

# 非均匀平行流中惯性重力波的传播

贺海晏

(中山大学大气科学系)

**摘要** 本文利用Boussinesq近似下的线性重力波方程组研究了非均匀平行流中三维重力内波的波数结构和水平传播特征。结果表明,对于三维重力波,波矢位于圆锥曲面(波数约束面)上,相互独立的波数和群速分量都只有2个。波的水平位相传播方向与能量传播方向垂直。局地波导方向与本文所定义的波一流相互作用矢 $\hat{E}$ 正交,若不计层结和“多普勒飘移视差”的影响,则重力波波导将趋于与急流方向平行。

**关键词** 非均匀平行流, 惯性重力波, 波数约束面, 波一流相互作用矢, 折射

大气中的许多现象,都与重力波有着密切的关系。既与重力波的不稳定或发展有关,也与其传播有关。在文[1]中,我们研究了非均匀平行流中 $y-z$ 平面上二维惯性重力内波的传播。虽然,该简单模式能反映重力波传播的一些基本特征,但是,采用了扰动与 $x$ 无关的假定,有较大的局限性。人们的习惯以及大多数实际分析,往往是通过水平面上的分析了解过程的三维特征。为了使模式更接近大气或海洋中的实际情况,使结果更具普遍性。本文将[1]的研究加以推广,进一步研究三维惯性重力内波的水平传播特征。

## 1 基本方程组

本文所用的方程组仍是[2]中所用过的Boussinesq近似下的方程组(即[2]中(2)一(6)式)。设基本流为定常平行切变流,并取 $x$ 轴与基本流方向一致,扰动是三维的,即

$$\begin{aligned} u^* &= U(y, z) + u'(x, y, z, t), \\ v^* &= v', \quad w^* = w', \\ p^* &= \bar{p} + p', \quad \theta^* = \bar{\theta} + \theta', \end{aligned} \quad (1)$$

上面带“—”号的量为基本场,撇号表示扰动量。不计摩擦和相变以外的非绝热加热,则线性化重力波方程组可写为(略去扰动量的撇号):

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) u - \zeta_a v + U_z w = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

本文1992年5月4日收到

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}\right) v + fu = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}\right) w - g\theta = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}\right) \theta - (fU_z/g)v + (N^2/g)w = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

式中,  $p \equiv p'/\rho_s$ ,  $\theta \equiv \theta'/\theta_s$ ,  $\rho_s$ 和 $\theta_s$ 为参考密度和位温,  $N^2$ 为静力稳定度参数,  $f$ 为柯氏参数,  $g$ 为重力加速度,  $\zeta_a \equiv f - U_y$ 为基本流场的绝对涡度,  $U_y \equiv \partial U/\partial y$ ,  $U_z \equiv \partial U/\partial z$ 分别为基本流场的水平和垂直切变。(5)式中采用了如下的热成风近似

$$fU_z = -g \frac{\partial}{\partial y} \left( -\frac{\bar{\theta}}{\theta_s} \right) \quad (7)$$

## 2 频率方程和广义群速度

引进如下缓变量

$$X \equiv \varepsilon x, \quad Y \equiv \varepsilon y, \quad Z \equiv \varepsilon z, \quad T \equiv \varepsilon t \quad (8)$$

$\varepsilon$ 为小参数。设方程组(2)-(6)的缓变波包解可以表为

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \\ P \\ H \end{pmatrix} \cdot e^{i\varphi(X, Y, Z, T)/\varepsilon} \quad (9)$$

$i \equiv \sqrt{-1}$ ,  $x$ ,  $y$ 和 $z$ 方向的局地波数以及局地频率可分别定义为:

$$k \equiv \frac{\partial \varphi}{\partial X}, \quad l \equiv \frac{\partial \varphi}{\partial Y}, \quad m \equiv \frac{\partial \varphi}{\partial Z}, \quad \omega \equiv -\frac{\partial \varphi}{\partial T} \quad (10)$$

