_{xx} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \eta_y^2 + \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \eta_{yy} = 0 \end{aligned} \right. \quad (1.3)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \omega \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \omega \right) = \frac{1}{R_e} \left[ -\frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} \left( \frac{\xi_x}{\eta_y} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial \omega}{\partial \xi} \left( \frac{\xi_{xx}}{\xi_x \eta_y} \right) + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} \left( \frac{\eta_y}{\xi_x} \right) + \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \left( \frac{\eta_{yy}}{\xi_x \eta_y} \right) \right] \end{aligned} \right. \quad (1.4)$$

本文1983年9月收到

式中:  $t' = t\xi_x\eta_y$ ,  $\xi_x = \frac{d\xi}{dx}$ ,  $\eta_y = \frac{d\eta}{dy}$ ,  $\phi$ ,  $\omega$  为无量纲流函数和涡量,

$Re$ 为雷诺数.

方程(1.3)、(1.4)关于 $\Delta\xi, \Delta\eta$ 的二阶精度边界条件为:

$$\phi|_s = 0 \quad \text{四边} \quad (1.5)$$

$$\omega|_s = -\frac{8\phi_{s-1} - \phi_{s-2}}{2\Delta\xi^2} \left( \xi_x^2 \right)_s \quad \text{侧面} \quad (1.6)$$

$$\omega|_s = -\frac{8\phi_{s-1} - \phi_{s-2}}{2\Delta\eta^2} \left( \eta_y^2 \right)_s \quad \text{底面} \quad (1.7)$$

$$\phi|_s = -\frac{8\phi_{s-1} - \phi_{s-2}}{2\Delta\eta^2} \left( \eta_y^2 \right)_s - \frac{3(\eta_y)}{\Delta\eta} - \left( \frac{\eta_{yy}}{\eta_y} \right)_s \quad \text{顶面} \quad (1.8)$$

本文的主要工作在于:

1. 吸取变步长ADI方法和等步长超松弛方法的优点, 寻求计算时间短收敛得好的计算方法.

2. 研究不同的有限差分方法的收敛特点.

3. 研究不同雷诺数下流体的流动状态.

我们所作的数值计算是在DJS-21型计算机上进行的. 计算时, 收敛精度的提法是: 要求前后两次迭代结果之差的绝对值的最大值

$$x = \max(\epsilon, \delta)$$

满足给定精度, 其中  $\epsilon = \max_{i,j} \left| \phi_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k \right|$ ,  $\delta = \max_{i,j} \left| \omega_{i,j}^{k+1} - \omega_{i,j}^k \right|$

## 二、变步长ADI法和等步长超松弛法

(以下分别简称为ADI法和等超法)

我们首先用文献[1]中的变步长ADI隐格式研究了方腔环流. 变步长ADI格式由四个式子组成, 这里列出的是第一个式子:

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - \phi_{i,j}^k}{\frac{1}{2}\Delta t'} &= \frac{\omega_{i,j}^k}{(\xi_x\eta_y)_{i,j}} + \left( \frac{\xi_{xx}}{\xi_x\eta_y} \right)_{i,j} D_\xi^0 \phi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} \\ &+ \left( \frac{\xi_x}{\eta_y} \right)_{i,j} D_\xi^2 \phi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \left( \frac{\eta_{yy}}{\eta_y\xi_x} \right)_{i,j} D_\eta^0 \phi_{i,j}^k + \left( \frac{\eta_y}{\xi_x} \right)_{i,j} D_\eta^2 \phi_{i,j}^k \end{aligned} \quad (2.1)$$

在计算中边界条件取为(1.5)~(1.8), 迭代程序为  $(\phi^k, \omega^k) \rightarrow (\phi^{k+\frac{1}{2}}, \omega^k) \rightarrow (\phi^{k+1}, \omega^k) \rightarrow \omega|_s \rightarrow (\phi^{k+1}, \omega^{k+\frac{1}{2}}) \rightarrow (\phi^{k+1}, \omega^{k+1})$

我们研究了  $R = 9$  情形下的方腔环流. 取  $\Delta\xi = \Delta\eta = 0.04, \Delta t' = 0.0008, \beta = 30^\circ$ , 发现主涡的形状与前人的结果极为吻合, 但迭代一次所花的时间很长(约40秒). 因而, 不得不将收敛精度取得很低( $10^{-2}$ ). 但精度低造成了: ①主涡涡心位置偏上( $x_{vc} = 0.5, y_{vc} = 0.8$ ), 主涡流函数值偏小( $\phi_{vc} = -0.88$ ); ②二次涡计算不出来.

