

几个水稻品种群体茎数灰色预测模型

冯国灿* 古德祥

周之铭

(昆虫学研究所)

(数学系)

摘 要

根据水稻群体茎数变化规律,本文提出了茎数变化的数学模型,并且将参数灰化,建立了灰色模型,提高了预测精度。本文还建立了4类品种的参数与气象条件、管理条件的相互关系子模型。

关键词 水稻群体茎数,灰色预测模型

水稻茎数变化源于水稻分蘖。水稻分蘖有其自身规律,也受环境条件制约。从理论上讲,分蘖数符合片山佃提出的叶蘖同伸规律^[1]。根据这一规律,可推出一些理论分蘖公式^[2,3,4]。若鞘叶节和分蘖鞘节不发生分蘖,则第 n 叶长出后水稻的理论分蘖数(包括主茎)为

$$a_n = q_1^n + q_2^n + q_3^n \tag{1}$$

其中

$$q_1 = \left(\sqrt[3]{\frac{3\sqrt{29} + \sqrt[3]{93}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{3\sqrt{29} - \sqrt[3]{93}}{2}} + 1 \right) / 3$$

$$q_2 = \left[2 - \left(\sqrt[3]{\frac{3\sqrt{29} + \sqrt[3]{93}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{3\sqrt{29} - \sqrt[3]{93}}{2}} \right) + \left(\sqrt[3]{\frac{3\sqrt{29} + \sqrt[3]{93}}{2}} - \sqrt[3]{\frac{3\sqrt{29} - \sqrt[3]{93}}{2}} \sqrt[3]{3} i \right) \right] / 6$$

$$q_3 = \bar{q}_2$$

这里 \bar{q}_2 表示 q_2 的共轭复数。按照理论分蘖模式,每株水稻的分蘖数相当大。但实际栽培条件下并不是所有的蘖芽都发育成分蘖。大田栽培每株水稻一般可有 2~5 个分蘖。

水稻单株分蘖受众多的因素影响,但群体茎数却呈现出一定的规律^[5]。王天铎等曾提出用二次函数局部拟合此规律^[6,7],蒋德隆提出了水稻分蘖与光温关系的统计模型^[8],这个模型只考虑了气象因素对分蘖的影响,而忽略了密度、管理水平对分蘖的影响。

1 水稻群体茎数预测模型

1.1 建立模型

按照水稻群体茎数变化规律,并结合王天铎、蒋德隆的结果,我们提出分三段拟合

本文1989年4月12日收到

* 现在中山大学数学系工作

群体茎数变化, 建立如下模型

$$y(t) = \begin{cases} y_0 & t \in [0, t_1] \\ -a(t-t_m)^2 + y_m & t \in (t_1, t_m] \\ (y_m - y_c)e^{-K(t-t_m)^2} + y_c & t \in (t_m, +\infty) \end{cases} \quad (2)$$

这里 $y(t)$ 是插植后 t 天的总茎数, y_0 是单位面积插植数, y_m 是最高分蘖茎数, t_1, t_m 分别是分蘖始期和分蘖高峰期, a, K 是正参数. 由模型还有:

$$y_m = y_0 + a(t_1 - t_m)^2 \quad (3)$$

模型(2)反映了水稻茎数变化的三个阶段: 返青期、分蘖期、高峰期至穗数稳定. 这三个阶段互相依赖又互相独立.

1.2 分析确定参数

模型(2)中有 $y_0, y_m, y_c, t_1, t_m, a, K$ 共7个参数. y_0 是初值, 易于确定. a 可通过方程(3)确定, 于是剩下5个独立的参数 t_1, t_m, y_m, y_c, K . 这些参数与品种特性、栽培技术、气候条件以及一些其他因素密切相关. 为了提高预测精度, 我们视这些参数为灰数, 记相应的灰参数为 $\otimes t_1, \otimes t_m, \otimes y_m, \otimes y_c, \otimes a, \otimes K$. 以下数据来源于广东省四会县农科所6年(1979~1984)水稻分期播种实验及作者1987年早稻栽培实验.

1.2.1 确定 t_1 t_1 是返青期长短的参数. 通过分析4个代表品种(广陆矮四号, 广二104, 桂朝二号, 汕优六号)分期播种实验数据, 回归得出如下关系:

$$t_1 = 25.2 - 0.15T_0 - 0.37\tau^{**} \quad (4)$$

随机误差的方差 $S = 3.0$ (下同). 其中 T_0 是插后10天的日均温, τ 表示期别, 为播种期至2月20日的天数. 气候条件以年为周期变化, τ 是衡量气候条件的综合指标. (4)式表明日均温偏高, 或推迟播种, 都有助于缩短返青期, 使水稻提早分蘖.

