

光泵分子气体亚毫米波放大器的 非线性特性*

林貽堃 丘秉生 黎耀

(无线电电子学系)

摘 要

本文对应用光泵分子气体系统作为亚毫米波放大器进行了理论研究。按实际要求,我们取消系统内亚毫米波信号几乎为0的假设,采用矩阵信号流图法求解四能级系统的密度矩阵方程,进而求得一整套亚毫米波放大器的特性曲线。结果表明,应用光泵分子气体系统作为亚毫米波放大器是可能的,还提出了泵浦源的质量要求。

一、引 言

自从张道源和Bridge第一次证实了光泵亚毫米波激光^[1]以来,光泵亚毫米波激光器在科学上和技术上都有了许多重要的应用。在实验上已获得了几千条亚毫米波激光谱线,其波长不但复盖了整个亚毫米波波段和远红外波段,而且也出现了连续可调谐的亚毫米波激光器。在理论上也有了很大的进展。通过求解多能级系统的密度矩阵,揭示了气体分子内部的多光子跃迁过程及其机理,预言了光泵亚毫米波激光的调谐特性和增益特性。

随着所考虑的分子的能级的增多,求解密度矩阵方程的繁琐程度将急剧增加。为了有效地求解,从前的理论^[2]都作了小信号假设,即假定信号功率密度 I_s 远小于泵浦功率密度 I_p 。这种处理成功地描述了亚毫米波的激光过程及其调谐特性。在分子气体系统中,分子处于各能级的寿命长,弛豫慢,因而对泵浦激光和信号激光的作用都容易饱和。作小信号处理,实际上就忽略了亚毫米波信号对分子气体系统的作用,从而忽略了由于亚毫米波信号而引起的饱和效应,显然这种处理对于低功率泵浦的亚毫米波放大过程是不合理的。应用激活介质对激光信号进行放大在光学波段早已实现,本文把这种技术推广到亚毫米波段,通过解四能级系统的密度矩阵方程,不作小信号假设,从理论上探讨光泵亚毫米波放大器的可行性及其工作条件和它的非线性特性。在求解密度矩阵方程的具体过程中,我们引入矩阵信号流图,从而得出一个简洁的解析表达式。

本文于1984年8月收到。

• 本文曾于1984年10月在第9次国际红外与毫米波学术会议上宣读过。

二、四能级系统密度矩阵方程的解

我们考虑由振动基态的两个转动能级和振动第一激发态的两个转动能级组成的四能级系统。从密度矩阵的基本方程出发，在旋转波近似下，得到稳态下的线性方程组：

$$\left. \begin{aligned} L_{12}P_{12} &= r_{12}B_S - P_{32}B_P + P_{14}B_P \\ L_{13}P_{13} &= r_{13}B_P + P_{14}B_S - P_{23}B_S \\ L_{14}P_{14} &= P_{12}B_P + P_{13}B_S - P_{24}B_S - P_{34}B_P \\ L_{23}P_{23} &= P_{24}B_S + P_{21}B_P - P_{43}B_P - P_{13}B_S \\ L_{24}P_{24} &= r_{24}B_P + P_{23}B_S - P_{14}B_S \\ L_{43}P_{43} &= r_{43}B_S - P_{23}B_P + P_{41}B_P \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

以及上式的共轭方程：

$$\left. \begin{aligned} i\rho_{11} &= i\rho_{11}^e + (P_{12}B_S + P_{13}B_P - c.c.) \\ i\rho_{22} &= i\rho_{22}^e + (P_{24}B_P - P_{12}B_S - c.c.) \\ i\rho_{33} &= i\rho_{33}^e + (-P_{13}B_P - P_{43}B_S - c.c.) \\ i\rho_{44} &= i\rho_{44}^e + (-P_{24}B_P + P_{43}B_S - c.c.) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 $B_P = \mu_P E_P \tau / 2\hbar$ ， $B_S = \mu_S E_S \tau / 2\hbar$ ， $r_{ij} = \rho_{ii} - \rho_{jj}$

