

· 研究简报 ·

小型低温引力波探测器*

管 同 仁

(物理学系)

摘 要

用高密度天线、升频式超导换能器、超导LC回路、DC SQUID和非相关检测电路构成一个小型低温引力波探测器。

关键词 引力波, 换能器, 超导LC回路, 单边带, 非相关器

1 高密度天线

Weber型引力波天线的运动方程为:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + k \frac{\partial \xi}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{\rho s} F(x, t) \quad (1)$$

由上方程可求出天线传输函数 $H_a(w)$:

$$H_a(w) = 1 / [M_a(w_a^2 - w^2 + j \frac{w w_a}{Q_a})] \quad (2)$$

由于待测的引力辐射脉冲是窄脉冲, 具有宽的频谱, 因而在 $Q_a \gg 1$ 的条件下, 可以把 $H_a(w)$ 近似为一个 δ 函数。由于

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_a(w) dw = 1 / 2w_a M_a \quad (3)$$

所以

$$H_a(w) = (1/4w_a M_a) [\delta(w - w_a) + \delta(w + w_a)] \quad (4)$$

图1为引力波探测器的前级简化方框图。图中, $H_t(w)$ 是机械谐振式换能器的传输函数; $H_e(w)$ 是电通道传输函数; N_p 为前置放大器输入端处的等效噪声; N_e 为电通道热噪声; N_t 和 N_a 分别为换能器和天线的机械运动热噪声力谱密度:

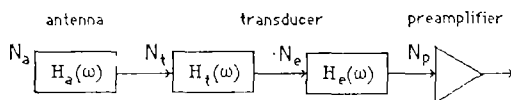


图1 引力波探测器前级方框图
Fig.1 Gravitational wave detector

$$N_t = \frac{N_{ti}}{Q_t} = \frac{2K_b T w_a M_t}{Q_t}; \quad N_a = \frac{N_{ai}}{Q_a} = \frac{2K_b T w_a M_a}{Q_a}$$

为了获得最佳检测效果, 我们假定探测器后接有最佳滤波器(匹配滤波器)。最佳

本文1988年12月13日收到

● 国家自然科学基金资助项目

滤波器输出端的瞬时功率信噪比为^[1]:

$$SNR = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [|S_o(\omega)|^2 / P_n(\omega)] d\omega \quad (5)$$

参考图1将上式展开, 并利用(2)式和(4)式, 得:

$$\begin{aligned} SNR &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H_a(\omega)H_t(\omega)H_e(\omega)F_g(\omega)|^2 d\omega}{|H_a(\omega)H_t(\omega)H_e(\omega)|^2 N_a + \left| \frac{H_t(\omega)}{K_t} H_e(\omega) \right|^2 N_t + |H_c(\omega)|^2 N_e + N_p} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\omega_a |F_g(\omega_a)|^2}{N_{ai} + \frac{K_a^2}{Q_a} \left[\frac{N_{ti}}{Q_t K_t^2} + \left| \frac{1}{H_t(\omega_a)} \right|^2 N_e + \left| \frac{1}{H_t(\omega_a)H_e(\omega_a)} \right|^2 N_p \right]} \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $K_a = \omega_a^2 M_a$; $K_t = \omega_a^2 M_t$.

一般情况下, 下式总可以被满足:

$$Q_a Q_t \gg M_a / M_t \quad (7)$$

另外, 在低温超导状态下, $N_e \rightarrow 0$, 于是(6)式被简化为:

$$SNR = \frac{1}{2} \omega_a |F_g(\omega_a)|^2 / \left[N_{ai} + \frac{K_a^2}{Q_a} \cdot \frac{N_p}{|H_t(\omega_a)H_e(\omega_a)|^2} \right] \quad (8)$$

求上式中的 $F_g(\omega_a)$. 设在引力辐射脉冲作用下, 天线所在处的度规扰动量 $h(t)$ 为:

$$h(t) = \begin{cases} h_0, & -\tau_g/2 < t < \tau_g/2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (9)$$

