

· 研究简报 ·

## 3 + 1维格点 QCD 的手征对称性自发破缺\*

陈启洲 罗向前 郭硕鸿

(物理学系)

### 摘 要

把纯规范场的严格基态和费米场的变分真空态结合起来,研究 3 + 1 维 SU(2)、SU(3) 群的真空结构,给出费米子真空凝聚  $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$  与  $1/g^2$  的关系。

**关键词** 格点规范, 手征性

低能强子物理现象受到手征对称性自发破缺的制约,因此在研究低能强子物理时,应首先考虑手征对称性。物理上表征手征对称性自发破缺的参量是费米子真空凝聚  $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$ 。过去有不少文献<sup>[1]</sup>利用格点规范理论中的 Monte Carlo 模拟和解析方法计算过这一参数,但解析计算遇到了较大困难,多数讨论只限于大  $N$  极限或强耦合区。我们曾经用么正变换和变分法讨论该问题<sup>[2]</sup>,由于计算中只考虑规范场树图贡献,计算结果只能从强耦合区延拓到中间耦合区。本文在以前工作的基础上计入规范场圈图的贡献,得出真空能量和  $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$  的表达式,其中,方块平均值分别用 Monte Carlo 模拟和累积展开计算。 $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$  的结果显示了在较弱的耦合区,标度行为有了明显的改善。

### 1 带费米子真空和哈密顿量

过去用相似变换找到了纯规范场的精确基态<sup>[3]</sup>。如果考虑到费米子的贡献,在单链近似下,可取物理真空态为

$$|\Omega\rangle = \exp(s_g + i\theta s_f) |0\rangle \quad (1)$$

其中  $s_g = (1/2g^4 C_N) \sum_p (Tr(U_p + U_p^+))$

$$s_f = (i/\sqrt{6}) \sum_{x,k=\pm 1, \pm 2, \pm 3} \Psi^+(x) \gamma_k U(x,k) \Psi(x+k) \quad (2)$$

$C_N$  是 SU(N) 群的 Casimir 不变量,对于 SU(2) 群,  $C_2 = 3/4$ , 对于 SU(3) 群,  $C_3 = 4/3$ ,  $g$  是耦合常数,  $s_f$  是一厄密算符,在  $s_f$  的表示式中略去了对颜色和味道的求和号。

$\theta$  为变分参量,由真空能量取最小值确定。费米子场量可表示如下:

$$\Psi(x) = \begin{pmatrix} \xi(x) \\ \eta^+(x) \end{pmatrix} \quad (3)$$

本文1988年6月22日收到

\* 中山大学高等学术研究中心基金会和国家教委自然科学基金资助项目

并定义裸真空  $|0\rangle$  为

$$\xi|0\rangle = \eta|0\rangle = E_i^2|0\rangle = 0 \tag{4}$$

为了方便起见, 我们假定夸克质量为零, 相应的 Naive 哈密顿量为

$$\begin{aligned} H &= H_f + H_g \\ H_f &= -\frac{1}{2a} \sum_{x,k} \bar{\Psi}(x) \gamma_i U(x,k) \Psi(x+k) \\ H_g &= \frac{g^2}{2a} \sum_{x,j} e^{-sg} E_j(x) e^{2sg} E_j(x) e^{-sg} \end{aligned} \tag{5}$$

其中  $a$  为格距, 当  $a \rightarrow 0$  时, 上式中的  $H_g$  与

$$H'_g = \sum_{x,j} \frac{g^2}{2a} E_j^2(x) - \frac{1}{ag^2} \sum_p \text{Tr}(U_p + U_p^\dagger) \tag{6}$$

有相同的连续极限<sup>[3]</sup>. 利用公式

$$\begin{aligned} e^A F e^{-A} &= F + [A, F] + \frac{1}{2!} [A, [A, F]] + \dots \\ [U(x,k), E_j^\alpha(y)] &= \lambda^\alpha U(x,k) \delta_{x,y} \delta_{i,j} \\ [U^+(x,k), E_j^\alpha(y)] &= -U^+(x,k) \lambda^\alpha \delta_{x,y} \delta_{i,j} \end{aligned} \tag{7}$$

得到真空能量平均值为 (准确到  $\theta$  的 6 次项)

$$\begin{aligned} E_g &= \frac{\langle \Omega | H | \Omega \rangle}{\langle \Omega | \Omega \rangle} = E_f + E_g \\ E_f &= \frac{(2N_c N_f V)}{2a} \left[ \frac{2\theta}{\sqrt{6}} \times (-6) + \frac{1}{3!} \left( \frac{2\theta}{\sqrt{6}} \right)^3 \times (66 - 24R) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{5!} \left( \frac{2\theta}{\sqrt{6}} \right)^5 \times (-876 + 720R - 192R^2) \right] \\ E_g &= \frac{(2N_c N_f V)}{2a} g^2 C_N \left[ \frac{1}{2!} \left( \frac{2\theta}{\sqrt{6}} \right)^2 \times (3) + \frac{1}{4!} \left( \frac{2\theta}{\sqrt{6}} \right)^4 \times (-36) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{6!} \left( \frac{2\theta}{\sqrt{6}} \right)^6 \times (1044 - 144R) \right] \end{aligned} \tag{8}$$

其中  $V$  是格点总数,  $N_c$  和  $N_f$  分别代表颜色及味道数, 而  $R$  是由 4 条链围成的方块平均值:  $R = \langle \text{Tr} U_p \rangle / N_c$ . 对于  $SU(2)$  群, 我们可利用 Monte Carlo 的结果 (见图 1), 对于 3 + 1 维  $SU(3)$  群, 还没有 Monte Carlo 结果, 我们利用累积展开的平庸解  $\langle \text{Tr} U_p \rangle = 1 / (g^4 C_N)$ .

