第28卷 第2期 1989年
中山大学学报(自然科学版)
ACTA SCIENTIARUM NATURALIUM UNIVERSITATIS SUNYATSENI
Vol.28 №.2 1989

·研究简报·

论假相当位温的数值计算(一)

陈创买 郭英琼 刘丽英
(大气科学系)

摘　要

提出一种以气压、温度、水汽压或气压、温度、相对湿度为参数的假相当位温计算公式. 并试图把它用于气象站短期强对流天气预报.

关键词 假相当位温，假绝热过程，水汽压，相对湿度

1 各种参数下的假相当位温的计算公式

假相当位温 θ_{se} 是一种重要的气象物理量. 并常被用作暴雨、雷暴、龙卷、冰雹等强对流天气预报的重要指标. 通常对该参数的计算是利用气压(p)，温度(T)和露点(T_d) 3 项常规探空资料来进行的[1,2]. 下面我们提出一种直接以 p、T、e 和以 p、T、r(%)为参数的 θ_{se} 计算公式. 现推导如下.

1.1 使用 p、T 和 T_d 参数计算 θ_{se} 的公式

当已知 p、T 和 T_d 时，通常用下式计算罗斯贝假相当位温[1,2,3]

$$\theta_{se}=\theta_d\exp[w_cL_c/(c_{pd}T_c)] \tag{1}$$

上式中各变量的物理意义如下：

$$\theta_d=T(1000/(p-e(T_d)))^{R_d/c_{pd}} \tag{2}$$

$$w_c=0.622\,e(T_d)/(p-e(T_d)) \tag{3}$$

或

$$w_c=0.622\,e(T_c)/(p_c-e(T_c)) \tag{4}$$

$$e(T)=E_0(T_0/T)^{c_L/R_w}\exp[(L_0+c_LT_0)(T-T_0)/(R_wTT_0)] \tag{5}$$

$$L_c=L_0-c_L(T_c-T_0) \tag{6}$$

$$p_c=p(T_c/T)^{c_{pd}/R_d} \tag{7}$$

$$T_c=T_dF(T_d)/(F(T_d)+\ln(T_d/T)) \quad [4] \tag{8}$$

其中

$$F(T_d)=(0.622L(T_d)/(c_{pd}T_d))-1$$

1.2 使用 p、T 和 e 参数的计算 θ_{se} 公式

按照 θ_{se} 的定义[2,3,5]，为了用 p、T 和 e 计算 θ_{se}，首先必须确定空气微团在抬升

本文1988年7月7日收到

凝结高度上的温度（记为 T_{c1}），因为空气微团从初始状况（p、T、e）到抬升凝结高度的状态（p_{c1}，T_{c1}，$e(T_{c1})$）遵从干绝热变化过程，故可利用以下方程组确定 T_{c1}：

$$T_{c1}/T=(p_{c1}/p)^{R_d/c_{p_d}} \tag{9}$$

$$w\doteq 0.622(E(T_{c1})/p_{c1})=0.622(e/p) \tag{10}$$

$$E(T_{c1})=E_0(T_0/T_{c1})^{c_L/R_w}\exp[(L_0+c_LT_0)(T_{c1}-T_0)/(R_wT_0T_{c1})] \tag{11}$$

上述方程组中各符号的含义与气象学的惯用符号相同。

根据(10)式得：

$$p_{c1}/p=E(T_{c1})/e \tag{12}$$

将(12)式代入(9)式得：

$$T_{c1}/T=(p_{c1}/p)^{R_d/c_{p_d}}=(E(T_{c1})/e)^{Rd/c_{p_d}} \tag{13}$$

故

$$\ln(T_{c1}/T)=(R_d/c_{p_d})(\ln E(T_{c1})-\ln e) \tag{14}$$

又由(11)式

$$\ln E(T_{c1})=\ln E_0+(c_L/R_w)\ln(T_0/T_{c1})+(L_0+c_LT_0)(T_{c1}-T_0)/(R_wT_0T_{c1}) \tag{15}$$

将(15)式代入(14)式经整理可得：

$$\begin{aligned}&(1+c_LR_d/(c_{p_d}R_w))\ln(T_{c1}/T)+(c_LR_d/(c_{p_d}R_w))\ln(T/T_0)-(R_d/c_{p_d})\ln(E_0/e)\\&-((L_0+c_LT_0)R_d/(c_{p_d}T_0R_w))((T_{c1}-T_0)/T_{c1})=0\end{aligned} \tag{16}$$

