

· 研究简报 ·

# 小型引力波天线隔振装置研究\*

彭 竑 黄列文· 胡恩科

(物理学系)

## 摘 要

本文对三级隔振装置进行了研究,该隔振装置是为23kg小型引力波棒状天线而设计制造的。分析表明,该隔振装置的透过率在5000Hz处为 $10^{-18}$ 量级,满足引力波天线的隔振要求。

**关键词** 引力波, 隔振, 透过率

利用棒状天线检测引力波,要求检测器能检测出引力波所激发的振动,该振动的相对振幅约为 $10^{-18} \sim 10^{-20}$ <sup>[1]</sup>。要检测这么微弱的振动,其中一个关键问题就是隔离非引力波产生的外部干扰噪声,为此,检测器都采用封闭系统<sup>[2]</sup>,将天线置于密闭真空罐中。为了减小罐的振动对天线的影晌,还需在罐与天线间的支承或悬挂部分采用隔振装置,而一级隔振对检测引力波是不够的<sup>[3]</sup>。需采用多级隔振的办法。本文从理论和实验方面对用于小型天线的三级隔振装置进行研究。

### 1 隔振装置和透过率

根据已制成的低温液氮容器,我们设计并制成一个悬挂23kg小天线的三级串联隔振堆,如图1所示。该减振堆由3个质量均为3.5kg的铁块用钢丝弹簧串联而成,每一级都用3根弹簧与另一级相连。每一个质量块为十五边形柱体,平均半径5.5cm,厚4cm。为了降低隔振装置的谐振频率,我们尽量增大质量块的质量;增长钢丝弹簧的长度,以减小弹性系数。

由于每一级都有3根弹簧与另一级相连,因此,三级隔振体应有9个振动模。首先我们考虑一级的情况,质量块可以近似看成是一个圆盘,弹簧悬挂点在圆盘边缘3个等边三角形之顶点上,考虑微小的振动,并忽略阻力,该系统的拉格朗日函数为

$$L = (2I/9R^2)(2\dot{x}_1^2 + 2\dot{x}_2^2 + 2\dot{x}_3^2 + \dot{x}_1\dot{x}_2 + \dot{x}_2\dot{x}_3 + \dot{x}_1\dot{x}_3) - (k_1x_1^2 + k_2x_2^2 + k_3x_3^2)/2 \quad (1)$$

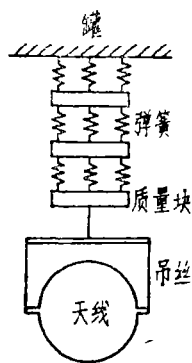


图1 棒状天线与减振装置示意图  
Fig. 1 Schematic diagram of the mechanical filter apparatus and a cylindrical antenna

本文1989年6月20日收到

●国家自然科学基金资助项目

其中,  $x_1, x_2, x_3$  分别是悬挂点相对于平衡位置的纵向位移,  $k_1, k_2, k_3$  是 3 个弹簧的弹性系数, 这里  $k_1 = k_2 = k_3 = k$ ;  $I$  是质量块对过质心水平轴的转动惯量,  $I \approx mR^2/4$ ,  $m$  是质量,  $R$  是平均半径. 从拉格朗日方程可得

$$(\omega^2 - 3k/m)(\omega^2 - 6k/m) = 0 \tag{2}$$

$\omega$  是角频率. 该隔振体的 3 个振动模为: ①  $\omega_1^2 = 3k/m$ , 3 个悬挂点作上下同步振动; ②  $\omega_2^2 = 6k/m$ , 以一个悬挂点与质心连线为轴扭动; ③  $\omega_3^2 = 6k/m$ , 以过质心而平行两悬挂点连线的轴扭动. 除了模①质心有振动外, 模②、模③质心, 也即质量块中心位移均为零.

对由上述一级隔振体为单元串联组成的  $n$  级隔振体, 同理可有  $n$  个纵向振动模和  $2n$  个扭动模, 为了减小扭动对天线的影响, 我们把天线悬挂于隔振装置末级质量块的质心, 这样做主要是考虑纵向振动的情况, 至于摆动, 其谐振频率很低, 可以忽略其影响. 实际上, 影响天线的振动噪声也是以纵向振动为主的. 下面我们推出  $n$  级隔振体纵向振动透过率计算式. 对  $n$  级隔振体, 其振动方程为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + m_1 R_1 \dot{x}_1 = -k_1(x_1 - x_2) \\ m_2 \ddot{x}_2 + m_2 R_2 \dot{x}_2 = -k_2(x_2 - x_3) + k_1(x_1 - x_2) \\ \dots\dots\dots \\ m_n \ddot{x}_n + m_n R_n \dot{x}_n = -k_n(x_n - x_{n+1}) + k_{n-1}(x_{n-1} - x_n) \end{cases} \tag{3}$$

其中  $m_i$  是隔振体质量,  $k_i$  是弹性系数,  $x_i$  是相对平衡位置的纵向位移,  $R_i$  是阻尼因子. 考虑稳态解, 令  $x_i = a_i e^{j\omega t}$ ,  $a_i$  是复数, 且  $i = 1, 2, \dots, n+1$ , 于是可得出递推式

$$\begin{cases} a_1/a_2 = (k_1/m_1)/(k_1/m_1 - jR_1\omega - \omega^2) \\ a_i/a_{i+1} = (k_i/m_i) / \{ [(k_i + k_{i-1})/m_i - j\omega R_i - \omega^2] - (k_{i-1}/m_i) \cdot (a_{i-1}/a_i) \} \end{cases} \tag{4}$$

从上式我们可得出隔振体的透过率  $T$

$$T = |a_1/a_{n+1}| = |(\alpha_1 + j\beta_1)(\alpha_2 + j\beta_2)\dots(\alpha_n + j\beta_n)| \tag{5}$$

其中  $\alpha_i + j\beta_i = a_i/a_{i+1}$ . 通过计算机数值计算, 我们可算出  $n$  级隔振体的谐振频率以及在某一频率上的透过率.