1.2.2 确定 t_m 在通常栽培条件下, 移植后气温高, 光照强, 水稻分蘖就早, 达到高峰期所用的时间就短. 此参数的具体值如下:

早熟品种(代表品种: 广陆矮四号)

$$t_m = 98.8 - 3.02T_1 - 0.046L_1^{**} \quad (5)$$

$$S = 2.1$$

中熟品种(代表品种: 广二104)

$$t_m = 117.1 - 3.59T_1 - 0.088L_1^* \quad (6)$$

$$S = 4.1$$

迟熟品种(代表品种: 桂朝二号)

$$t_m = 180.3 - 6.98T_1 - 0.143L_1^{**}$$

$$S = 4.3$$

杂优品种(代表品种: 汕优六号)

$$t_m = 137.7 - 4.21T_1 - 0.158L_1^{**} \quad (8)$$

$$S = 1.7$$

这里 T_1, L_1 分别是插植后一个月的日平均气温和总日照时数. 可见 t_m 与光温负相关.

** 表示经F检验, 达到0.01的显著水平, 下文中 * 表示达到0.05的显著水平.

1.2.3 确定 y_m y_m 是分蘖最高茎数。据分析，不同分蘖能力的品种， y_m 有一点的差异，但对 y_m 影响最大的是前期的温度、栽培密度和施肥量。

① 温度对 y_m 的影响。温度对 y_m 的影响十分明显，偏高或偏低都不利于水稻分蘖。分蘖最适温度一般为 $30 \sim 32^\circ\text{C}$ 。茎数与温度有如下关系（图 1）：

$$\begin{aligned} y_m/y_0 &= 4.73\sqrt{T_1 - 17.3} \\ (y_0 &= 90 \text{ 万株/公顷}) \quad (9) \\ R &= 0.9002^* \end{aligned}$$

这里 y_m/y_0 是单株分蘖数（包括主茎）。

② 肥料、密度对 y_m 的影响。为了确定肥料、密度等栽培措施对水稻分蘖的影响，作者 1987 年 3 月至 7 月在四会县 3 个榕进行水稻分蘖现象实验观察。

材料方法：(a) 供试品种选用分蘖能力较强的优质稻“七桂早 25 号”。(b) 实验设计分施肥、密度等项目，每一项目设 3 个水平，每一水平设 3 个重复小区。每一小区面积为 1.06m^2 ，密植、稀植小区为 1m^2 。在分蘖前期、中期和幼穗分化期各施肥一次，施肥项目三个水平的施氮量分别为 24N、20N、16N，氮磷钾之比为 1:0.7:0.2。插植规格为 $13.3 \times 20\text{cm}^2$ ，每丛 6 株。密度分密植（ $10 \times 16.7\text{cm}^2$ ）、适中（ $13.3 \times 20\text{cm}^2$ ）和稀植（ $20 \times 20\text{cm}^2$ ）3 个水平处理。施肥量适中。(c) 每隔 5 天对每一水平抽样 10 丛调查分蘖数。

另外按 $13.3 \times 20\text{cm}^2$ 规格，每丛分别插 1, 2, ……，9 株，观察水稻之间的竞争。

实验表明：肥料、密度对水稻分蘖前期影响不明显，对中、后期影响较大。肥料充足可促进分蘖。高密度种植可增加分蘖总数，但由于养料分配、光照需求的加剧，单株分蘖数明显减少。将施肥量 16N、20N、24N 分别记为 -1, 0, 1，密植、适中、稀植也分别记为 -1, 0, 1，回归得方程：

$$\begin{aligned} y_m &= 982.5 + 49.5x_1 - 246x_2^* \quad (\text{万株/公顷}) \quad (10) \\ S &= 3.0 \end{aligned}$$

单株分蘖数

$$\begin{aligned} y_m/y_0 &= 4.32 + 0.22x_1 + 0.97x_2^{**} \quad (11) \\ S &= 0.1 \end{aligned}$$

这里 x_1 , x_2 分别表示肥料水平、密度水平编码。

每丛不同插植数的实验表明密度对分蘖影响最大。因为它不仅控制其营养物质分配的比例，而且直接影响透光通风。通常情形下， y_0 越大， y_m 就越大，但 y_m/y_0 就越小，即单株分蘖的最大值随密度增加而减少。在超高密度下，水稻不发生分蘖，甚至出现主茎死亡。单株分蘖与密度的关系为：

