中山大学学报(自然科学版)
第32卷 第4期 ACTA SCIENTIARUM NATURALIUM Vol.32 №.4
1993年 UNIVERSITATIS SUNYATSENI 1993

·研究简报·

一种快速余弦变换在心电图数据压缩中的应用

谢震文 蔡伟雄 区志新
(中山大学无线电电子学系)

摘 要 用离散余弦变换(DCT)的一种快速算法按“方差准则”实现心电图(ECG)数据压缩. 这种算法减少了乘法次数且结构简单. 采用分段变换的方法, 能有效地进行心电图数据压缩.

关键词 心电图数据压缩, 快速余弦变换, 方差准则, 分段压缩

实现ECG数据压缩, 方法一般可分为三大类: 直接数据处理方法、变换方法和参数提取方法[1], 近年来还引入了神经网络的压缩编码方法[2]. 本文将讨论正交变换的数据压缩, 对于心电图信号, 从均方误差角度来讲, 采用DCT压缩性能最好. 由于心电图各段变化情况不同, P波、T波变化缓慢, 数据间相关性大, 而QRS波群变化剧烈, 相关性小, 即使选定了某一种变换, 各段压缩效果也会有很大差别, 因此, 须分段变换, 对P波和T波采用较高压缩比, 而对QRS波群采用较低压缩比, 来达到最佳总体压缩效果.

1 快速余弦变换(FCT)算法

由于离散余弦变换对心电图数据压缩有较好的性能, 从实用的角度出发, 找出快速算法是关键性的工作, 最为直接的方法是应用FFT方法, 但运算次数仍嫌多. 下面介绍一种快速算法[3].

用$X(k)$表示时域序列, $k=0,1,\cdots,N-1$, $Y(n)$表示变换域序列, $n=0,1,\cdots N-1$, 则离散余弦正变换(DCT)为

$$Y(n)=\frac{2}{N}e(n)\sum_{k=0}^{N-1}X(k)\cos[\pi(2k+1)n/2N] \qquad n=0,1,2,\cdots N-1 \qquad (1)$$

反变换(IDCT)为

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}e(n)Y(n)\cos[\pi(2k+1)n/2N] \qquad k=0,1,2,\cdots N-1 \qquad (2)$$

其中, $n=0$时, $e(n)=1/\sqrt{2}$; n为其它值时, $e(n)=1$.

为了方便, 将$\cos[\pi(2k+1)n/2N]$记为$C_{2N}^{(2k+1)n}$, 首先考虑反变换IDCT, 我

本文1992年8月21日收到

们推导它的快速算法。令$\hat{Y}(n)=e(n)Y(n)$，则N点IDCT为

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}\hat{Y}(n)C_{2n}^{(2k+1)n}\qquad k=0,1\cdots N-1\qquad(3)$$

假定N为偶数，将(3)式中的n分解为偶数部分与奇数部分：

$$X(k)=\sum_{n=0}^{(N/2)-1}\hat{Y}(2n)C_{2N}^{(2k+1)2n}+\sum_{n=0}^{(N/2)-1}\hat{Y}(2n+1)C_{2N}^{(2k+1)(2n+1)}$$

$$X(N-1-k)=\sum_{n=0}^{(N/2)-1}(\hat{Y}2n)C_{2N}^{(2k+1)2n}-\sum_{n=0}^{(N/2)-1}\hat{Y}(2n+1)C_{2N}^{(2k+1)(2n+1)}\qquad(4)$$

$$k=0,1\cdots(N/2)-1$$

这样，令　$g(k)=\sum_{n=0}^{(N/2)-1}\hat{Y}(2n)C_{2N}^{(2k+1)2n}$

$$h'(k)=\sum_{n=0}^{(N/2)-1}\hat{Y}(2n+1)C_{2N}^{(2k+1)(2n+1)}\qquad(5)$$

则有　$X(k)=g(k)+h'(k)$，

$$X(N-1-k)=g(k)-h'(k)\qquad k=0,1\cdots(N/2)-1\qquad(6)$$

由于　$g(k)=\sum_{n=0}^{(N/2)-1}\hat{Y}(2n)C_{2N}^{(2k+1)2n}=\sum_{n=0}^{(N/2)-1}\hat{Y}(2n)C_{2(N/2)}^{(2k+1)n}\qquad(7)$