令

$$X_1 = \begin{bmatrix} P_{21} \\ P_{43} \\ P_{34} \\ P_{12} \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} P_{41} \\ P_{23} \\ P_{32} \\ P_{14} \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} P_{31} \\ P_{42} \\ P_{24} \\ P_{13} \end{bmatrix}, X_4 = \begin{bmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{22} \\ \rho_{33} \\ \rho_{44} \end{bmatrix}, X_0 = \begin{bmatrix} \rho_{11}^e \\ \rho_{22}^e \\ \rho_{33}^e \\ \rho_{44}^e \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} L_{21} \\ L_{43} \\ L_{34} \\ L_{12} \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} L_{41} \\ L_{23} \\ L_{32} \\ L_{14} \end{bmatrix}, L_3 = \begin{bmatrix} L_{31} \\ L_{42} \\ L_{24} \\ L_{13} \end{bmatrix}, L_4 = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

可得如下矩阵线性方程组：

$$\left. \begin{aligned} L_1 X_1 &= B_P H X_2 + B_S G X_4 \\ L_2 X_2 &= B_P H X_1 + B_S F X_3 \\ L_3 X_3 &= B_S F^T X_2 + B_P E X_4 \\ L_4 X_4 &= B_S D X_1 + B_P C X_3 + i X_0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中

$$\begin{aligned}
 H &= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} & G &= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & F &= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \\
 E &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} & D &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} & C &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{6}$$

F^T 为 F 的转置矩阵。

于是，得出四能级系统的矩阵信号流图，如图1所示。利用最佳拓扑法(OTM)⁽³⁾，可直接从图1求得：

$$X_1 = B_s L_1^{-1} \left\{ [G + B_p^2 H (I - T_2)^{-1} L_2^{-1} (H L_1^{-1} G + F L_3^{-1} E)] (I - T_4)^{-1} X_0 \right. \tag{7}$$

式中

$$T_2 = B_p^2 L_2^{-1} H L_1^{-1} H + B_s^2 L_2^{-1} F L_3^{-1} F^T \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 T_4 &= -i B_p^2 C L_3^{-1} E - i B_s^2 D L_1^{-1} G \\
 &\quad - i B_p^2 B_s^2 (D L_1^{-1} H + C L_3^{-1} F^T) (I - T_2)^{-1} L_2^{-1} (H L_1^{-1} G + F L_3^{-1} E) \tag{9}
 \end{aligned}$$

四能级系统的亚毫米波增益系数为⁽²⁾

$$\Gamma = - \frac{2 N_0 |\mu_s|^2 \tau}{\epsilon_0 \eta c \hbar B_s^*} \omega_s \text{Im}(P_{21} + P_{43}) \tag{10}$$

在四能级系统中，对亚毫米波增益有贡献的跃迁有两类：一类是转动跃迁(即单光子过程)，它的跃迁几率主要由参与跃迁的两个能级的集居数之差决定；另一类为双光子过程，它的跃迁几率基本上由泵浦场的强度来决定。从(7)式可见，该式由两项组成，它们正好分别反映了这两类跃迁对增益的贡献。第二项包含

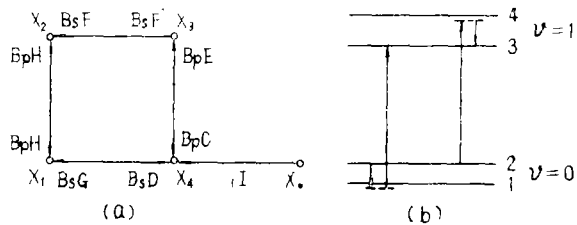


图1 (a)四能级系统的矩阵信号流图，图中各节点的权重为 L_1, L_2, L_3, L_4, I 为单位矩阵；
(b)四能级系统的能级图

有 L_2^{-1} 以及 L_1^{-1}, L_3^{-1} ，反映了以双光子过程为主的各种过程的作用，它基本上与 B_p^2 成正比，而第一项则反映了亚毫米波的单光子跃迁。

三、光泵分子气体放大器

在适当频率的红外光泵作用下，分子气体系统将具有亚毫米波增益。一般泵浦功率的大小对系统的增益起积极的作用，即泵浦功率加大，系统的增益将增加。作为亚毫米波放大器，泵浦功率应该还是比较小的，否则，会过于笨重而不实用。我们将分别讨论放大器的饱和特性，幅频特性，以及泵浦的功率和频率稳定度对放大器特性的影响。