$$y_m/y_0 = Ae^{-k y_0} + 1 \quad (12)$$

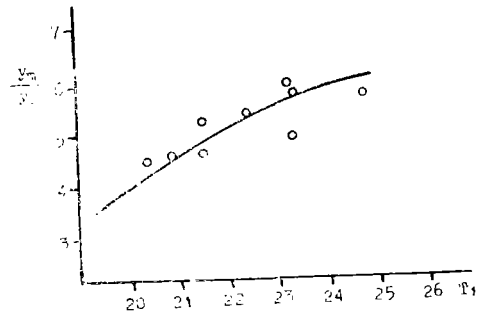


图 1 分蘖与温度的关系（1982~1984，广东、四会）

Fig. 1 The relation between tillering and temperature

由实验数据(早稻:七桂早28号)拟合得:

$$y_m/y_0 = 11.7e^{-0.23y_0} + 1 \quad (13)$$

$$R = 0.9539^{**}$$

综合上述因素,根据四会县农科所实验数据得:

$$y_m/y_0 = -4.91 + 2.24\sqrt{T_1} - 0.175y_0 + 0.704x^{***} \quad (14)$$

$$S = 3.0$$

式中 T_1 意义同前, x 是管理水平综合评价的编码。管理较好、适中、较差时分别取1, 0, -1。

1.2.4 确定 y_e y_e 是衡量水稻产量的一个参数,它与 y_m 相关^[8,9],也与 y_0 相关。插植密度高,高峰值也大,后期光温条件正常,则有效穗也多,其回归达到极显著水平:

$$y_e = 9.30 + 0.19y_m + 0.28y_0^{**} \quad (15)$$

$$S = 1.6$$

1.2.5 确定 K 从(2)式第三部分可知,参数 K 主要由 y_m 、 y_e 及达到 y_e 的时间决定,而这段时间与播期 τ 这个综合因素相关。其回归方程为

$$K = (-5.73 + 12.08y_m/y_e + 0.28\tau) \times 10^{-4***} \quad (16)$$

$$S = 8.7 \times 10^{-4}$$

这里 τ 的意义同前。

2 水稻群体茎数的灰色预测模型

将模型(2)和参数确定式(3)、(4)、(5)、(6)、(7)、(8)、(14)、(15)、(16)组装起来,即得水稻茎数变化模型。输入参数式中的可测量: T_0 —插植后10天的日均温; τ —播期距第一播期(2月20日)的天数; T_1 —插植后一个月的日均温; L_1 —插植后一个月的总日照时数; x —评价综合管理水平的编码,可绘出水稻茎数变化曲线。该曲线称为中心曲线,相应的预测叫中心预测。由于参数的确定是经验的,有一定的误差范围。因此引入灰色预测更为合适。

定义:当参数取灰色区间值时,所得的预测称为灰色预测,预测区域叫灰域。若每一参数加上相应的随机误差灰区间 $[-s, s]$,则称灰色预测为范围预测。若加上 $[-\frac{1}{2}s, \frac{1}{2}s]$,则称灰色预测为核心预测。

根据以上参数式及相应的标准差,将灰参数确定如下:

$$\otimes t_1 = [\underline{t}_1, \bar{t}_1] = 2.52 - 0.15T_0 - 0.37\tau + \otimes S_{1i}$$

其中, $\otimes S_{1i} = [-3.0, 3.0]$; $\otimes t_m = [\underline{t}_m, \bar{t}_m]$ 。

早熟品种: $\otimes t_m = 98.8 - 3.02T_1 - 0.046L_1 + \otimes S_{2i}$; 其中 $\otimes S_{2i} = [-2.1, 2.1]$ 。

中熟品种: $\otimes t_m = 117.1 - 4.59T_1 - 0.088L_1 + \otimes S_{2i}$; 其中 $\otimes S_{2i} = [-4.1, 4.1]$ 。

迟熟品种: $\otimes t_m = 180.3 - 6.98T_1 - 0.143L_1 + \otimes S_{2i}$; 其中 $\otimes S_{2i} = [-4.3, 4.3]$ 。

杂优品种: $\otimes t_m = 137.7 - 4.21T_1 - 0.158L_1 + \otimes S_{2i}$ 。

其中, $\otimes S_{2i} = [-1.7, 1.7]$ 。

$$\otimes y_m = [\underline{y}_m, \bar{y}_m] = (-4.91 + 2.24\sqrt{T_1} - 0.175y_0 + 0.704x)y_0 + S_{3i}$$

其中, $S_{3i} = [-0.3y_0, 0.3y_0]$.

$$\otimes y_e = [\underline{y_e}, \bar{y_e}] = 9.30 + 0.19 \otimes y_m + 0.28 y_0 + \otimes S_{4i}$$

其中, $S_{4i} = [-1.6, 1.6]$.

$$\otimes K = [\underline{K}, \bar{K}] = (-5.73 + 12.08 \otimes y_m / \otimes y_e + 0.28 \tau) \times 10^{-4} + \otimes S_{5i}$$

其中, $\otimes S_{5i} = [-8.70, 8.70] \times 10^{-4}$.