把 $\ln(T_{c1}/T)$ 用泰勒展开成级数，并取第一级近似：

$$\ln(T_{c1}/T)\simeq(T_{c1}/T-1) \tag{17}$$

于是(16)式可写成：

$$\begin{aligned}&(1+c_LR_d/(c_{p_d}R_w))(T_{c1}-T)/T+(c_LR_d/(c_{p_d}R_w))\ln(T/T_0)+(R_d/c_{p_d})\ln(e/E_0)\\&\qquad-((L_0+c_LT_0)R_d/(c_{p_d}T_0R_w))(T_{c1}-T_0)/T_{c1}\doteq 0\end{aligned} \tag{18}$$

把上式各项全部乘以 $T\cdot T_{c1}$，则有

$$\begin{aligned}&(1+c_LR_d/(c_{p_d}R_w))T_{c1}^2+((c_LR_dT/(c_{p_d}R_w))\ln(T/T_0)+(R_dT/c_{p_d})\ln(e/E_0)\\&-T(1+c_LR_d/(c_{p_d}R_w))-(L_0+c_LT_0)R_dT/(c_{p_d}T_0R_w))T_{c1}\\&\qquad+(L_0+c_LT_0)R_dT/(c_{p_d}R_w)=0\end{aligned} \tag{19}$$

将有关的气象常数值（见附录A）代入上式，可得用T和e计算T_{c1}的一元二次方程：

$$T_{c1}^2+B_eT_{c1}+C_e=0 \tag{20}$$

其中

$$\begin{cases}B_e=(0.5964193\ln T+0.1158000\ln e-7.4372113)T\\ C_e=789.92816T\end{cases} \tag{21}$$

于是，我们得到如下用 p,T 和 e 计算 θ_{se} 的公式：

$$\theta_{se1}=\theta_{d1}\exp[w_{c1}L_{c1}/(c_{p_d}T_{c1})] \tag{22}$$

其中

$$T_{c1}=(-B_e-(B_e^2-4C_e)^{\frac{1}{2}})/2 \tag{23}$$

$$\theta_{d1}=T(1000/(p-e))^{R_d/c_{pd}} \tag{24}$$

$$w_{c1}=0.622e/(p-e)\simeq 0.622E(T_{c1})/(p_{c1}-E(T_{c1})) \tag{25}$$

$$L_{c1}=L_0-c_L(T_{c1}-T_0) \tag{26}$$

$$E(T_{c1})=E_0(T_0/T_{c1})^{c_L/R_w}\exp[(L_0+c_LT_0)(T_{c1}-T_0)/(R_wT_0T_{c1})] \tag{27}$$

$$p_{c1}=p(T_{c1}/T)^{c_{pd}/R_d} \tag{28}$$

上述(20)式的解根号前只取负号，是因为它才符合大气的实际温度变化。

1.3　使用 p、T 和 r 参数计算 θ_{se} 的公式

同前面所述相类似[6]，为了用 p、T 和 r（r 用%表示，下同）计算 θ_{se}，首先必须计算 T_{c2}。同样，空气微团由初始状态(p、T、r)到抬升凝结高度状态(p_{c2}，T_{c2}，r_{c2})遵从干绝热变化过程。我们可利用如下方程组确定 T_{c2}：

$$T_{c2}/T=(p_{c2}/p)^{R_d/c_{pd}} \tag{29}$$

$$w=0.622E(T_{c2})/(p_{c2}-E(T_{c2}))\approx 0.622E(T_{c2})/p_{c2}=0.622e/p \tag{30}$$

$$e=r\,E(T)/100 \tag{31}$$

$$E(T_{c2})/E(T)=(T_{c2}/T)^{-c_L/R_w}\exp[(L_0+c_LT_0)(T_{c2}-T)/(R_wTT_{c2})] \tag{32}$$

根据(29)—(31)式

$$\begin{aligned}\ln(T_{c2}/T)&=(R_d/c_{pd})\ln(p_{c2}/p)=(R_d/c_{pd})\ln(E(T_{c2})/e)\\&=(R_d/c_{pd})(\ln(E(T_{c2})/E(T))-\ln(r/100))\end{aligned}$$

或

$$\ln(T_{c2}/T)-(R_d/c_{pd})\ln(E(T_{c2})/E(T))+(R_d/c_{pd})\ln(r/100)=0 \tag{33}$$

又由(32)式

$$\ln(E(T_{c2})/E(T))=-(c_L/R_w)\ln(T_{c2}/T)-(L_0+c_LT_0)(T-T_{c2})/(R_wTT_{c2}) \tag{34}$$

把(34)式代入(33)式得，

$$\begin{aligned}(1+c_LR_d/(c_{pd}R_w))\ln(T_{c2}/T)+R_d(L_0+c_LT_0)(T-T_{c2})/(R_wc_{pd}TT_{c2})\\+(R_d/c_{pd})\ln(r/100)=0\end{aligned} \tag{35}$$