我们将假定上述波参数和介质参数 $N^2$ 、 $U_y$ 、 $U_z$ 以及(9)式右边的振幅函数都是时、空缓变函数,而且假定它们可按小参数 $\varepsilon$ 作如下形式的渐近展开(以 $U$ 为例)

$$U(X, Y, Z, T, \varepsilon) = U_0 + \varepsilon U_1 + \varepsilon^2 U_2 + \dots, \quad (11)$$

其中,  $U_0$ 、 $U_1$ ……都与 $\varepsilon$ 无关。其他振幅函数也作类似展开后,将解(9)代入(2)-(6)式,再按 $\varepsilon$ 的同次幂整理,可得最低阶 $O(\varepsilon^0)$ 近似方程为

$$AX_0 = 0 \quad (12)$$

式中

$$A \equiv \begin{pmatrix} i\hat{\omega} & \hat{\zeta}_a & -U_z & -ik & 0 \\ -f & i\hat{\omega} & 0 & -il & 0 \\ 0 & 0 & i\hat{\omega} & -im & g \\ 0 & fU_z/g & -N^2/g & 0 & i\hat{\omega} \\ k & l & m & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad X_0 \equiv \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \\ P_0 \\ H_0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\hat{\omega} \equiv \omega - kU \quad (14)$$

为相对于基本流的频率。 $kU$ 即是所谓的多普勒移频。在假定扰动与 $x$ 无关的模式中( $k=0$ ), 完全消除了多普勒移频效应, 对一般情况来说, 这无疑是个缺陷。由于本文目的在于研究重力波的传播特征, 所以, 我们一开始就假定波包中的波是稳定的, 即 $\hat{\omega}$ 为实数。

由 $X_0$ 有非零解的条件

$$|A| = 0 \quad (15)$$

在 $k$ 不恒为零的情况下, 可得如下两个方程:

$$\begin{cases} K^2 \hat{\omega}^2 = K_h^2 N^2 + fm^2 \zeta_a + 2flmU_z & (16a) \\ r \hat{\omega}^2 = lU_y N^2 + f^2 mU_z + flU_z^2, & (k \neq 0) \end{cases} \quad (16b)$$

式中

$$K^2 \equiv K_h^2 + m^2 \quad (17)$$

$$K_h^2 \equiv k^2 + l^2 \quad (18)$$

$$r \equiv lU_y + mU_z \quad (19)$$

值得注意的是, 在扰动与 $x$ 无关( $k=0$ )或基本流均匀( $U_y=U_z=0$ )的情形, 频散关系即(16a)式。但在本文要讨论的一般情况下, 频散关系须由(16a)与(16b)两式联合给定。这就决定了下列约束条件必须得到满足

$$\begin{aligned} F(k, l, m) \equiv & r(K_h^2 N^2 + fm^2 \zeta_a + 2flmU_z) \\ & - K^2(lU_y N^2 + f^2 mU_z + flU_z^2) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

(20)式确定了 $m$ 与 $k, l$ 间的隐函数关系:

$$m = m(k, l) \quad (21)$$

由(20)式及隐函数求导法则可求得

$$\frac{\partial m}{\partial k} = \frac{-2rk(N^2 - \hat{\omega}^2)}{K^2 U_z (\hat{\omega}^2 - f^2) - 2r(m\hat{\omega}^2 - fm\zeta_a - flU_z)} \quad (22)$$

$$\frac{\partial m}{\partial l} = \frac{K^2 [U_y (N^2 - \hat{\omega}^2) + fU_z^2 - 2r[l(N^2 - \hat{\omega}^2) + fmU_z]}{K^2 U_z (\hat{\omega}^2 - f^2) - 2r(m\hat{\omega}^2 - fm\zeta_a - flU_z)} \quad (23)$$

利用(16)式, 不难验证有如下关系成立

$$k \frac{\partial m}{\partial k} + l \frac{\partial m}{\partial l} = m \quad (24)$$