然后我们改用等超法进行计算, 采用文献[4]中的格式: ( $\rho$ 为松弛因子)

$$\phi_{i,j}^{k+1} = \rho \left( -\omega_{i,j}^k h^2 + \phi_{i+1,j}^k + \phi_{i-1,j}^k + \phi_{i,j+1}^k + \phi_{i,j-1}^k \right) / 4 + (1-\rho) \phi_{i,j}^k \quad (2.2)$$

$$\omega_{i,j}^k = \rho \left[ \frac{1}{4} \left( \omega_{i+1,j}^k + \omega_{i-1,j}^k + \omega_{i,j+1}^k + \omega_{i,j-1}^k \right) + \frac{Rh^2}{4} \left( -D_y^0 \phi_{i,j}^{k+1} \cdot D_x^0 \omega_{i,j}^k + D_x^0 \phi_{i,j}^{k+1} \cdot D_y^0 \omega_{i,j}^k \right) \right] + (1-\rho) \omega_{i,j}^k \quad (2.3)$$

边界条件为:

$$\phi|_s = 0$$

$$\omega|_s = -\frac{8\phi_{s-1} - \phi_{s-2}}{2\Delta n^2} \quad \text{在侧面和底面}$$

$$\omega|_s = -\frac{8\phi_{s-1} - \phi_{s-2}}{2\Delta n^2} \quad \text{在顶面}$$

迭代程序为:  $(\phi^k, \omega^k) \rightarrow (\phi^{k+1}, \omega^k) \rightarrow \omega|_s \rightarrow (\phi^{k+1}, \omega^{k+1})$ 。

数值实验表明, 当网格结构为  $26 \times 26$  时, 等超法迭代一次所花的时间(约3秒)比ADI法大大减少。我们研究了  $R=9$  和  $100$  的情形, 取  $\Delta x = \Delta y = 0.04$ , 精度为  $10^{-5}$ , 其主要结果如表1所示。

表1 等超法的结果

R	$\rho$	迭代次数	主涡位置		主涡值	
			$x_{vc}$	$y_{vc}$	$\phi_{vc}$	$\omega_{vc}$
9	1	438	0.51	0.766	-0.0998	-3.15
100	0.7	695	0.60	0.734	-0.0992	-3.365

等超法在  $R=9$  时的主涡值与文献[3]中  $R=10$  的结果接近, 但是, 在  $R=9$  时, 上、下游二次涡和在  $R=100$  时下游二次涡都不明显, 当我们把网格结构变为  $36 \times 36$ , 再考察  $R=9$  的情形时发现上、下游二次涡变得明显了。可见, 造成二次涡不明显的原因显然是边界附近的网格不够密。另外, 在雷诺数较高的情况下, 虽然二次涡变得较大, 但也要求网格取得较密, 因为高雷诺数下边界附近的边界层很簿, 若网格不够细, 则粘性效应就反映不出来。然而加密网格却使迭代一次时间增长, 不利于计算的收敛。

### 三、变步长超松弛法及变步长超松弛FTCS法

(以下分别简称为变超法和变超F法)

为了克服ADI法和等超法的上述缺点, 我们设计了变步长的超松弛法。同时我们还将本亚明变换与FTCS格式结合起来, 得出了变步长超松弛FTCS格式。

变超法的格式是从(1.3)、(1.4)的定常形式导出的, 将(1.3)、(1.4)中的微商用中心差商代替, 得到:

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_{i,j} &= \left[ \omega_{i,j} + \left( \frac{\xi_x^2}{\xi_x} \right)_{i,j} (\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j}) / \Delta \xi^2 + \left( \frac{\eta_y^2}{\eta_y} \right)_{i,j} (\phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1}) / \Delta \eta^2 \right. \\ &+ D_{\xi}^0 \phi_{i,j} \cdot \left( \frac{\xi_{xx}}{\xi_x} \right)_{i,j} + D_{\eta}^0 \phi_{i,j} \cdot \left( \frac{\eta_{yy}}{\eta_y} \right)_{i,j} \left. \right] / \left[ \frac{2}{\Delta \xi^2} - \left( \frac{\xi_x^2}{\xi_x} \right)_{i,j} \right. \\ &\left. + \frac{2}{\Delta \eta^2} - \left( \frac{\eta_y^2}{\eta_y} \right)_{i,j} \right] \end{aligned} \right. \quad (3.1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_{i,j} &= \left\{ Re \left[ -D_{\xi}^0 (\phi_{\eta} \omega)_{i,j} + D_{\eta}^0 (\phi_{\xi} \omega)_{i,j} \right] + \left( \frac{\xi_x}{\eta_y} \right)_{i,j} (\omega_{i+1,j} + \omega_{i-1,j}) \right\} / \Delta \xi^2 \\ &+ \left( \frac{\eta_y}{\xi_x} \right)_{i,j} (\omega_{i,j+1} + \omega_{i,j-1}) / \Delta \eta^2 + D_{\xi}^0 \omega_{i,j} \cdot \left( \frac{\xi_{xx}}{\xi_x \eta_y} \right)_{i,j} \\ &+ D_{\eta}^0 \omega_{i,j} \cdot \left( \frac{\eta_{yy}}{\xi_x \eta_y} \right)_{i,j} \left. \right\} / \left[ \frac{2}{\Delta \eta^2} - \left( \frac{\eta_y}{\xi_x} \right)_{i,j} + \frac{2}{\Delta \xi^2} - \left( \frac{\xi_x}{\eta_y} \right)_{i,j} \right] \end{aligned} \right. \quad (3.2)$$