显然已是$N/2$点的IDCT。

因为　$C_{2N}^{(2k+1)2(n+1)}\big|_{n=(N/2)-1}=C_{2N}^{(2k+1)2(N/2)}=C_{2}^{2k+1}=0$

再令　$Y(2n-1)|_{n=0}=0$

则$h'(k)=\dfrac{1}{2C_{2N}^{2k+1}}\sum_{n=0}^{(N/2)-1}[\hat{Y}(2n-1)+\hat{Y}(2n+1)]C_{2(N/2)}^{(2k+1)n}\qquad(8)$

我们定义$G(n)=\hat{Y}(2n)$

$$H(n)=\hat{Y}(2n+1)+Y(2n-1)\qquad n=0,1\cdots(N/2)-1\qquad(9)$$

并定义　$g(k)=\sum_{n=0}^{(N/2)-1}G(n)C_{2(N/2)}^{(2k+1)n}$

$$h(k)=\sum_{n=0}^{(N/2)-1}H(n)C_{2(N/2)}^{(2k+1)n}\qquad k=0,1,\cdots(N/2)-1\qquad(10)$$

显然$g(k)$和$h(k)$都已是$N/2$点的IDCT。

由(4)、(5)、(8)、(9)、(10)式可得

$$X(k)=g(k)+h(k)/(2C_{2N}^{2k+1}),$$

$$X(N-1-k)=g(k)-h(k)/(2C_{2N}^{2k+1})\qquad k=0,1,\cdots(N/2)-1\qquad(11)$$

这样，我们就将N点IDCT转化成两个$N/2$点IDCT的和。不断重复这一步骤，我们就可进一步分解IDCT。图1为8点IFCT信号流图。

我们也可用相同的方法分解DCT，只要把IFCT的信号流图反向，就可以得到FCT的信号流图，因为余弦变换是一种正交变换。

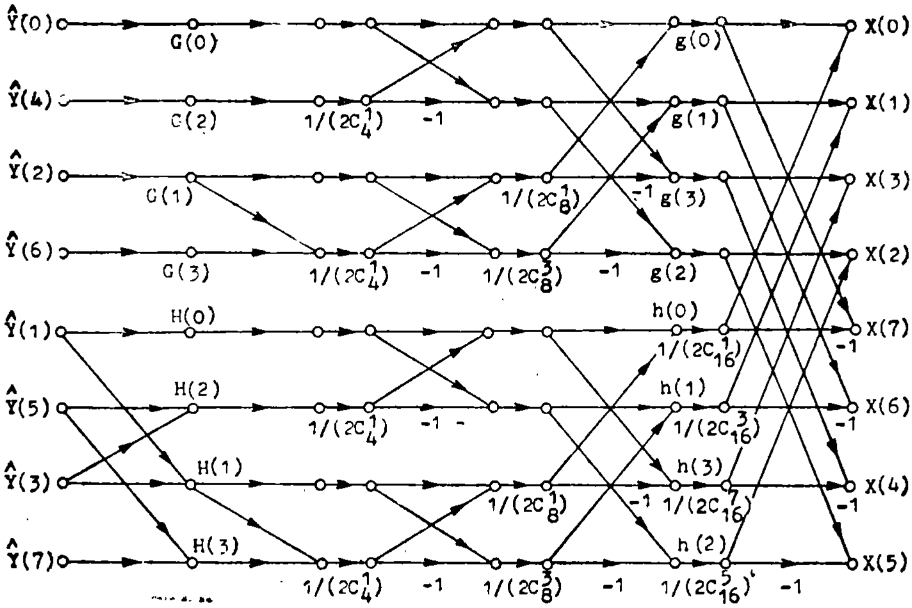

图1 IFCT算法流程图

Fig. 1 Flowchart of IFCT algoritrhm

从图1，我们看到输入序列是码位反转的，即按顺序号的二进制数反序排列的，输出序列的次序可由以下关系给出：首先从(0，1)开始，把0加到每一个元素前面，得00，01，然后求它们的反码，得11，10，这就是第3、4个元素，重复这一方法，得到8点序列的次序为(000、001、011、010、111、110、100、101)。其它点数以此类推。