1. 系统增益的饱和现象

图2给出了小功率泵浦下的增益系数 G 随输入信号功率变化的曲线。图中 $B_p^2 = 0.074$ ，相当于泵浦功率密度为 20 W/cm^2 ； $B_s^2 = 0 \sim 2$ ，相当于输入信号功率为 $0 \sim 5.76 \text{ W/cm}^2$ 。泵浦频率和输入信号频率都分别与分子系统的振动跃迁（能级 $2 \rightarrow 4$ ）和转动跃迁（能级 $3 \rightarrow 4$ ）共振。由于 $B_p < 1$ ，共振时不出现 AC Stark 分裂，所以，此时的增益为极大值。图2的曲

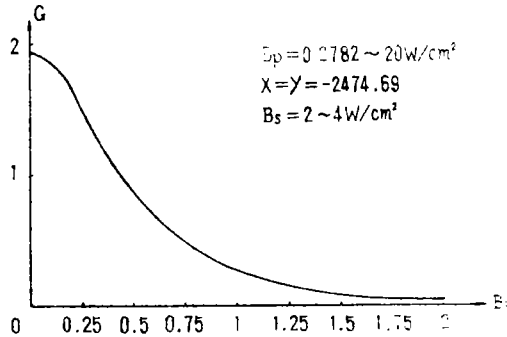


图2 小功率泵浦的亚毫米波放大器的饱和效应

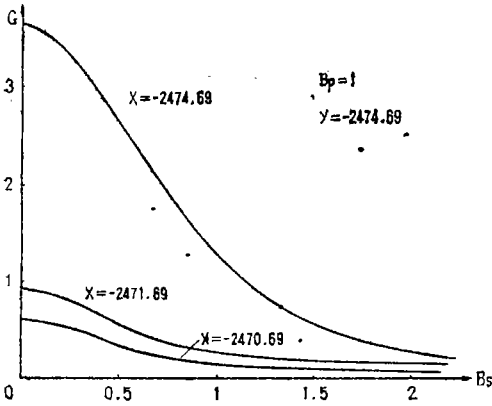


图3 不同泵频失谐量情况下的光泵亚毫米波放大器的非线性特性

线表明， $B_s \approx 0$ 时，增益最大，然后随着 B_s 的增大而单调下降。我们知道，红外单光子过程（ $2 \rightarrow 4$ ）和亚毫米波单光子过程（ $3 \rightarrow 4$ ）这时均处于共振状态。红外单光子过程总是吸收过程，因为2、4能级之间在此条件下不可能产生粒子集居数反转。但亚毫米波单光子过程对系统增益的贡献决定于泵浦功率的大小，泵浦功率太小则3、4能级之间不出现粒子数反转，系统对亚毫米波信号的增益为负值。当泵浦功率超过某一数值时，3、4能级之间粒子数才出现反转，则系统对亚毫米波信号的增益为正值。这时如果输入亚毫米波信号，便增强了从能级4到3的跃迁，信号得到放大，与此同时还减少了4、3能级之间的粒子数反转，这样便造成如图2的所示系统增益随 B_s^2 的增加而迅速下降的现象。这就是饱和效应。

图3给出了中小泵浦功率情况下的增益饱和曲线。这是一组很典型的饱和曲线。当输入信号很小时，而且在泵浦信号有一定失谐的情况下，饱和现象有所缓和。这说明，当泵浦有一些失谐情况下，牺牲一些增益，可以减少饱和效应的影响。

针对作为放大器的光泵分子气体系统，我们再讨论一下小功率光泵和微弱信号的情况。图4和5分别是振动基态和振动激发态跃迁的情况。由比较可知，振动基态跃迁的饱和现象比较明显。这是因为在小功率光泵的情况下，系统的粒子数仍基本上处于能级1和2，所以，很弱小的信号就可以影响它们之间的集居数反转。振动激发态跃迁的饱和效应比较小，而且更重要的是，它的饱和效应与泵浦失谐量有关，通过微调泵浦失谐量，可以改变饱和特性的性质，从而达到在一定范围内基本消除饱和现象的目的。如当 $x = -2482.69$ 时，系统增益基本上不随信号功率而变化。