在波数空间上积分上式可得

$$m = \mu(k^2 + l^2)^{1/2} = \mu K_h \quad (25)$$

其中,  $\mu$ 是波数空间上与 $K_h$ 无关的积分“常数”。但是, 在物理空间中, 它通常是与其他参数(如介质参数)有关的一个相当复杂的参数。本文将不对此作进一步的讨论。对于任一给定的 $\mu$ , (25)式代表波数空间中的一个圆锥曲面。惯性重力波的波矢就位于某个圆锥曲面上。我们称这些圆锥曲面为波数约束面。一旦给定 $k$ 和 $l$ , 则 $m$ 被该曲面所确

定,即3个波数分量中,只有2个是相互独立的。图1给出的是 $\mu=1$ 时的波数约束面示意图。

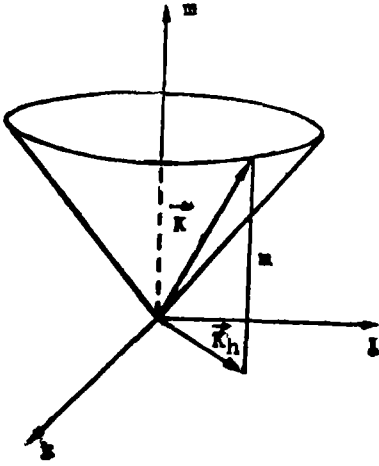


图1  $\mu=1$ 时的波数约束面示意图

Fig.1 schematic diagram of the constraint surface of wave number for  $\mu=1$

由于(21)式,频散关系可形式地表为

$$\omega = \Omega[k, l, m(k, l), N^2, U, \zeta_a, U_z] \quad (26)$$

利用频散关系(16),可求得群速分量

$$C_{gx} \equiv \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\partial \Omega}{\partial k} + \frac{\partial \Omega}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial k} \\ = U - \frac{kU_z(\hat{\omega}^2 - f^2)(N^2 - \hat{\omega}^2)/\hat{\omega}}{K^2U_z(\hat{\omega}^2 - f^2) - 2r(m\hat{\omega}^2 - fm\zeta_a - flU_z)} \quad (27)$$

$$C_{gy} \equiv \frac{\partial \omega}{\partial l} = \frac{\partial \Omega}{\partial l} + \frac{\partial \Omega}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial l} \\ = \frac{(k^2/l)U_z(\hat{\omega}^2 - f^2)(N^2 - \hat{\omega}^2)/\hat{\omega}}{K^2U_z(\hat{\omega}^2 - f^2) - 2r(m\hat{\omega}^2 - fm\zeta_a - flU_z)} \quad (28)$$

若定义

$$\hat{C}_{gh} = C_{gx}\hat{i} + C_{gy}\hat{j} \equiv (C_{gx} - U)\hat{i} + C_{gy}\hat{j} \quad (29)$$

则可证明下述关系成立

$$\vec{K}_h \cdot \vec{C}_h = k\hat{C}_{gx} + l\hat{C}_{gy} = 0 \quad (30)$$

或

$$\vec{\partial}_h \cdot \hat{C}_{gh} = 0 \quad (31)$$

其中

$$\hat{C}_h \equiv \frac{\hat{\omega}}{K^2} \vec{K}_h \quad (32)$$

$\hat{C}_{gh}$  和  $\hat{C}_h$  分别是计入了基本流引起的多普勒移频效应后的水平群速矢 和水平相速矢。(31)式表明,群速(能量传播速度)方向与位相传播方向垂直。重力波传播的这一特征与流场的非均匀性密切相关。在均匀的平行流( $U_y = U_z = 0$ )中,应有  $\hat{C}_h \wedge \hat{C}_{gh} = 0$ ,

