第28卷 第2期 1989年
中山大学学报(自然科学版)
ACTA SCIENTIARUM NATURALIUM UNIVERSITATIS SUNYATSENI
Vol.28 №.2 (1989)

·研究简报·

昆虫发育速率模型的参数估算及应用

关贞洁

(昆虫学研究所)

摘　要

研究昆虫发育速率模型的参数估算问题．根据一系列实测数据，采用最小二乘法、数学分析的方法，得到估算昆虫发育速率模型中六个参数的算式．最后给出应用实例．

关键词　昆虫发育速率、参数估算、数学模型

1　建立昆虫发育速率数学模型的问题提出

Wagner等 1984[1] 引入 Schoolfield (1981)[2] 研究酶活力的数学模型，应用于昆虫发育速率中．将发育速率记为$R(T)$，则模型表示为：

$$R(\boldsymbol{T})=\frac{\rho_{25}\cdot\dfrac{T}{T_{25}}e^{\frac{H_A}{K}\left(\frac{1}{T_{25}}-\frac{1}{T}\right)}}{1+e^{\frac{H_L}{K}\left(\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\right)}+e^{\frac{H_H}{K}\left(\frac{1}{T_H}-\frac{1}{T}\right)}}\tag{1}$$

式中T为变化温度（用绝对温度表示）；ρ_{25}为25℃时的发育速率；K为气体常数，取$1.987\mathrm{Cal}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$；$H_A$为活动态的热函(enthalpy)；$H_L$,$H_H$分别为低适温及高适温时的热函；$T_L$为发育速率从低适温区到最适温区的转捩点的绝对温度；T_H为从最适温区到高适温区的转捩点绝对温度；$T_{25}=298.15°K$(即25℃)．

Schoolfield对酶的活力研究指出：热力学参数H_L是一个绝对值很大的负数；H_H是数值很大的正数．在低温时，$T\ll T_L$时，$\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}<0$，$\frac{H_L}{K}\left(\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\right)$是一个很大的正数，$e^{\frac{H_L}{K}\left(\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\right)}\to\infty$，故式(1)$R(T)\to0$．在高温时，同样导出$R(T)\to0$．

模型(1)能很好反映出昆虫随着温度变化的发育情况，已引起国内外学者的广泛兴趣．然而要从大量的实测数据中，用非线性拟合的数值逼近法估算(1)式中的六个参数(ρ_{25}、H_A、H_L、H_H、T_L、T_H)却是困难的．

2　回归直线拟合参数估算法

Wagner、吴新一[1]阐述过这种方法，但数学推导较为简单．本文从计算数学的角度重新推导，增加其中必要项以提高计算精确度．

本文1988年3月3日收到

①在最适发育区 $T\epsilon(T_L、T_H)$，即$\frac{1}{T_H}<\frac{1}{T}<\frac{1}{T_L}$，由发育速率热力学参数给出$H_L$及$H_H$分别是绝对值很大的负数及正数，故$\frac{H_L}{K}\left(\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\right)<0$，$\frac{H_H}{K}\left(\frac{1}{T_H}-\frac{1}{T}\right)<0$均为绝对值很大的负数，因而$e^{\frac{H_L}{K}\left(\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\right)}\approx 0, e^{\frac{H_H}{K}\left(\frac{1}{T_H}-\frac{1}{T}\right)}\approx 0$，将（1）式两边取对数，利用 $\ln(T/T_{25})=-\ln(1+\frac{T_{25}-T}{T})\approx 1-T_{25}/T$ 的近似计算式代入，并令$y=\ln R(T), x=1/T$可得直线方程L_2：

$$y=-\left(\frac{H_A}{K}+T_{25}\right)x+(\ln\rho_{25}+\frac{H_A}{K}\cdot\frac{1}{T_{25}}+1) \tag{2}$$

另一方面，由实验数据配置回归直线l_2(见图 1)应与 L_2相拟合，亦即它们的斜率和截距应相等，因此可决定H_A及ρ_{25}的值。

②在低适温 区 $T\leqslant T_L$，$T<T_H$，$\frac{1}{T_H}-\frac{1}{T}<0$，$H_H$是很大的正数，$e^{\frac{H_H}{K}\left(\frac{1}{T_H}-\frac{1}{T}\right)}\approx 0$将(1)式简化，两边取对数后得：

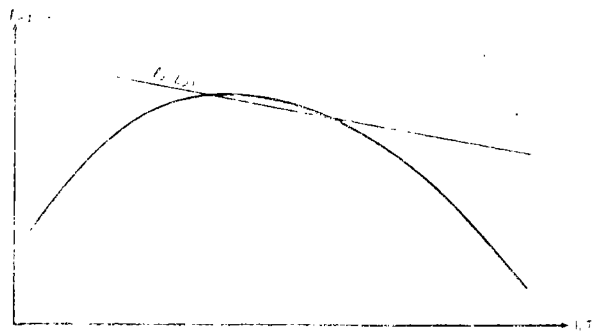

图　1

$$\ln R(T)=\ln\rho_{25}+\ln\left(\frac{T}{T_{25}}\right)+\frac{H_A}{K}\left(\frac{1}{T_{25}}-\frac{1}{T}\right)-\ln\left[1+e^{\frac{H_L}{K}\left(\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\right)}\right] \tag{3}$$

