

# 明渠水流挟沙能力的进一步研究

钟 恩 清

(地理学系)

**摘 要** 本文根据修正维利堪诺夫重力理论,利用拜格诺建立悬移质输沙率公式的基本概念,导出了明渠水流挟沙能力公式,并用野外和室内实测资料确定了公式中悬浮效率系数K的值。通过用黄河土城子河段的实测资料验证,结果表明计算值与实测值有较好的一致性。

**关键词** 修正重力理论,水流挟沙能力,悬浮效率系数

## 1 引 言

本文所指的水流挟沙能力,系指在一定的水力条件下,水流所能挟带的悬移质的饱和含沙量。在河道整治、渠道设计和兴修水库时有关冲淤问题的计算,都与水流挟沙能力有关。因此,探求水流挟沙能力的计算方法,对解决水利建设中的泥沙问题极其重要。半个多世纪以来,国内外许多学者在这方面做了大量的工作,取得了许多研究成果<sup>[1~3]</sup>。而研究方法一般采用理论方法和经验方法,前者利用马卡维也夫(B M Макавеев)根据施米德(W Schmidt)的紊流交换理论提出的扩散理论,或维利堪诺夫(M A Великанов)提出的重力理论,推求挟沙能力的理论公式,但理论成果如何与实际相结合还存在许多问题。根据野外和室内实测资料,利用回归分析或经验适线的方法,可建立挟沙能力的经验公式,但经验公式具有局限性,不能普遍应用。本文以修正维利堪诺夫重力理论为基础,利用拜格诺(R A Bagnold)建立悬移质输沙率公式的基本概念,对水流挟沙能力公式的建立作进一步的探讨。

## 2 关于重力理论推求挟沙能力公式的讨论

维利堪诺夫根据能量平衡原理,创立了悬移质运动的重力理论<sup>[4]</sup>,并用该理论来推求明渠水流的挟沙能力公式。根据这个理论,浑水水流的能量损失大于清水水流的能量损失,对二度明渠恒定均匀流,在河床处于不冲不淤的平衡状态下,维利堪诺夫建立了如下的能量平衡方程<sup>[4]</sup>

$$\rho g(1-\bar{S}_v)\bar{u}J = \rho\bar{u}\frac{d}{dy}[(1-\bar{S}_v)\overline{u'v'}] + (\rho_s - \rho)g\bar{S}_v\omega(1-\bar{S}_v) \quad (1)$$

式中, $\rho$ 和 $\rho_s$ 分别为水和泥沙的密度, $\bar{S}_v$ 为离床面距离为 $y$ 的流层中以体积百分比计的时均含沙量, $\bar{u}$ 为沿流向的时均流速, $u'$ 和 $v'$ 分别为沿流向和垂直方向的脉动流速, $g$ 为重力加速度, $J$ 为水面比降, $\omega$ 为单颗粒泥沙沉速。

本文1991年1月18日收到

式(1)沿水深积分,并在含沙量不大时,近似地取 $1 - \bar{S}_v = 1$ ,最后求得水流挟沙能力公式(见后文)。根据重力理论的观点,式(1)右边第二项,即悬浮功取自水流的有效势能。一般认为,悬浮功不是取自水流的有效势能,系取自水流的紊动动能<sup>[2,5]</sup>,而紊动动能是水流为克服水流阻力本来就要消耗的能量,从而对重力理论进行了修正。因此,修正维利堪诺夫重力理论可表示为:挟带悬移质的水流,为克服水流阻力需要消耗能量,而维持悬移质运动的悬浮功取自水流的紊动动能,故悬移质运动不会增加水流的能量损失。这就存在两种可能,或者浑水水流的能量损失与清水的相同,或者由于悬移质的制紊作用<sup>[6]</sup>,使浑水水流的能量损失小于清水的能量损失。所以,根据式(1)求得的水流挟沙能力公式的正确性是值得怀疑的。文献[5]从理论上论证了式(1)是不能成立的,能量平衡方程应该是

$$\rho g (1 - \bar{S}_v) \bar{u} J = \rho \bar{u} \frac{d}{dy} [(1 - \bar{S}_v) u' v'] \quad (2)$$