这种FCT的乘法次数是$(N/2)\log_2 N$，约为文献〔4〕的乘法次数的一半；加法次数是$(3N/2)\log_2 N-N+1$，比文献〔4〕的稍多，可见它是一种高效的FCT。

2 算法实现与实验结果

本实验所用的心电图都由真实个体采样得来，采样频率为400Hz。实现m：1的数据压缩框图如图2所示。

系数压缩比用下式计算：

$$\text{系数压缩比} m = \text{变换域总系数}/\text{保留系数}$$

用原始与重建心电图间的均方根误差百分比(PRD)作为评价重建心电图误差的客观标准，计算公式为

$$PRD=\sqrt{\sum_{k=1}^{N}[X(k)-X_R(k)]^2/\sum_{k=1}^{N}X^2(k)}\times 100$$

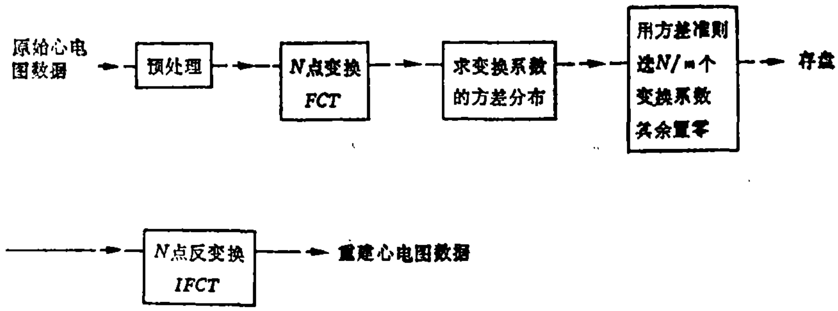

图2　m：1数据压缩框图

Fig. 2 The diagram of data compression by m：1

其中$X(k)$为原始心电图数据，$X_R(k)$为重建心电图数据．具体方法如下：

（1）首先进行去直流和分段．对于每一幅心电图，我们选出包括P波、QRS波群、T波的一段（共256点）作为以后分析的原始数据．

（2）选20幅心电图从时域分段变换到变换域，用Y_{ji}表示第j幅心电图的第i个变换域系数，则变换域系数平均值$E[Y_i]$与方差$D[Y_i]$分别为：

$$E[Y_i]=\frac{1}{20}\sum_{j=1}^{20}Y_{ji},\qquad D[Y_i]=\frac{1}{20}\sum_{j=1}^{20}(Y_{ji}-E[Y_i])^2\qquad(0<i<256)$$

将计算出的方差分3段从大到小排序，并记下相应的分量序号（位置信息）．将来根据这样的位置信息保留方差最大的系数，这种选择系数的处理方法就是“方差准则”．

图3是归一化方差分布图．从图中可看出，P波和T波方差能量较集中，而QRS波群方差能量较分散，可见分段压缩是必要的．

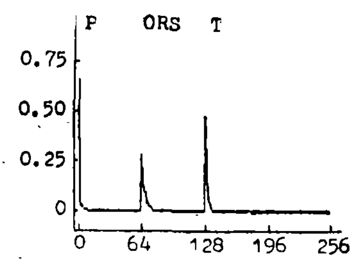

图3　归一化方差分布图

Fig. 3 Normalized variation distribution

（3）压缩与重建．取预处理后的心电图数据，分3段进行FCT，然后根据位置信息和所要求的总体压缩比取舍系数，即在各段中根据数据间的差值变化率（体现相关性大小）调节压缩比，最后将要保留的系数量化成一字节的整数．