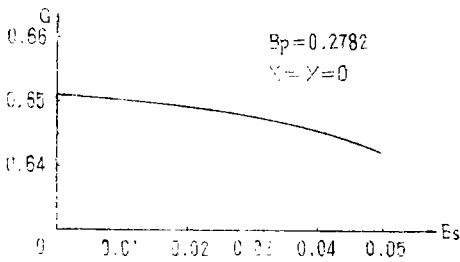


图4 小功率光泵亚毫米波放大器的饱和现象 ($x = y = 0$)

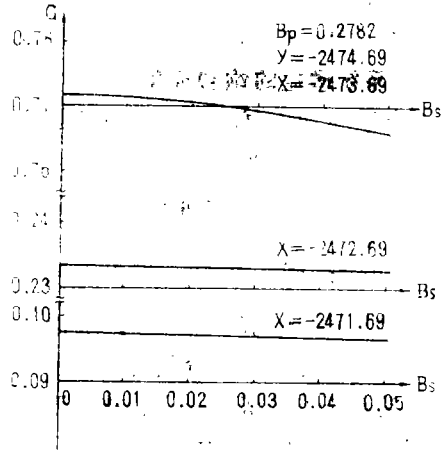


图5 小功率光泵亚毫米波放大器的饱和调谐 ($y = -2470$)

2. 放大器的幅频特性

作为放大器，我们不但要讨论它的增益的非线性，而且还要讨论它的幅频特性。般总是希望输入信号频率改变时，放大器具有稳定的增益。实际上，任何一个放大器都只具有一定有限的带宽。本文对振动基态和振动激发态的亚毫米波跃迁两种情况分别进行计算，给出图6和图7两组曲线。在热平衡态下，四能级系统中能级间粒子数分布大部

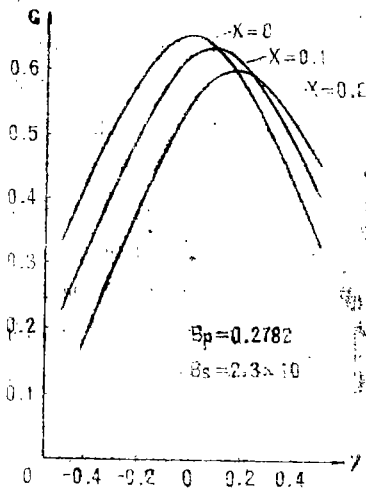


图6 $x \approx 0$ 时光泵亚毫米波放大器的增益特性曲线

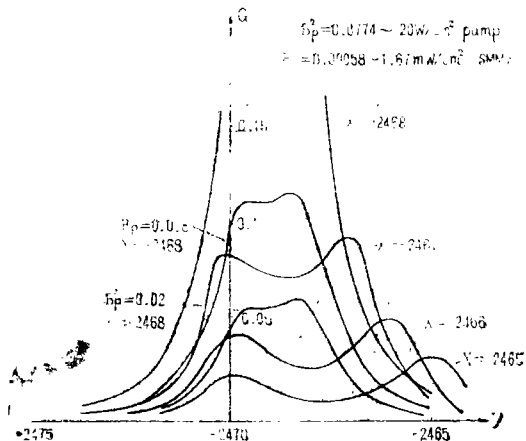


图7 不同泵频失谐量时光泵亚毫米波放大器的增益特性曲线 (激发态)

分处于能级1和2, 通过泵浦使1, 2能级的粒子集居数反转较难, 所以这种情况下系统对亚毫米波信号增益较小。如果这时泵浦有一定的频偏, 泵浦效率降低了, 系统对亚毫米波信号的增益就迅速下降, 如图6所示。相反地, 振动激发态的亚毫米波跃迁, 具有相对较宽的频带, 而要求的泵浦功率也较小, 如图7所示。图7还给出了不同泵浦失谐量时的增益特性。放大器的幅频特性与泵浦失谐量有很大的关系, 通过调整失谐量的大小可以获得不同的幅频特性, 失谐量越大, 放大器的带宽越大, 但增益下降。与一般的放大器一样, 增益与带宽总是矛盾的。