### 2 实验

利用振动频谱分析系统, 如图 2 所示, 对三级隔振装置与小天线组成的系统进行了测试. 小天线质量为 23kg. 分析系统通过 2 个分别置于隔振系统初级和末级的拾振器, 将振动信号放大, 模数转换, 而后输入计算机处理.

由于隔振系统在谐振频率附近透过率变化比较大, 我们对谐振频率附近的透过率进行了实验测试以及理论计算. 通过实验测出三级弹性系数为:  $k_1 = 1.60 \times 10^4 \text{ N/m}$ ;  $k_2 = 0.77 \times 10^4 \text{ N/m}$ ;  $k_3 = 0.88 \times 10^4 \text{ N/m}$ . 通过测振动  $Q$  值得出在空气中的阻尼因子:  $R_1 = 0.4 \text{ s}^{-1}$ ;  $R_2 = 0.3 \text{ s}^{-1}$ ;

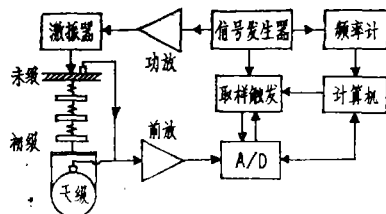


图 2 实验装置示意图  
Fig. 2 Schematic diagram of the experimental set-up.

$R_3 = 0.2 \text{ s}^{-1}$ . 由于初级中包括了小天线, 其质量为  $m_1 = 26.5 \text{ kg}$ . 通过激振器对隔振系统进行周期性激振, 激振功率为  $100 \text{ W}$ . 在  $0.5 \sim 30 \text{ Hz}$  的扫描频率范围内, 只测到 3 个谐振峰, 结果见图 3.

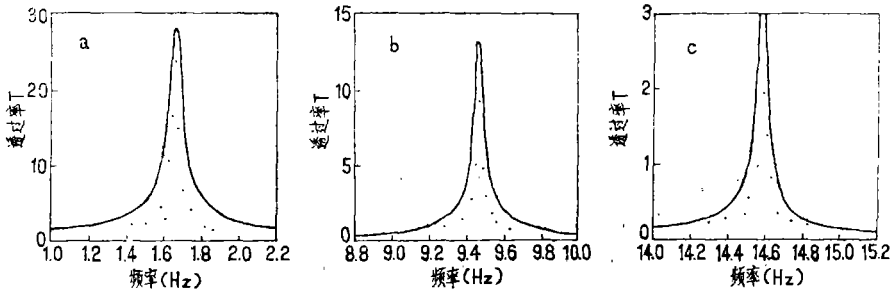


图 3 透过率的理论值(曲线)与实验值(点)的比较

Fig.3 The theoretical transmission ratio(curve) compared with the experimental ratio(dot)

### 3 讨论与结论

以上实验值和理论值的比较都是纵向振动情况, 在实验中没有测到扭动的谐振峰, 这说明, 将天线悬挂于隔振质量块的中心可以消除扭振动的影响, 因此, 此隔振装置的减振好坏, 主要决定于竖直方向纵向振动的隔振效果. 从实验值与理论值的比较, 可以看出, 理论计算出的谐振频率和透过率与实际情况基本符合, 但透过率的理论值稍大于实验值, 这与忽略弹簧的质量和阻尼因子不够精确等有关. 尽管这样, 用透过率计算式来估计隔振系统透过率上限仍不失合理性. 通过(5)式计算和机电类比的办法<sup>[4]</sup>, 可得出该隔振系统在频率  $5000 \text{ Hz}$  附近, 其透过率为  $10^{-18}$ .

为了提高引力波探测器的灵敏度, 一方面要降低天线的热噪声, 同时要隔振, 使透过到天线的振动噪声低于天线热噪声. 天线的热噪声平均功率为  $K T \omega / Q$ <sup>[4]</sup>, 我们的天线将工作于液氦温度  $4.2 \text{ K}$ , 其  $Q/\omega$  约为  $3 \times 10^2 \text{ s}$ , 因此天线的热噪声平均功率为  $10^{-25} \text{ W}$ , 相应天线纵向振动相对振幅  $\sim 10^{-18}$ , 所以透过率为  $10^{-18}$  的隔振系统满足减振的要求.

### 参 考 文 献

- [1] Thorne K S, *Rev. of Modern Phys.*, 52(1980), 285
- [2] 陈嘉言, 中山大学学报(自然科学版), 1981, 3, 95
- [3] 陈嘉言等, 中山大学学报(自然科学版), 1975, 2, 129
- [4] Hirakava K et al., *Japanese J. of Apl. Phys.*, 15(1976), 833

## Studies of the Vibration Isolation Apparatus for Gravitational Waves Antenna

*Peng Hong\* Huang Liewen Hu Enke*

### Abstract

A three-stage mechanical vibration isolation apparatus is theoretically and experimentally investigated. This device is designed and is made for suspending a 23kg gravitational wave antenna in a cryostat. It is shown that the transmission ratio of the device is of the order of  $10^{-18}$  at 5000Hz which is near the resonant frequency of the antenna.

**Keywords** gravitational wave, vibration isolation, transmission ratio

---

● Department of Physics