引进松弛因子 $\rho$ ，将(3.1)(3.2)化成我们所需要的变超格式：

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{i,j}^k &= \left[ \omega_{i,j}^k + \left( \frac{\xi_x^2}{\xi_x} \right)_{i,j} (\phi_{i+1,j}^k + \phi_{i-1,j}^k) / \Delta \xi^2 + \left( \frac{\eta_y^2}{\eta_y} \right)_{i,j} (\phi_{i,j+1}^k + \phi_{i,j-1}^k) \right. \\ & / \Delta \eta^2 + D_{\xi}^0 \phi_{i,j}^k \cdot \left( \frac{\xi_{xx}}{\xi_x} \right)_{i,j} + D_{\eta}^0 \phi_{i,j}^k \cdot \left( \frac{\eta_{yy}}{\eta_y} \right)_{i,j} \left. \right] / \left[ \frac{2}{\Delta \xi^2} - \left( \frac{\xi_x^2}{\xi_x} \right)_{i,j} \right. \\ & \left. + \frac{2}{\Delta \eta^2} - \left( \frac{\eta_y^2}{\eta_y} \right)_{i,j} \right] \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_{i,j}^{k+1} &= \rho \bar{\phi}_{i,j}^k + (1-\rho) \phi_{i,j}^k \end{aligned} \right. \quad (3.4)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\omega}_{i,j}^k &= \left\{ Re \left[ -D_{\xi}^0 (\phi_{\eta}^{k+1} \omega^k)_{i,j} + D_{\eta}^0 (\phi_{\xi}^{k+1} \omega^k)_{i,j} + \left( \frac{\xi_x}{\eta_y} \right)_{i,j} \cdot (\omega_{i+1,j}^k \right. \right. \\ & + \omega_{i-1,j}^k) / \Delta \xi^2 + \left( \frac{\eta_y}{\xi_x} \right)_{i,j} \cdot (\omega_{i,j+1}^k + \omega_{i,j-1}^k) / \Delta \eta^2 + D_{\xi}^0 \omega_{i,j}^k \\ & \cdot \left( \frac{\xi_{xx}}{\xi_x \eta_y} \right)_{i,j} + D_{\eta}^0 \omega_{i,j}^k \cdot \left( \frac{\eta_{yy}}{\xi_x \eta_y} \right)_{i,j} \left. \right\} / \left[ \frac{2}{\Delta \eta^2} - \left( \frac{\eta_y}{\xi_x} \right)_{i,j} \right. \\ & \left. + \frac{2}{\Delta \xi^2} - \left( \frac{\xi_x}{\eta_y} \right)_{i,j} \right] \end{aligned} \right. \quad (3.5)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_{i,j}^{k+1} &= \rho \bar{\omega}_{i,j}^k + (1-\rho) \omega_{i,j}^k \end{aligned} \right. \quad (3.6)$$

边界条件取(1.5)~(1.8)，迭代程序为 $(\phi_k, \omega^k) \rightarrow (\phi^{k+1}, \omega^k) \rightarrow \omega|_s \rightarrow (\phi^k, \omega^{k+1})$ 。

变超F法的格式从(1.3)(1.4)导出。格式的第一部分(超松弛格式)即为(3.3)(3.4)。格式的第二部分是从(2.4)导出的FTCS格式。导出的方法是将式中对时间的导数用向前差商代替，对空间的导数用中心差商代替，即为：