利用近似计算公式[1] $\ln(1+x)\approx\ln x+\frac{2}{x+1}$(误差 $<\frac{1}{3(2x+1)^3}$)将(3)式右边第四项展开，注意到$T\leqslant T_L$，在$T=T_L$邻近$\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\to 0, e^{\frac{H_L}{K}\left(\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\right)}\approx 1$，可得

$$\ln\left[1+e^{\frac{H_L}{K}\left(\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\right)}\right]\approx\ln e^{\frac{H_L}{K}\left(\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\right)}+\left[2e^{\frac{H_L}{K}\left(\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\right)}+1\right]^{-1}$$

$$=\frac{H_L}{K}\left(\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\right)+\frac{2}{3} \tag{4}$$

将(4)式及$\ln T/T_{25}$近似式代入(3)式，并令$y=\ln R(T)$，$x=\frac{1}{T}$，可得直线方程L_3：

$$y=\left(\frac{H_L}{K}-\frac{H_A}{K}-T_{25}\right)x+\left(\ln\rho_{25}+\frac{H_A}{KT_{25}}-\frac{H_L}{KT_L}+\frac{1}{3}\right) \tag{5}$$

由实验数据配置低适温区迴归直线l_3(见图 2)，应与直线L_3相拟合，亦即斜率相等，由此可决定H_L值。

1)梁广文、庞雄飞，稻纵卷叶螟生命系统的研究，水稻害虫综合防治经验交流会文献汇编，1986

③在高适温区 $T\geqslant T_H$，$T>T_L$，$\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}>0$，$H_L$是绝对值很大的负数，$e^{\frac{H_L}{K}\left(\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\right)}\to 0$，将(1)式简化两边取对数后，仿照低适温区的计算，可得直线方程L_1：

$$y=\left(\frac{H_H}{K}-\frac{H_A}{K}-T_{25}\right)x+\left(\ln\rho_{25}+\frac{H_A}{KT_{25}}-\frac{H_H}{KT_H}+\frac{1}{3}\right) \tag{6}$$

再由实验数据在高适温区配置直线l_1(见图2)，应与直线L_1相拟合，由它们的斜率决定H_H值。

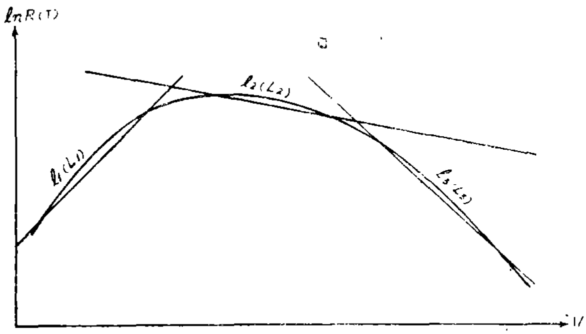

图　2

④估算T_H、T_L值　从方程(5)、(6)的截距可求出T_H和T_L之值，但由图形上量度仍是困难的。为此可按如下近似方法估算：

当　$T=T_L$时，

$\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}=0$，$\frac{1}{T_H}-\frac{1}{T}<0$，故

$e^{\frac{H_L}{K}\left(\frac{1}{T_L}-\frac{1}{T}\right)}\approx 1$，$e^{\frac{H_H}{K}\left(\frac{1}{T_H}-\frac{1}{T}\right)}\approx 0$，可将(1)式简化，两边取对数后得直线方程$L_4$：

$$y=-\left(\frac{H_A}{K}+T_{25}\right)x+\left(\ln\rho_{25}+\frac{H_A}{K}\cdot\frac{1}{T_{25}}+1-\ln 2\right) \tag{7}$$

与(2)式比较可知，直线L_2、L_4斜率相同，只是截距相差ln2（如图3所示）。同理，当$T=T_H$时，同样导出方程L_4。由此直线L_4分别与L_3、L_1的交点可决定T_L和T_H之值。

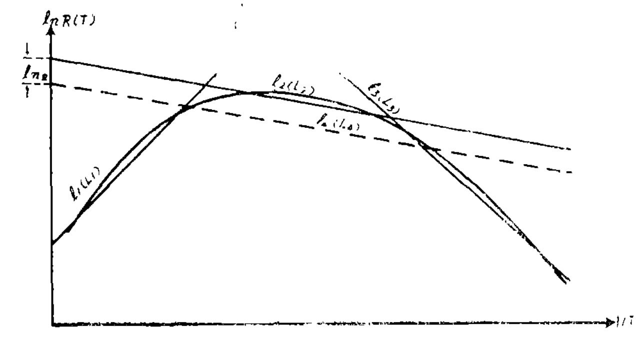

图　3

本文的结果与文[1]的结果有所不同，且本文六个参数平均误差为2.86%，文[1]为9.5%。本文计算方法的实质是将非线性拟合问题，化为回归直线后加以线性化进行参数估算，决定六个参数拟合实验曲线。原来要在大型计算机上用统计分析(SAS)库进行参数估算的问题，现在微型计算机上便可进行；并可通过作图方法快速确定这些参数。