图7和图8给出了不同泵浦功率情况下的幅频特性, 表明泵浦功率越大, 增益越大, 但带宽越窄。

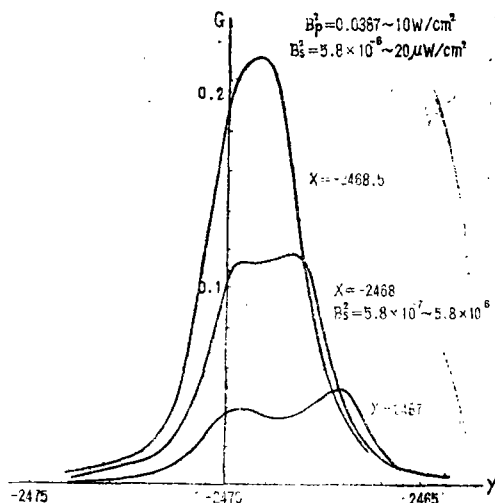


图8 小功率泵浦的亚毫米波放大器的幅频特性

3. 泵浦功率稳定度对放大器特性的影响

一般来说, 泵浦功率越大, 放大器的增益就越大。我们考虑谐振点 $x = -2474.69$, $y = -2474.69$ 的增益。当 B_p 小于1时, AC Stark分裂将消失, 当泵浦频率和亚毫米波信号频率均处于谐振状态下, 系统增益最大。如果继续减小 B_p , 则该点的增益将增加, 直到 $B_p \approx 0.70$ 时, 单位长度增益出现一极大值 $\Gamma_{max} = 3.9$ 。如果再继续减小 B_p 值, 则增益随 B_p 的减小而减小。 Γ 随 B_p 的变化曲线如图9所示。图中的横坐标是对数坐标, 所以, Γ 随 B_p 的变化不是太迅速的。 $B_p = 0.70$ 相当于 120 W/cm^2 , 当系统出现 AC Stark效应时, $B_p = 1$, 相当于 250 W/cm^2 的泵浦功率密度。在 B_p 值大于0.70但小于1的区间内, 曲线斜率是负的, 这是由于AC Stark效应作用的前奏, 即带宽加大, 谐振点的增益下降。比较图9中两条曲线可以看出, 如果泵浦频率有一定频偏, 则系统增益将下降, 但这种情况下要求的最优泵浦功率要小些。所谓最优状态即泵浦功率不稳定性对放大器的增益影响最小的状态, 这时图9曲线的斜率为0。泵浦频偏为零时, 系统增益较大, 最优泵浦功率也较大。

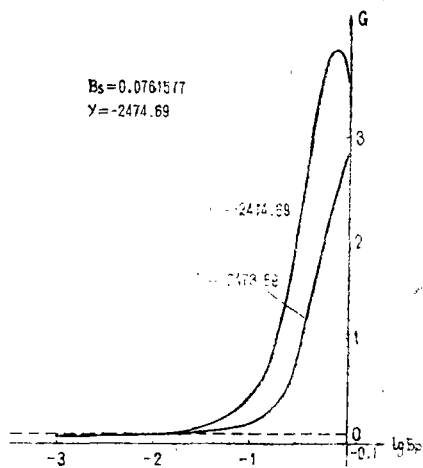


图9 增益的非线性

振动基态和振动激发态的增益随 B_p 的变化曲线也是不同的, 后者的变化较大, 但是, 后者使系统工作于最优状态的 B_p 值比前者小, 如图10所示。图11还给出泵浦功率不