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{i,j}^{k+1} - \omega_{i,j}^k}{\Delta t'} + D_{\xi}^0 (\phi_{\eta}^{k+1} \omega^k)_{i,j} - D_{\eta}^0 (\phi_{\xi}^{k+1} \omega^k)_{i,j} &= \frac{1}{Re} \left[ \left( \frac{\xi_x}{\eta_y} \right)_{i,j} D_{\xi}^2 \omega_{i,j}^k \right. \\ & \left. + \left( \frac{\xi_{xx}}{\xi_x \eta_y} \right)_{i,j} D_{\xi}^0 \omega_{i,j}^k + \left( \frac{\eta_y}{\xi_x} \right)_{i,j} D_{\eta}^2 \omega_{i,j}^k + \left( \frac{\eta_{yy}}{\xi_x \eta_y} \right)_{i,j} D_{\eta}^0 \omega_{i,j}^k \right] \end{aligned} \quad (3.11)$$

边界条件及迭代程序同变超法。

变超法与变超F法既具有ADI法边界网格加密的优点,又具有等超法迭代一次时间短(在 $\Delta\xi = \Delta\eta = 0.04$ 时约4.5秒)的优点。(见表2)

表2 各种方法的迭代次数( $R=9, \Delta\xi = \Delta\eta = 0.04$ )

方法	$\beta$	$\rho$	精度 $10^{-2}$ 迭代次数	精度 $10^{-4}$ 迭代次数
ADI法	$30^\circ$	—	155	—
等超法	—	1	97	330
变超法	$60^\circ$	1	110	276
变超F法	$60^\circ$	1	137	373

从表2可以看出,方程中不含时间因子的二种超松弛格式比含时间因子的收敛得快。但是单从表2不能得出结论说变超法比等超法算得快,因为等超法迭代一次的时间(约3秒)比变超法(约4.5秒)要短。然而用等超法研究二次涡和高雷诺数下的流动时应加密网格,此时等超法就不如变超法算得快。在文献[3]中,当 $R=100, \Delta x = \Delta y = 0.025$ 时,迭代了1015次才得到满足精度要求的解,这就相当于算了约2个小时,而我们用变超法对 $R=100$ 时,只花约20分钟就得到了满足精度要求的解。用变超法得到的 $R=100$ 的流线图,其中二次涡是很清晰的。

我们用变超法研究了 $R=9, 100, 200, 400, 500, 1000$ 等的情况。在计算中取 $\Delta\xi = \Delta\eta = 0.04, \beta = 60^\circ$ ,精度为 $10^{-4}$ (见表3)。

表3 不同雷诺数下变超法的主涡值和位置

$Re$	$\rho$	迭代 次数	主涡位置		主涡值	
			$x_{vc}$	$y_{vc}$	$\psi_{vc}$	$\omega_{vc}$
9	1	276	0.53	0.76	-0.1002	-3.227
100	1	266	0.61	0.73	-0.1026	-2.945
200	0.7	382	0.61	0.67	-0.1080	-2.715
400	0.4	890	0.56	0.61	-0.1122	-2.323
500	0.2	2010	0.55	0.59	-0.1133	-2.202
1000	0.15	3424	0.53	0.56	-0.1141	-1.987

从表3可以看出,随着 $R$ 的增大,主涡向着方腔中心(0.5,0.5)移动;主涡涡心流函数的绝对值在增大,而主涡涡量的绝对值却在减小;而且从数值结果可以看到,随着 $R$ 的增大,主涡流动有向均匀涡量的无粘流流动发展的趋势。为了对变超法的结果有进一步的了解,我们在表4中列出了文献[3]的部分结果,以便和变超法结果进行比较。

由表4和表3可以看出:随着网格的加密,Burggraf的结果趋近于我们的变超法的结果。本亚明[1]曾计算了 $R=1000$ 时的方腔环流,得到 $\psi_{vc} = -0.1175, \omega_{vc} = -2.044$ ,这与我们用变超法所作的结果 $\psi_{vc} = -0.1141, \omega_{vc} = -1.987$ 是相当吻合的。