即浑水水流中清水所提供的有效势能,全部用于克服水流阻力损失的能量。上式在理论上是正确的,但从式(2)不可能求得水流挟沙能力公式。

### 3 修正重力理论的挟沙能力公式

水流在运动过程中因克服阻力而消耗能量,对于河渠水流,消耗的能量是由势能提供的,而河渠水流一般为紊流,对紊流而言,只有小部分能量直接通过粘滞作用转化为热能,而大部分能量消耗是通过紊动动能为媒介来完成的。紊动动能除在近壁流区内因漩涡紊动而消耗一部分外,其余部分由漩涡紊动扩散脱离边界上升到主流区直至水面。在上升过程中,尺度较大的漩涡不断地分解为次一级的漩涡。在漩涡的逐级分解中,能量传递给愈来愈小的漩涡,最终使紊动动能通过小漩涡中水流的粘性作用转化为热能而散失掉。

无疑,泥沙颗粒在水流中的悬浮是由水流的紊动来支持的,由于水流的紊动,把泥沙颗粒卷入漩涡中,使泥沙随水流向前运动,所以,维持悬移质运动的能量,即悬浮功取自水流的紊动动能。而紊动动能又是由水流的有效势能转化而来的,可见,维持悬移质运动的悬浮功与水流的势能损失有关。根据修正重力理论,对二度明渠恒定均匀流,在河床处于不冲不淤的平衡状态下,可建立如下能量平衡方程

$$E_1 = E_2 + E_3 \quad (3)$$

式中, $E_1$ 为浑水水流中清水提供的有效势能, $E_2$ 为维持悬移质运动消耗的能量,它取自紊动动能, $E_3$ 为除去维持悬移质运动消耗的能量后因克服水流阻力而消耗的能量。 $E_3$ 的表达式是目前尚未解决的问题,为此,可根据拜格诺建立悬移质输沙率公式的基本概念,把式(3)改写为

$$E_2 = K E_1 \quad (4)$$

式中 $K$ 定义为悬浮效率系数,其物理意义为:当含沙量饱和时,维持悬移质运动所消耗的能量与水流所提供的有效势能的比值。

令 $E_1$ 为在单位时间内单位体积浑水水流中清水所提供的有效势能,则

$$E_1 = \rho g (1 - S_v) V J \quad (5)$$

式中,  $S_0$  为以体积百分数表示的断面平均含沙量,  $V$  为断面平均流速。

令  $E_2$  为在单位时间内悬浮单位体积浑水水流中的泥沙所消耗的能量, 其一般表达式为

$$E_2 = (\rho_s - \rho) g S_0 \omega (1 - S_0) \quad (6)$$

上式中以  $\omega' = \omega(1 - S_0)$  代表群体泥沙的沉速, 这与实际情况偏差较大。经过与若干泥沙沉速公式比较后, 我们选用里查逊 (*J F Richardson*) 和扎基 (*W N Zaki*) 的沉速公式<sup>[6]</sup>

$$\omega' = \omega(1 - S_0)^m \quad (7)$$

对于低含沙水流或高含沙水流仍属于二相流动的情况, 选用指数  $m = 7$  时, 上式与实测资料基本符合<sup>[7,8]</sup>。因此, 当采用式(7)后, 式(6)可改写为

$$E_2 = (\rho_s - \rho) g S_0 \omega (1 - S_0)^7 \quad (8)$$

将式(5)和式(8)代入式(4), 得

$$S_0(1 - S_0)^6 = K[\rho/(\rho_s - \rho)](VJ/\omega) \quad (9)$$

又因

$$J = \lambda(1/4R)(V^2/2g), \quad \lambda = 8gn^2/R^{1/3}$$

由以上两式可得

$$J = n^2 V^2 / R^{4/3} \quad (10)$$

式中,  $n$  为糙率,  $R$  为水力半径, 在宽浅河道中可用断面平均水深  $H$  代替。将式(10)代入式(9), 则有

$$S_0(1 - S_0)^6 = K[\rho/(\rho_s - \rho)](n^2 V^3 / R^{4/3} \omega) \quad (11)$$