重建时将压缩数据重新量化为原来的变换域系数，并依据位置信息填回到原相应位置，之后分3段作IFCT得重建心电图．

图4中，(a)是用于测试的一幅典型原始心电图（甲），(b)、(c)和(d)分别为压缩比2：1、3：1和10：1时的重建心电图，表1列出了甲乙两幅心电图的PRD．

由图表可知，PRD随压缩比增大而增加，在压缩比为3：1时，该FCT分段压缩的效果是很好的．当压缩比升至10：1时，重建误差已较大，但原心电图的主要特征依然保留．

与沃尔什变换比较，余弦变换应用于心电图数据压缩，在相同的压缩比下，有较好的重建心电图信号．本文所用的快速算法与文献[4]比较，计算量小，易于硬件实现．

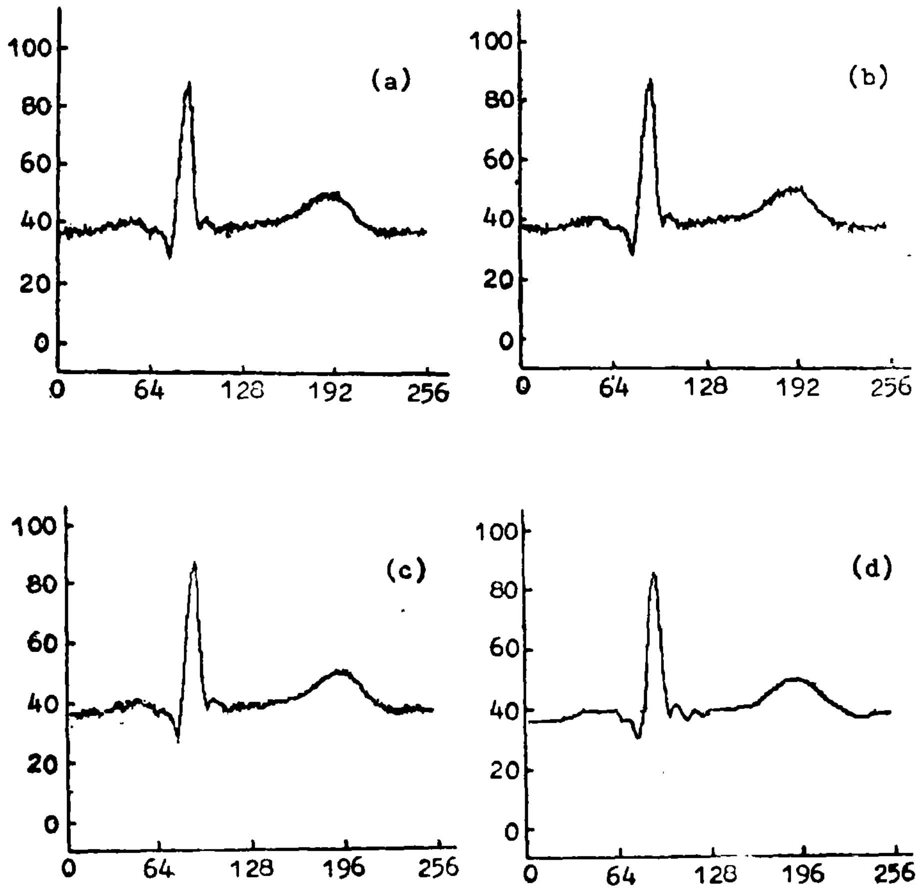

图4 重建心电图与原始心电图的比较

Fig. 4 Comparisons of original and reconstructed ECG

(a) 原始心电图，(b) $m=2$的重建心电图，(c) $m=3$的重建心电图，(b) $m=10$的重建心电图

表1 两幅心电图的*PRD**

Tab.1 *PRD* of two ECGs

ECG	2∶1	3∶1	10∶1
甲	4.82	5.88	12.31
乙	4.29	12.33	31.14

* ECG甲参与统计，ECG乙未参与统计

参 考 文 献

1 Jalaleddine S M S, Hutchens C G, Strattan R D *et al*. IEEE Trans on Bio Eng, 1990, 37(4): 329

2 Nagasaka Y, Iwata A, Suzumura N. Proc of 11th Annual Int Conf on the IEEE/EMBS, 1989. 2019

3 Lee B G. IEEE Trans on A S S P, 1984,ASSP—32(6): 1243
4 Chen W H, Smith C H, Fralick S C. IEEE Trans Commum, 1977, COM—25: 1004

Application of a Fast Cosine Transform in Electrocardiogram Data Compression

Xie Zhenwen Cai Weixiong Ou Zhixin*

Abstract A fast algorithm of discrete cosine transform(DCT) to implement electrocardiogram (ECG) data compression using "Variance criterion" is discussed. This simple algorithm reduces the nnmber of multiplications. The ECG data is shown to be efficiently compressed by segment transformation baseb on the features of the signal.

Keywords ECG data compression, FCT, variance criterion, segment compression

* Department of Radio and Electronics, Zhongshan University