利用受迫力 $F(x, t)$ 与 $h(t)$ 间的关系式

$$F(x, t) = (1/2) \rho_s x \ddot{h}(t) \quad (10)$$

可求出引力辐射脉冲作用在棒上的力 $F_g(t)$ 及与 $F_g(t)$ 对应的富氏变换 $F_g(\omega)$:

$$F_g(t) = 4 \int_0^{L/2} F(x, t) \cdot \sin(\omega_a x / c) dx = 2LM_a \ddot{h}(t) / \pi^2 \quad (11)$$

$$F_g(\omega) = (4/\pi^2) LM_a h_0 \omega \cdot \sin(\omega \tau_g / 2) \quad (12)$$

把上式代入(8)式, 同时略去 N_p , 可得天线信噪比为:

$$SNR_{ant} = (4M_a L^2 h_0^2 \omega_a^2 / \pi^4 K_b T) \sin^2(\omega_a \tau_g / 2) \quad (13)$$

上式表明, 天线信噪比与天线 Q 值无关, 使用高 Q 值天线并不能提高天线灵敏度, 因此追求使用高 Q 值天线^[2,3]并不一定必要. 可用 Q 值较低, 但密度高的材料, 例如钨来制造天线, 这样就可可在总质量不变的情况下, 将天线小型化, 从而节约昂贵的液氦.

2 升频式超导换能器

从(8)式可知, 提高天线 Q 值的作用仅仅是相对地抑制后级噪声, 使探测系统的灵敏度向天线灵敏度接近. 不过, 这并不是唯一的方法, 提高 $H_t(\omega_a)$ 或提高 $H_e(\omega_a)$ 同样也可以抑制后级噪声. 采用机械谐振式换能器可升高 $H_t(\omega_a)$ 的值^[4], 另外, 再在电通道中插入一个电谐振回路, 把 $H_e(\omega_a)$ 的值也升高, 这样, 不仅 Q_a 值下降的损失可以得到补偿, 乘积 $Q_a |H_t(\omega_a)H_e(\omega_a)|^2$ 的值还可进一步升高.

为了采用高 Q 值 LC 回路, 需升高天线信号载频. 图2是一个安装在天线端面上的互

感换能器示意图。超导线圈 L_4 印制在一个机械谐振式载体上,超导线圈 L_3 印制在框架平面上。由于天线位移 $S_1(t)$ 很小,两线圈间的动态互感值可近似写为:

$$M(t) = M_0 + K_m a(t) \cos \omega_a t \tag{14}$$

设线圈 L_1 和 L_3 中各流过一个单位幅度的高频电流:

$$I = \cos \omega_0 t \tag{15}$$

这时,如果合理地选择线圈 L_2 的圈数和联接方向,使当天线静止时, L_2 中的电动势与 L_4 中的电动势大小相等,方向相反,则换能器输出如下信号:

$$\begin{aligned} S_3(t) &= K a(t) \cos \omega_a t \cdot \cos \omega_0 t \\ &= (K/2) a(t) [\cos(\omega_0 + \omega_a)t + \cos(\omega_0 - \omega_a)t] \end{aligned} \tag{16}$$

此时,天线信号载频被提升至上边频 $\omega_0 + \omega_a$ 和下边频 $\omega_0 - \omega_a$ 。

3 超导LC回路与单边带接收

LC谐振回路插在换能器与直流超导量子干涉器(SQUID)之间。回路 Q 值上限受下式限制:

$$Q < \omega_0 / 2\omega_a \tag{17}$$

可借助单边带接收方式避开这一限制。为此,将LC回路制造成超导回路,并采取超导屏蔽措施,将回路 Q 值提高至

$$Q \gg \omega_0 / \omega_a \tag{18}$$

这时,只要调节辅助源频率 ω_0 ,使上载频 $\omega_0 + \omega_a$ (或下载频 $\omega_0 - \omega_a$)对准超导LC回路的谐振频率,就可实现单边带接收,输出单边带信号:

$$S_4(t) = (K/2) Q \beta a(t) \cos(\omega_0 + \omega_a)t \tag{19}$$

此时,回路 Q 值上限将不再受限制,探测器灵敏度可以进一步向天线灵敏度接近。除此之外,由于回路 Q 值高,通频带窄,所以具有强的抗干扰能力,由它来抑制非天线纵向基模频率的地面振动干扰信号,防止DC SQUID 过荷失控,会有良好效果。