式(9)和式(11)为明渠水流挟沙能力公式, 式中系数  $K$  的值可用实测资料来确定。

## 4 系数 $K$ 值的确定

水流有效势能通过紊动动能以支持泥沙悬浮的悬浮功为数极小, 亦即悬浮功只占水流有效势能很小的一部分, 通常只有百分之几的数量级。所以,  $K$  的数值很小。  $K$  值可利用野外和室内实测资料, 根据式(9)或式(11)来反求。由于水流挟沙能力是指水流中挟带的悬移质的饱和含沙量, 因此, 用于推求  $K$  值的资料必须是床面处于不冲不淤的平衡状态时的资料。一般说来, 室内水槽试验资料容易满足这个要求。而由于河渠水流泥沙与床面相互作用的多样性以及水流本身的瞬息变化, 在野外测验时是很难掌握何时何地水流泥沙与床面的这种相互作用正处于平衡状态。另外, 天然河流的水面比降也难于测量准确。所以, 能用来推求  $K$  值的野外资料不易得到。

根据上述的要求, 分别选用试验水槽的85个和20个试验数据<sup>1)</sup>, 文献[9~11]中的99个、8个和22个实测数据。根据式(9)或式(11)计算出每一个数据相应的  $K$  值。然后, 分析  $K$  值与饱和含沙量  $S_0$  的关系。为此, 作了3种假定: ①  $K$  与  $S_0$  的关系为线性函数关系;

1) 黄河泥沙研究工作协调小组。黄河泥沙研究报告选编: 第二集, 1975, 249~258; 第四集, 1980, 186~187

②幂函数关系；③指数函数关系。运用根据最小二乘法原理编写的一元线性回归计算程序，通过电算，得到假定的3种函数关系的相关系数分别为0.292、0.48和0.446，可见， $K$ 与 $S_v$ 的相关程度很低，不可能建立回归方程。图1是在单对数坐标纸上点绘的 $K \sim S_v$ 关系图，从图中可看出， $K$ 的平均值近似为常数，通过计算，得到 $K$ 的均值为0.0418，均方差为0.0227。又因 $\rho/(\rho_s - \rho) = 1/1.65$ ，于是式(9)和式(11)可进一步表示为

$$S_v(1 - S_v)^6 = 0.025VJ/\omega \tag{12}$$

$$S_v(1 - S_v)^6 = 0.025 n^2 V^3 / R^{4/3} \omega \tag{13}$$

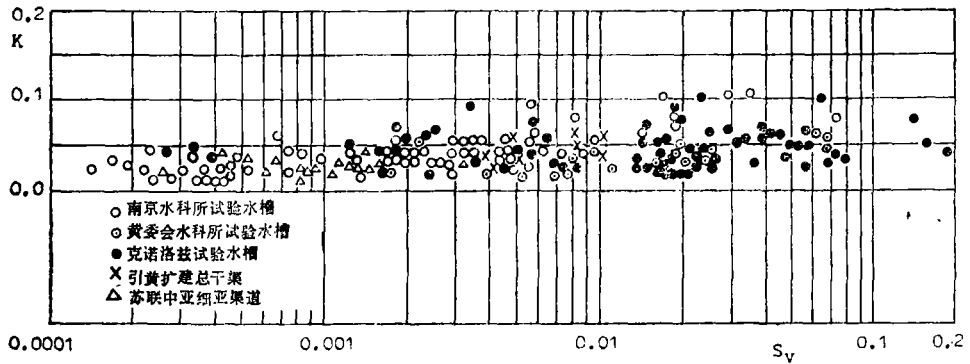


图1  $K-S_v$ 关系图

Fig.1 Relationship between  $K$  and  $S_v$

应用上面两式进行计算时，必须用试算法，或编成计算程序进行迭代计算。为了简化计算，在含沙量很小时，可令 $(1 - S_v)^6 \approx 1$ ，例如 $S_v < 0.001$ （即 $S < 2.65 \text{kg/m}^3$ ）时，式(12)和式(13)可简化为

$$S_v = 0.025VJ/\omega \tag{14}$$

$$S_v = 0.025n^2V^3/R^{4/3}\omega \tag{15}$$

以上各式的单位是： $V$ 和 $\omega$ 以 $\text{m/s}$ 计， $R$ 以 $\text{m}$ 计。

### 5 公式的验证

黄河下游土城子河段的实测资料<sup>[12]</sup>，被认为是我国天然河流上水流挟沙能力测验最好的一份资料。为此，选用该资料对本文建立的公式进行验证。为了比较，同时也选用了目前国内常用的几种公式，用同样的资料进行计算，从计算结果可判别出公式的优劣。