3　实　例

稻纵卷叶螟在适宜的温度下，温度与成虫产卵量的关系，依据实验数据[3]，用回归直线拟合参数估算模型(1)的六个参数。

①从给出的实验数据，将温度与产卵量R_i列于表 1。

表1　稻纵卷叶螟产卵量（粒/♀）与温度的关系

Tab. 1　The oviposition of rice leaf roller relation to temperatures

T_i(°K)	283.1	287.1	291.1	293.1	295.1	297.1	299.1	301.1	303.1	305.1	307.1
$\frac{1}{T_i}(10^{-1})$	3.532	3.483	3.435	3.411	3.388	3.365	3.243	3.321	3.299	3.277	3.255
R_i(粒/♀)	0.9	8.4	57.4	74.3	93	95.5	97.6	69.5	54.1	1.98	1.8
$\ln R_i$	−0.105	2.128	4.050	4.308	4.533	4.559	4.581	4.241	3.991	2.986	0.588

令 $x=T^{-1}$，$y=\ln R(T)$，将表 1 数据分成最适温度、低适温度及高适温度三组。根据最小二乘法原理，运用回归分析的方法，建立直线方程分别为：

l_2: $y=8.1284-1.0617x$　$(|r|=1>r_{0.001}=0.9999988)$

l_1: $y=-177.7742+54.96613x$　$(|r|=0.9260657>r_{0.1}=0.9)$

l_3: $y=133.7944-37.86382x$　$(|r|=0.9890801>r_{0.02}=0.9800)$

上式括号内为相关检验值。将直线方程l_2的截距减ln2，得：

l_4: $y=7.435248-1.061728x$

②由方程式 (2)、(5)、(6) 分别可解得：$H_A=1517.17$，$H_L=-73125.77$，$H_H=111327.29$。

③两直线l_3、l_4的交点应与直线L_3、L_4的交点重合，可解得$T_L=291.3$；同样，可解得$T_H=302.5$。依据(2)式中截距项，可估算出$\rho_{25}=96.3$。

④将以上求出的六个参数代入(1)式，计算产卵量预测值 $\hat{R}_i$，作 x^2(卡方)检验；再由误差分析，对T_L、T_H、ρ_{25}作少量调节，得出稻纵卷叶螟产卵量的预测模型为：

$$R(T)=\frac{115\cdot\dfrac{T}{298.15}e^{\frac{1517}{1.987}\left(\frac{1}{298.15}-\frac{1}{T}\right)}}{1+e^{-\frac{73126}{1.987}\left(\frac{1}{291.5}-\frac{1}{T}\right)}+e^{\frac{112327}{1.987}\left(\frac{1}{302.3}-\frac{1}{T}\right)}}$$

按上式计算的结果及实测值对比列于表 2。

表 2　理论预测值与实测值对照

Tab. 2　The contrast between theoretical predict valus and measuring valus.

T_i(°C)	10	14	18	20	22	24	26	28	30	32	34
实测值R_i	0.9	8.4	57.4	74.3	93	95.5	97.6	69.5	54.1	19.8	1.8
预测值$\hat{R}_i$	2.2	12.9	48.8	72.4	90.9	100.6	98.7	79.1	45.2	18.5	6.3

⑤依据表 2 的R_i及$\hat{R}_i$值计算x^2(卡方)得：

$$x^2=\sum_{i=1}^{11}\frac{(R_i-\hat{R}_i)^2}{R_i}=10.514$$

比从x^2分布的上侧分位数表[3]查得的$x^2_{0.02}=11.668$为小，x^2未落入否定域内，表明拟合效果良好。

上例稻纵卷叶螟发育速率最适温度是18.35～29.15℃，更能反映昆虫季节性发育繁衍的规律。

参 考 文 献

〔1〕 Terence L et al., *Forum Ann Entomol. Soc. Am.*, 77(1984), 208-225
〔2〕 Schoolfield R M et al., *J. Theor. Biol.*, 88(1981), 719-731
〔3〕 中国科学院数学研究所概率统计室编，常用数理统计，科学出版社，1979

The Estimate of the Parameters of Modeling Insect Developmental Rate and Its Application

*Guan Zhenjie**

Abstract

The paper studies problem of estimate of the parameters concerning modeling insect developmental rate. Using a series of experimental data, according to the mathematical analysis method and least square estimates method, we could obtain six parameters formulation of mathematical that describe insect development rates. The applied examples are illustrated.

Keywords insect developmental rate, parameter estimate, mathematical model

*Research Institute of Entomology