取 $\ln(T_{c2}/T)$ 泰勒级数展开的如下近似式：

$$\because\quad 0<T_{c2}/T\leqslant 2,\quad \therefore\quad \ln(T_{c2}/T)\approx(T_{c2}/T-1) \tag{36}$$

以(36)式代入(35)式，经整理得：

$$\begin{aligned}(1+c_LR_d/(c_{pd}R_w))T_{c_2}^2+(((R_d/c_{pd})\ln(r/100)-(1+c_LR_d/(c_{pd}R_w)))T\\-(L_0+c_LT_0)R_d/(c_{pd}R_w))T_{c2}+((L_0+c_LT_0)R_d/(c_{pd}R_w))T=0\end{aligned} \tag{37}$$

将有关气象常数值（见附录A）代入上式可得用 T 和 r 计算 T_c 的一元二次方程：

$$T_{c2}^2+B_rT_{c2}+C_r=0 \tag{38}$$

其中

$$\begin{cases}B_r=(0.1158000\ln r-1.5332787)T-789.92816\\ C_r=789.92816T\end{cases} \tag{39}$$

由此，我们得到利用 p、T 和 r 计算 θ_{se} 的公式

$$\theta_{se2}=\theta_{d2}\exp[w_{c2}L_{c2}/(c_{pd}T_{c2})] \tag{40}$$

其中

$$T_{c2}=(-B_r-(B_r^2-4C_r)^{\frac{1}{2}})/2.0 \tag{41}$$

$$p_{c2}=p(T_{c2}/T)^{c_{pd}/R_d} \tag{42}$$

$$E(T_{c2})=E_0(T_0/T_{c2})^{c_L/R_w}\exp[(L_0+c_LT_0)(T_{c2}-T_0)/(R_wT_0T_{c2})] \tag{43}$$

$$w_{c2}=0.622E(T_{c2})/(p_{c2}-E(T_{c2})) \tag{44}$$

$$\theta_{d2}=T_{c2}(1000/(p_{c2}-E(T_{c2})))^{R_d/c_{pd}} \tag{45}$$

$$L_{c2}=L_0-c_L(T_{c2}-T_0) \tag{46}$$

上述取(41)式为(38)式的正确的理由同(20)式。

2　计算举例

〔例 1〕　已知：$p=1000.0$ hPa，$t=26.5$℃，$e=31.5$ hPa。求：θ_{se}(°K)

解：据(22)～(27)式，可分别求得：

$T=299.66$°K；　$\theta_{d1}=302.41$°K；　$w_{c1}=0.0202293$g/g；

$B_e=-1092.80$；　$C_e=236709.87$；　$T_{c1}=297.72$°K；

$L_{c1}=2442.60$[J·g^{-1}]；故 $\theta_{se1}=356.7$°K

验证：由 $e(t_d)=31.5$ hPa，故从最大水汽张力表[6]可查出：$t_d=24.9$℃；用 $t=26.5$℃和 $t-t_d=1.6$℃，查θ_{se}，$_{p=1000}$(°K)表[3]，得 $\theta_{se}=356.6$°K；显然，上述计算的 $\theta_{se1}=356.7$°K是正确的。

〔例 2〕　已知：$p=1000$ hPa，$t=26.5$℃和 $r=91.7$。　求：θ_{se}(°K)

解：据(40)～(46)式，可求出：

$\theta_{se2}=357.07$°K

验证：可求得$\theta_{se}=357.0$°K，证明上面所计算的 $\theta_{se}=357.1$°K是正确的。

3　应　用

我国气象站天气预报中的一种常用和有效的方法是要素时间剖面图。它是利用本站气象要素的时间演变特点来综合作出天气预报的。现在我们就用地面 p、T、e（或 r）观测资料计算 θ_{se}，再以 θ_{se} 制作时间剖面图，研究它与强烈降水等强对流天气的关系。这儿只作为计算示例，未作深入研究。

〔例 3〕　广州1975年5月份 θ_{se} 时间剖面图

利用广州1975年5月份逐日4次 p、T、e 观测资料，计算出全部 θ_{se} 值。图1是它的时间剖面图。图的下方标明逐日24小时降水量。由图可见，θ_{se} 对大降水有较好的反应。从这个图上，我们找出2条对降水预报很有意义的指标。（1）当图中出现 $\theta_{se}>355$°K时，24小时内广州会出现 $R>17$mm 的降水。若24小时内没有出现 $R>17$mm降水，则48小时内会出现更大的降水。有一种情况例外，就是图中虽然出现 $\theta_{se}>355$°K，但第二天又出现 θ_{se} 的急降达20°K以上，则24～48小时内不会出现大降水。（2）若 $\theta_{se}>360$°K，且当天降水 $R<20$mm，则未来48小时内有 $R>45$mm 的降水。