黄河水利委员会水利科学研究所公式

$$S = 70(V^3/gR\omega)^{0.76}(R/B)^{0.5} \tag{16}$$

扎马林(Е А Замарин)公式

$$S = 0.022(V/\omega_0)(RJV/\omega)^{0.5} \tag{17}$$

式中，当 $0.0004 < \omega < 0.002 \text{m/s}$ 时， $\omega_0 = 0.002$ ；当 $0.002 < \omega < 0.008 \text{m/s}$ 时， $\omega_0 = \omega$ 。

对式(1)积分得到的维利堪诺夫公式

$$S = CV^3/gR\omega \tag{18}$$

在以上3式中,  $S$ 为水流挟沙能力, 以 $kg/m^3$ 计;  $B$ 为水面宽度, 以 $m$ 计;  $g$ 为重力加速度, 以 $m/s^2$ 计;  $C$ 为系数, 根据黄河的实测资料<sup>[12]</sup>, 取 $C = 10kg/m^3$ ; 式(16)和(18)中的 $\omega$ 以 $cm/s$ 计; 水力半径 $R$ 可用断面平均水深 $H$ 代替。

各公式计算结果列于表1。从表1可看出, 黄河水利委员会水利科学研究所公式和扎马林公式的计算值除少数与实测值符合较好外, 计算值几乎都小于实测值, 一般实测值约为式(16)计算值的2~4倍, 约为式(17)计算值的1.5~3倍。维利堪诺夫公式的计算值, 在挟沙能力较小( $S_0 < 0.0025$ )时普遍小于实测值, 一般实测值约为计算值的1.5~2倍。在挟沙能力较大( $S_0 > 0.0035$ )时, 计算值均大于实测值, 一般计算值约为实测值的2~4.5倍。本文所建立的公式, 其计算值绝大部分与实测值符合较好, 精度均高于其它公式, 验证结果是令人满意的。

表1 黄河土城子测验河段1957年8月—1958年8月水流挟沙能力实测值与各公式计算值的比较

Tab.1 The comparison between the measured values of sediment carrying capacity of flow at the Tuchengzi reach of the Yellow River and the values computed by some formulas

流量 Q ( $m^3/s$ )	平均流 速 V ( $m/s$ )	平均水 深H ( $m$ )	水面宽 B ( $m$ )	比降 J ( $\text{‰}$ )	沉速 $\omega$ ( $cm/s$ )	实测含 沙量S ( $kg/m^3$ )	各公式计算含沙量S( $kg/m^3$ )			
							式(12)	式(16)	式(17)	式(18)
88.8	0.45	0.59	333	1.6	0.426	0.68	1.12	0.25	0.23	0.37
392	0.92	1.07	398	0.8	0.197	3.67	2.49	1.75	2.02	3.77
293	0.74	0.96	410	1.4	0.158	3.69	4.37	1.28	2.04	2.73
446	0.97	1.65	279	0.94	0.160	3.88	3.81	2.46	3.27	3.53
432	0.85	1.74	292	0.92	0.134	3.96	3.90	2.02	2.98	2.69
480	0.92	1.75	298	0.96	0.112	5.88	5.28	2.73	3.76	4.05
161	0.58	0.87	352	1.2	0.070	5.96	6.68	1.50	1.88	3.27
252	0.57	1.03	431	1.1	0.051	6.63	7.83	1.52	2.17	3.40
873	0.98	1.48	605	1.3	0.114	6.79	7.53	2.27	4.38	5.09
964	1.79	1.91	282	0.97	0.128	9.27	9.18	11.09	10.02	23.01
1060	1.58	1.45	553	1.1	0.118	9.84	9.93	6.81	8.03	23.52
1120	1.37	1.40	583	1.3	0.107	10.40	11.31	5.22	7.27	17.52
1260	1.58	1.42	560	1.2	0.0734	12.90	17.80	9.71	10.53	38.62
1290	1.55	1.44	578	0.7	0.0738	13.10	9.96	9.09	7.84	35.76
996	1.76	1.32	429	1.0	0.096	14.30	12.50	11.78	9.52	43.90
1300	1.70	1.40	520	1.1	0.0714	16.30	19.08	13.67	12.23	58.55
1600	2.02	1.36	584	1.6	0.0772	17.20	19.68	16.08	16.77	80.11
3880	2.81	1.74	794	1.0	0.092	32.20	21.28	23.90	22.53	141.43
3980	2.71	1.82	807	1.0	0.084	50.30	22.53	23.13	22.84	132.84