表 4 Burggraf 的结果

R	100				200				400			
	$\Delta x = \Delta y = h$	$\rho$	$\psi_{rc}$	$\omega_{rc}$	$\Delta x = \Delta y = h$	$\rho$	$\psi_{rc}$	$\omega_{rc}$	$\Delta x = \Delta y = h$	$\rho$	$\psi_{rc}$	$\omega_{rc}$
100	0.100	0.7	-0.0955	-3.136	0.033	0.7	-0.0999	-3.150	0.050	0.7	-0.0955	-2.607
200	0.100	0.7	-0.0999	-3.136	0.025	0.7	-0.1015	-3.143	0.033	0.7	-0.0987	-2.607
400	0.100	0.7	-0.0999	-3.136	0.020	0.7	-0.1022	-3.145	0.025	0.7	-0.1032	-2.607
500	0.100	0.7	-0.0999	-3.136	0.033	0.7	-0.0999	-3.150	0.050	0.7	-0.0987	-2.607
1000	0.100	0.7	-0.0999	-3.136	0.033	0.7	-0.0999	-3.150	0.050	0.7	-0.0987	-2.607

表 5 流函数在二次涡处的值

R	二次涡 涡心 处的 流函数 数值					
	上 游		下 游			
	变超法	文献[6]	文献[1]	变超法	文献[6]	文献[1]
100	$0.104 \times 10^{-4}$	$0.241 \times 10^{-4}$	—	$0.176 \times 10^{-5}$	$0.480 \times 10^{-5}$	—
200	$0.110 \times 10^{-3}$	$0.146 \times 10^{-3}$	—	$0.307 \times 10^{-5}$	$0.681 \times 10^{-5}$	—
400	$0.699 \times 10^{-3}$	$0.583 \times 10^{-3}$	—	$0.138 \times 10^{-4}$	$0.169 \times 10^{-4}$	—
500	$0.948 \times 10^{-3}$	$0.782 \times 10^{-3}$	—	$0.332 \times 10^{-4}$	$0.264 \times 10^{-4}$	—
1000	$0.202 \times 10^{-2}$	$0.932 \times 10^{-3}$	$0.175 \times 10^{-2}$	$0.273 \times 10^{-3}$	$0.103 \times 10^{-3}$	$0.229 \times 10^{-3}$

表5给出了变超法文献[6]和文献[1]在二次涡涡心处的流函数结果。可以看出,随着 $R$ 的增大,上、下游二次涡的流函数值增大,变超法的结果与文献[6]的结果有一定的差距。而在 $R=1000$ 时,变超法与文献[1]的结果较接近。

此外,从我们的计算结果得出,随着 $R$ 的增大,二次涡增大,而主涡内的流体质点的运动趋于圆周运动。Nallasamy<sup>[6]</sup>曾得出 $R_e=500$ 时二次涡最大,而我们用变超法得到 $R_e=1000$ 时上游二次涡比 $R_e=500$ 的要大。

用变超法计算时,松弛因子的选取对收敛性影响极大。例如在 $R=200$ 的计算中,当 $\rho=0.5$ 时,计算了502次精度才达到 $4 \times 10^{-4}$ ,而当 $\rho=0.7$ 时,计算了382次精度就达到了 $10^{-4}$ 。

用变超F法,我们计算了 $R=9$ 的情形,取 $\rho=1, \Delta\xi=\Delta\eta=0.04, \beta=60^\circ, \Delta t'=0.008$ ,所得结果与变超法几乎相等。但在二次涡处略有差异。在主涡处,两种方法结果完全一致;二次涡处上游和下游的 $\phi_{vc}$ 值分别为 $0.263 \times 10^{-5}$ 和 $0.238 \times 10^{-5}$ ,而等超法分别为 $0.231 \times 10^{-5}$ 和 $0.204 \times 10^{-5}$ 。

虽然变超F法具有边界附近网格加密和一次迭代时间短的优点,但收敛比变超法慢(迭代次数多)

变超法用以计算不可压粘性流是会得到好处的。

### 参 考 文 献

- [1] A. S. Benjamin, *J. Comp. Phys.*, 33 (1979), 3.
- [2] MurLi M. Gupta, *J. Comp. Phys.*, 31 (1979), 2,
- [3] Odus R. Burggraf, *J. Fluid Mechanics*, 24(1966),113-151.
- [4] Shih Yu Tuann, *Comp. and Fluids.*, 6 (1978), 3, 141-152.
- [5] Alain Rigal, *J. Comp. Phys.*, 43 (1981), 1, 177-179.
- [6] M. Nallasamy and K. Krishna Prasad, *J. Fluid Mechanics*, 79 (1977), 391-414.

## A Overrelaxation Method with Variable Step Size for the Computing the Circulation in a Square Cavity

Zhang Diming    Zhan Jiemin    Cai Congxi

### Abstract

In this paper, the overrelaxation method with variable step size is used to solve the circulation in a square cavity. Numerical convergence can be obtained for very high Reynold's numbers. In addition, the combination of Benjamin's transformation with FTCS scheme is successfully used in the computing the problem.