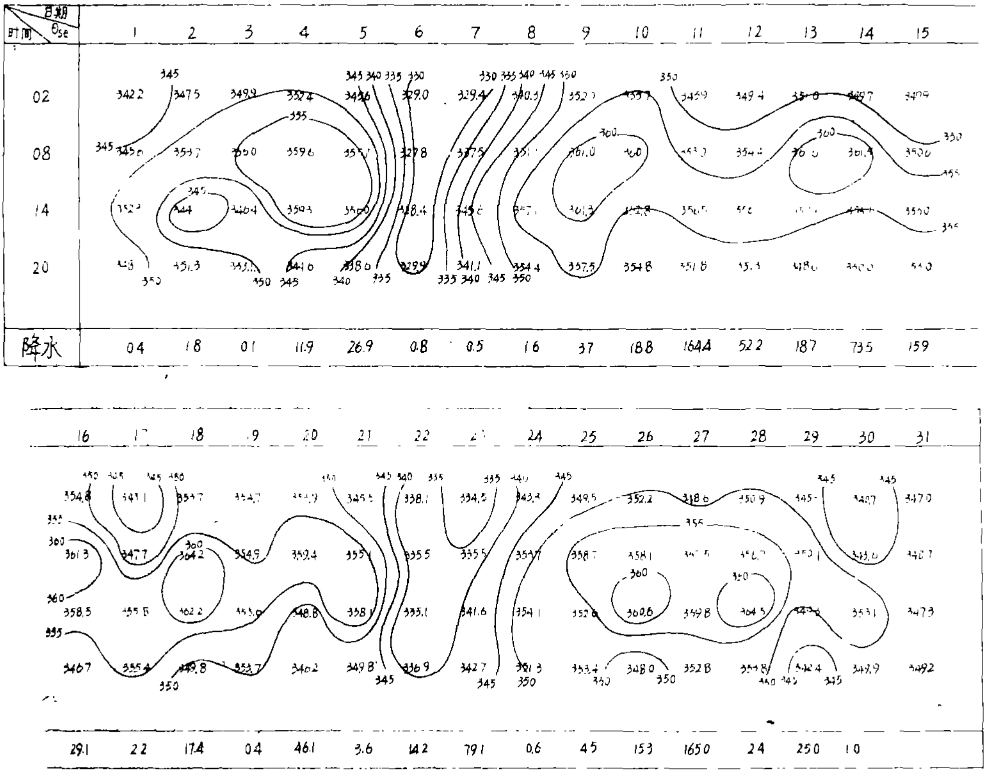

图 1　广州1975年 5 月θ_{se}时间剖面图

Fig. 1　Time-section diagram on θ_{se} in May, 1975 at Guangzhou

附录A　在不同θ_{se}计算中用到的物理量数值和单位表

符号	数值	单位	名称
T_0	273.16	〔°K〕	水的冰点时的绝对温度
E_0	6.1078	〔hPa〕	273.16°K时水面饱和水汽压
L_0	2500.79	〔$J\cdot g^{-1}$〕	273.16°K时水汽的凝结潜热
c_L	2.3697	〔$J\cdot g^{-1}\cdot K^{-1}$〕	水汽凝结潜热随温度变化率
c_{pd}	1.0048	〔$J\cdot g^{-1}\cdot K^{-1}$〕	干空气的定压比热
R_d	0.28704	〔$J\cdot g^{-1}\cdot K^{-1}$〕	干空气的比气体常数
R_v	0.46150	〔$J\cdot g^{-1}\cdot K^{-1}$〕	水汽的比气体常数

参 考 文 献

〔1〕 杨大升等，动力气象学（修订本），气象出版社，北京，1983，34—36

〔2〕 Byers H R, *General Meteorolog*, McGraw-Hill, New York, 1974,119—121

〔3〕 陈创买等，气象常用参数和物理量查算表，气象出版社，北京，1980，1—5,64—142

〔4〕 Lasheen A M, *Computation of temperature at the lifted condensation level*, Inter. Trop. Meter., Part Ⅰ, 1974, 1—4

〔5〕 П Н 特维尔斯戈伊等，仇永炎等译，气象学教程(第一册)，高等教育出版社，北京，1958，85—86

〔6〕 中央气象局，湿度查算表(乙种本)，气象出版社，北京，1980，253—254

On the Numerical Computation of Potential Pseudo-equivalent Temperature (Ⅰ)

*Chen Chuangmai** *Guo Yingqiong* *Liu Liying*

Abstract

Here a computational formula of potential pseudo-equivalent temperature with pressure, temperature and vapour pressure (or relative humidity) as its parameters is developed and an attempt is made to apply it to the forecast of severe convective weather for meteorological stations.

Keywords potential pseudo-equivalent temperature, pseudo adiabatic process, vapour pressure, relative humidity

* Department of Atmospheric Sciences