在确定系数 $K$ 值时,所用资料范围为:含沙量小于 $490\text{kg}/\text{m}^3$ (即 $S_0 < 0.185$ ),流量小于 $3980\text{m}^3/\text{s}$ ,平均流速小于 $2.81\text{m}/\text{s}$ ,沉速小于 $2.1 \times 10^{-2}\text{m}/\text{s}$ 。故本文建立的公式原则上在上述情况下适用。

## 6 结 语

水流挟沙能力是泥沙研究中的重要课题,由于问题的复杂性,迄今没有得到满意的结果。本文根据修正维利堪诺夫重力理论,利用拜格诺推求悬移质输沙率公式的基本概念,导出了水流挟沙能力公式。应用该公式时必须确定悬浮效率系数 $K$ 的值,文中根据室内和野外实测资料,试图寻找 $K$ 与 $S_0$ 的关系,结果表明 $K$ 与 $S_0$ 的相关性很差, $K$ 随 $S_0$ 的变化性很小。因此,可近似地取 $K$ 的均值为常数,并初步得到 $K$ 的均值为 $0.0418$ 。通过用天然河道的实测资料验证,表明式(12)的计算值与实测值基本符合。

在式(12)中包含了比降 $J$ 值,而天然河道水流的比降一般不易测量准确,所以,能用来推求 $K$ 值的野外资料实属不多。本文在推求 $K$ 值时主要采用室内水槽试验资料,今后尚须取得更多符合要求的实测资料,对 $K$ 值作进一步的率定。

## 参 考 文 献

- 1 黄河水利委员会水利科学研究所. 黄河建设, 1957(9): 30~35
- 2 钱宁等. 泥沙运动力学. 北京: 科学出版社, 1983. 353~363, 321~324
- 3 武汉水利电力学院河流泥沙工程学教研室. 河流泥沙工程学(上册). 北京: 水利出版社, 1981. 139~149
- 4 М А Великанов Русловой Процесс. Гос. Издат. Физико-Математической Л. Москва, 1958. 241~245
- 5 张瑞瑾. 水利学报, 1963(3): 11~23
- 6 Richardson J F, Zaki W N. Sedimentation and Fluidisation, Pt. I, Trans, Inst Chem Engrs, 1954, 32(1): 35~53
- 7 夏震寰等. 泥沙研究, 1982(1): 14~22
- 8 王兆印等. 水利学报, 1984(4): 1~10
- 9 Квороз В С. 泥沙研究, 1957(2): 1
- 10 段学琪. 泥沙研究, 1985(3): 79~87
- 11 扎马林 Е А 著(李昌华等译). 渠道内水流的挟沙能力和许可流速. 北京: 财政经济出版社, 1955
- 12 黄河水利委员会水文处. 黄河建设, 1959(3): 52~57

## A Further Study on the Sediment Carrying Capacity for Open Channel Flow

*Zhong Enqing\**

**Abstract** On the basis of the modified Velikanoff gravitational theory and the basic concept of Bagnold's formula of suspended sediment discharge, this paper deduces a formula of sediment carrying capacity for open channel flow and preliminarily determines the coefficient of suspended efficiency,  $K$  by using the field and laboratory data. The formula is verified by the data observed at the Tuchengzi reach of the Yellow River, the results show that the calculated values are in good agreement with the measured ones. It is expected that the formula can be used as a reference for hydraulic engineers.

**Keywords** modified gravitational theory, sediment carrying capacity of flow, coefficient of suspended efficiency

---

\* Department of Geography