稳定对整个增益特性的影响。

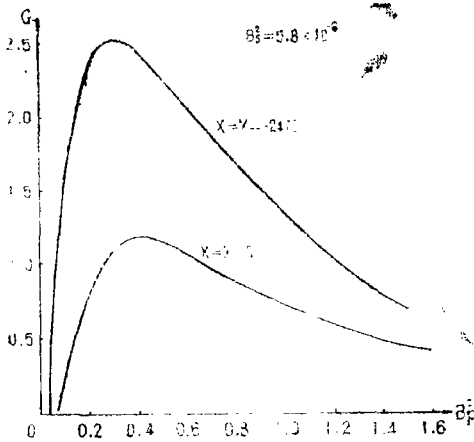


图10 增益随 B_p 变化曲线

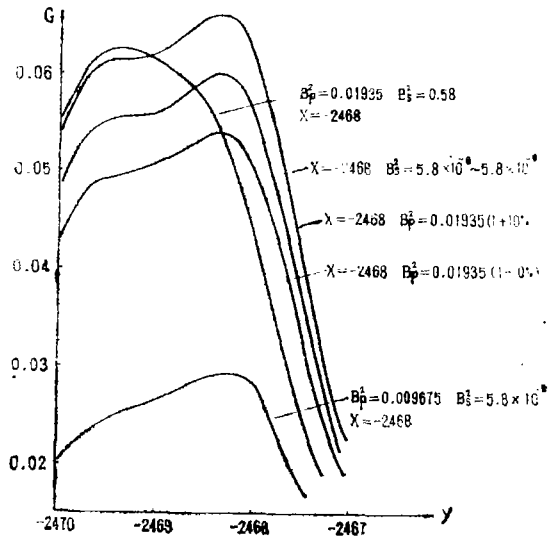


图11 泵功率稳定性对幅频特性的影响

4. 泵浦频率稳定度对放大器特性的影响

从1的讨论可知，通过微调泵频失谐量，可以改变放大器的饱和特性，而且有一个最佳值，使放大器的饱和现象几乎完全消失。本文中2的讨论也告诉我们，改变失谐量，可以使放大器获得不同的幅频特性。所有这些都说明，通过改变泵浦频偏，可以较灵活地得到各种不同特性的放大器，这是积极的一面；然而，它也带来消极的一面，泵浦频率的不稳定，会导致整个放大器性能的不稳定。如图12所示，泵浦频率变化了 2×10^{-4} ，而增益却变化了50%。因此，用来作为放大器的光泵分子气体系统，必须要求它的泵浦频率有较高的稳定度。

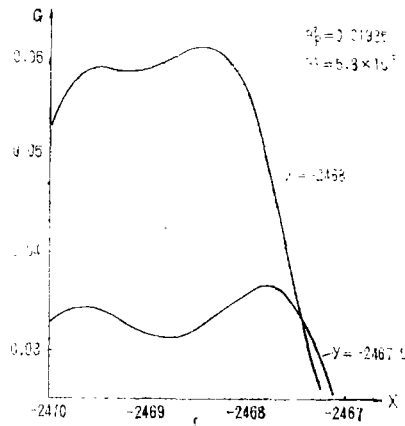


图12 泵频稳定度对幅频特性的影响

四、结 论

综合上面的计算结果，可以得出结论：光泵分子气体系统可以作为亚毫米波信号放大器，用小功率光泵分子气体作为亚毫米波微弱信号放大器，线性比较好，在亚毫米波信号功率变化较大范围内系统增益基本不变，但频率必须靠近共振，而且要求泵浦的频率稳定度足够高。

参 考 文 献

- [1] T. Y. Chang and T. J. Bridge, *Opt. Commun.* 1 (1970), 432.
[2] 林贻璠、宫蒂, *光学学报* 2(1982), 3, 210.
[3] D. E. Riegler and P. M. Lin, *IEEE Trans. on Circuit Theory*, CT-19 (1972), 5, 427.

Nonlinear Properties of Optically Pumped Molecular Gas Amplifier For Submillimeter Waves

Lin Yikun Qiu Bingsheng Li Yao

Abstract

The optically pumped molecular gas system to be used as a submillimeter wave amplifier was studied theoretically. The density matrix equation of optically pumped molecular system irradiated simultaneously by submillimeter wave signal has been solved. The equation was solved for the gain factors of the submillimeter wave signals of different power intensities by assuming that only four energy levels of the molecule remained in effect to the interaction processes. The solutions of the off-diagonal elements of density matrix in analytic form have been obtained. The numerical data of gain per unit length of the system for submillimeter wave signals were obtained. A whole set of characteristic curves corresponding to the different signal powers and frequencies was shown. The nonlinear properties of the system for the amplification of submillimeter wave signals have been revealed.