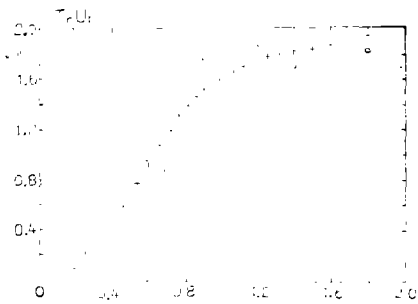


图 1 3 + 1 维  $SU(2)$  群方块平均值  
• 累积展开, + MC 模拟, ○ 平均场  
Fig. 1  $\langle \text{Tr} U_p \rangle$  in 3 + 1 dimensional  $SU(2)$  LGT

### 2 费米子真空凝聚

利用 (7) 式, 得到费米子真空凝聚为

$$\frac{\langle \Omega | \sum_x \bar{\Psi}(x) \Psi(x) | \Omega \rangle}{\langle \Omega | \Omega \rangle} = (-2N_c N_f V) \left[ 1 + \frac{1}{2!} \left( \frac{2\theta}{\sqrt{6}} \right)^2 \times (-6) \right]$$

$$+ \frac{1}{4!} \left( \frac{2\theta}{\sqrt{6}} \right)^4 \times (66 - 24R) + \frac{1}{6!} \left( \frac{2\theta}{\sqrt{6}} \right)^6 \times (-876 + 720R - 192R^2) \quad (9)$$

利用  $(\partial E_g / \partial \theta) = 0$  可求出使  $E_g$  最小的  $\theta$  值, 这样的  $\theta$  值是  $1/g^2$  的函数, 代入 (9) 式则可求出  $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$  与  $1/g^2$  的关系. SU(2) 群和 SU(3) 群的结果分别用图 2 和图 3 表示. 曲线 A 代表树图近似的结果, 曲线 B 代表计入圈图后的总结果. 从图中看到规范场圈图对改善  $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$  的标度行为起了重要作用, 这与我们对 2 + 1 维  $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$  的计算结果<sup>1)</sup> 一致. 但由于我们在  $s_l$  中只取了单链项, 计算结果不可能完全进入标度区, 我们相信计入多链项可以克服这个缺陷.

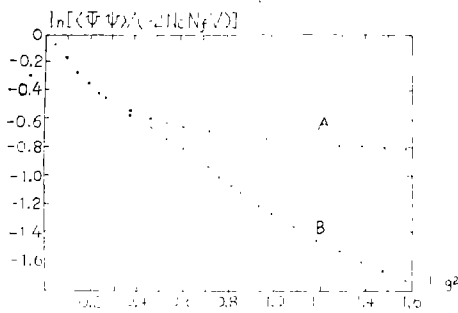


图 2  $\text{Ln}\langle\bar{\Psi}\Psi\rangle$  与  $1/g^2$  的关系 (3+1 维 SU(2) 群)

Fig. 2  $\text{Ln}\langle\bar{\Psi}\Psi\rangle$  as a function of  $1/g^2$  in 3+1 dimensional SU(2) LGT

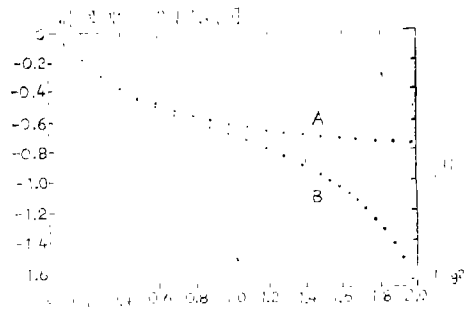


图 3  $\text{Ln}\langle\bar{\Psi}\Psi\rangle$  与  $1/g^2$  的关系 (3+1 维 SU(3) 群)

Fig. 3  $\text{Ln}\langle\bar{\Psi}\Psi\rangle$  as a function of  $1/g^2$  in 3+1 dimensional SU(3) LGT

在本文的工作过程中, 李高峰提供了数图方法, 李志兵提供了 MC 数据.

### 参 考 文 献

- [1] Kogut J B, *Rev. Mod. Phys.*, 55 (1983), 775
- [2] Guo S H et al., *Commun. in Theor. Phys.* (Beijing), 3 (1984), 481
- [3] Guo S H et al., *Chin Phys Lett.*, 2 (1985), 409

## Spontaneous Chiral Symmetry Breaking of 3+1 Dimensional Lattice QCD

Chen Qizhou\* Luo Xiangqian Guo Shuohong

### Abstract

By incorporating the exact ground state of pure gauge theory and the variational fermion state, the vacuum structures of 3+1 dimensional SU(2) and SU(3) LGT with fermions are studied, and the fermion condensates  $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$  as functions of  $1/g^2$  are given.

**Keywords** lattice gauge, chiral symmetry

1) 罗向前、陈启洲、郭硕鸿, 高能物理与核物理 (将发表)

\* Department of Physics