以上均有 $i=1, 2$, 且 $S_{j2} = \frac{1}{2} S_{j1} (j=1, 2, 3, 4, 5)$ 式中 $\otimes b = [\underline{b}, \bar{b}]$ 的 \underline{b}, \bar{b} 分别表示灰数 $\otimes b$ 的下界和上界. 于是模型(2)变为灰色模型

$$\otimes y(t) = \begin{cases} y_0, & 0 \leq t \leq \otimes t_1 \\ -\otimes a(t - \otimes t_m)^2 + \otimes y_m, & \otimes t_1 < t \leq \otimes t_m \\ (\otimes y_m - \otimes y_e) e^{-\otimes K(t - \otimes t_m)} + \otimes y_e, & i > \otimes t_m \end{cases}$$

且满足

$$\otimes y_m = \otimes a(\otimes t_1 - \otimes t_m)^2 + y_0$$

只要输入可测量 y_0, T_0, T_1, L_1, τ 和管理参数 x , 就可预测 t 时刻每公顷水稻的总茎数 $\otimes y(t)$, 图2是灰色预测图.

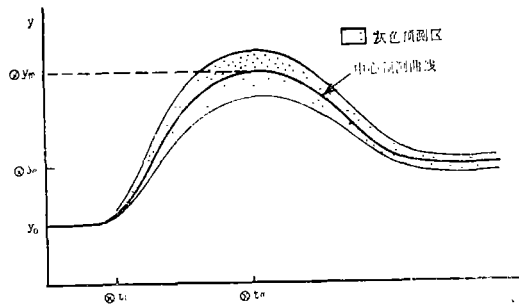


图2 水稻茎数变化灰色预测图

Fig. 2 The grey forecast of the total number of rice stems

将模型预测过程编程, 在计算机上实现, 可辅助农业规划与管理. 表1是回报实例之一, 效果较好.

从表1中可以看出, 实际值落在中心曲线的两旁, 改用灰色预测, 虽增加了灰度, 预测效果明显改善. 表中个别点远离中心曲线, 甚至在灰域之外, 导致预测失误. 因此还需从更细致的角度考察影响水稻分蘖的因素, 建立机理性模型, 提预测准确率.

表1 茎数变化的灰色预测

Tab. 1 The grey forecast example

(广东、四会)

10丛茎数 插后天数	预 测 值		实际值	检验
	核心预测	中心预测		
5	[80, 80]	80	80	✓
10	[80, 80]	80	80	✓
15	[80, 80]	80	80	✓

续表 1

20	[91.1, 121.7]	104.6	88	
25	[122.4, 144.0]	127.8	126	✓
30	[122.7, 147.6]	135.6	146	✓
35	[118.1, 146.7]	132.8	142	✓
40	[109.2, 141.2]	125.1	118	✓
45	[99.1, 132.0]	114.6	108	✓
50	[90.2, 120.9]	103.8	100	✓
55	[83.7, 109.9]	94.7	92	✓
60	[79.3, 100.4]	87.9	85	✓
65	[77.6, 93.3]	83.6	78	✓
70	[76.6, 88.4]	81.3	78	✓
75	[76.3, 85.4]	80.0	78	✓
80	[76.2, 83.8]	79.5	78	✓

品种: 广二104, 播期: 1983年3月7日, 植期: 4月6日, “✓”表示实际值落在预测区间内

参 考 文 献

- [1] 片山佃, 稻麦の分蘖研究, 养贤堂, 1951
 [3] 莫惠栋, 中国农业科学, 1983, 3, 33~36
 [3] 陈焕承, 湖南农学院学报, 1984, 2
 [4] 王世睿, 植物学报, 18(1976), 1, 85~86
 [5] Yoshida S, *Fundamental of Rice Crop Science*, IRRI, 1981
 [6] 王天铎等, 实验生物学报, 7(1961), 3, 207~224
 [7] 雷宏俦等, 实验生物学报, 7(1961), 3, 227~239
 [8] 蒋德隆, 植物学报, 24(1983), 3, 247~251
 [9] 凌启鸿等, 中国农业科学, 1983, 1, 9~18

The Grey Forecast Model of the Total Stem of Rice

Feng Guocan* Gu Dexiang Zhou Zhiming

Abstract

According to the tillering law of rice, we establish its forecast model. In order to improve its precision, we make the parameters grey in the model and establish the grey model. Moreover, on the basis of experimental data, some sub-models of parameters are also put forward in this paper.

Keywords number of stems of rice community, grey forecast model

* Research Institute of Entomology