4 非相关检测电路

天线在窄引力辐射脉冲作用下,从前置放大器输出如下信号:

$$S_5(t) = A e^{-t/\tau_a} \sin[(\omega_0 + \omega_a)t + \phi_0] \tag{20}$$

通常采用两台锁定放大器和一台频率合成仪构成双路相关积分系统,处理上述随机相位信号。在本地参考信号为等幅方波的情况下,相关检测系统给出的相关函数为^[6]:

$$S_6(t) = D(e^{-t/\tau_a} - e^{-t/\tau_e}) \approx D e^{-t/\tau_a}, (t > 3\tau_e) \tag{21}$$

式中, D 是振幅; τ_a 是天线弛豫时间; τ_e 是锁定放大器的时间常数。通常 $\tau_a \gg \tau_e$ 。

比较(20)式和(21)式可知,相关检测系统并没有起到最佳检测作用,它的作用主要是近似地提取天线信号包络,因此它不是必要系统。考虑到相关检测系统所带来的天线频率漂移影响问题是一个难以克服的严重问题,本文所介绍的探测器将不再采用相关检测电路,而是以图3所示的非相关检测电路取代它。

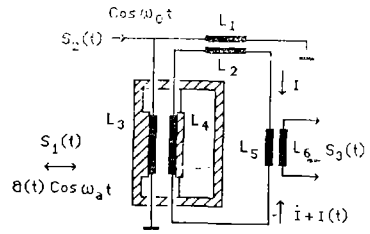


图2 超导换能器示意图
Fig. 2 Superconductive transducer

从非相关检测电路输出的信号, 经取样后输给计算机, 做匹配滤波运算, 完成最佳检测过程. 相关检测系统被非相关检测电路取代后, 不仅电路体积变小, 可以改由直流供电, 电路造价也可以减少98%以上.

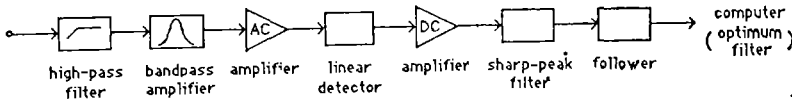


图3 非相关检测电路方框图

Fig. 3 Noncorrelation detecting circuit

5 探测系统

图1和图3合在一起构成整个低温引力波探测器. 天线重约1吨, 由液氦冷却到4.2K, 放置在一个长270cm、外径82cm的小型真空罐中. 辅助频率源 ω_0 采用稳定度达 $1 \times 10^{-11}/s$ 的石英晶体振荡器. 全部电子电路, 除计算机外, 都被放置在真空罐顶部的金属屏蔽罩中, 并由蓄电池供电. 从非相关电路输出的信号, 经取样后转变成光信号, 由光学纤维缆传给计算机. 这样, 电干扰信号可以基本上被排除.

参 考 文 献

- [1] Wainstein L A et al., *Extraction of Signals from Noise*, Prentice-Hall International, London, 1962
- [2] Michelson P F et al., *J. Appl. Phys.*, 52(1981), 6, 4314
- [3] Blair D G et al., *Proc. of MG3*, North-Holland, 1983, 719
- [4] Paik H J, *J. Appl. Phys.*, 47 (1976), 1168
- [5] 管同仁等, 物理, 18 (1989), 5, 301

A Small Cryogenic Gravitational Wave Detector

Guan Tongren*

Abstract

When the quality factor (Q) of an antenna is far greater than 1, the sensitivity of the antenna itself becomes unrelated to its Q value. As a result, high density material with low Q value may be used for the manufacture of antenna so as to improve the antenna sensitivity or to reduce its size to economize on the expensive liquid helium required.

By raising the carrier frequency for the antenna signal with superconductive mutual inductance transducer and interposing, between the transducer and the DC SQUID, a high Q superconductive LC resonant circuit, it is possible to improve the channel transfer function and to realize the single sideband reception, so that the sensitivity of the detector may approach that of the antenna and its resistance to disturbance may be increased.

Substitution of a noncorrelation reception circuit for a correlation one may counter the influence of carrier frequency shift and help to bring about a major reduction of the cost.

Keywords gravitational wave, transducer, superconductive LC loop, single sideband, non-correlator

* Department of Physics