即水平位相传播与能量传播平行。由此可见, 流场的非均匀性对惯性重力波的传播特性具有关键性的意义。这一点应当予以充分注意。

### 3 重力波波能射线的折射

如图2所示, 我们将定义群速矢  $\vec{C}_{gh}(C_{gx}, C_{gy})$  和  $\hat{C}_{gh}(\hat{C}_{gx}, \hat{C}_{gy})$  与基本流向 ( $x$ 轴指向) 的夹角分别为  $\theta$  和  $\hat{\theta}$ 。根据(30)式, 我们有

$$t_g \hat{\theta} = \frac{\hat{C}_{gy}}{\hat{C}_{gx}} = -\frac{k}{l} \quad (33)$$

及

$$t_g \theta = \frac{C_{gy}}{C_{gx}} = -\frac{k}{l} \left(1 - \frac{U}{C_{gx}}\right) \quad (34)$$

$\theta$  与  $\hat{\theta}$  的差异是由于基本流  $U$  的多普勒移频效应所致。当  $U/C_{gx} \ll 1$  时, 近似地有  $t_g \theta \approx t_g \hat{\theta} = -k/l$ 。

设频散关系可一般地表为

$$\omega = \Omega[k, l, m(k, l), \lambda] \quad (35)$$

其中  $\lambda = \lambda(y, z)$  代表任一介质参数, 如  $N^2, \bar{\zeta}_a, \dots$  等。由(10), (27), (28)及(35), 可证明此时仍有下列射线方程成立

$$\frac{D_g k}{DT} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial X} \quad (36)$$

$$\frac{D_g l}{DT} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial Y} \quad (37)$$

其中

$$\frac{D_g}{DT} \equiv \frac{\partial}{\partial T} + C_{gx} \frac{\partial}{\partial X} + C_{gy} \frac{\partial}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial T} + \hat{C}_{gh} \cdot \Delta_h \quad (38)$$

$$\nabla_h = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial X} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial Y} \quad (39)$$

如果介质是均匀的, 即  $\partial \lambda / \partial X = \partial \lambda / \partial Y = 0$  则有

$$\frac{D_g k}{DT} = 0, \quad \frac{D_g l}{DT} = 0 \quad (40)$$

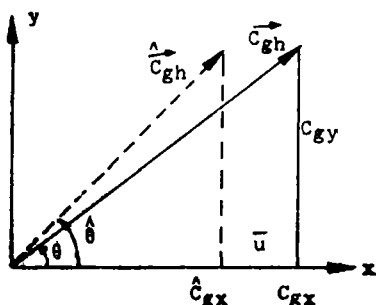
即波数沿射线  $\vec{C}_{gh}$  是守恒的。在非均匀流中, 波与流之间的相互作用可使波数发生改变, 即要产生折射现象。

若定义微分算子

$$\frac{\hat{D}_g}{DT} \equiv \frac{\partial}{\partial T} + \hat{C}_{gx} \frac{\partial}{\partial X} + \hat{C}_{gy} \frac{\partial}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial T} + \hat{C}_{gh} \cdot \nabla_h \quad (41)$$

则有

$$\frac{\hat{D}_g k}{DT} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial X} - U \frac{\partial k}{\partial X} \quad (42)$$

图2 波能射线方向角 $\theta$ 与 $\hat{\theta}$ 的定义Fig.2 sketch showing the definition of the direction angles:  $\theta$  and  $\hat{\theta}$ 

$$\frac{D_{gl}}{DT} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial Y} - U \frac{\partial l}{\partial X} \quad (43)$$

与(36)和(37)式比较可见, (42)和(43)式中右边各多了一个附加强迫项, 即 $-U \partial k / \partial X$ 与 $-U \partial l / \partial X$ 。它们是由于基本流的多普勒移频效应导致 $\theta$ 与 $\hat{\theta}$ 有差异, 因而沿 $\hat{C}_{gh}$ 和 $\hat{C}_{gh}$ 方向所观察到的波数变化有了差异。因此, 我们称这两项为“多普勒飘移视差”项。

频散关系(16a)可记为

$$\begin{aligned} \omega &\equiv \Omega(k, l, N^2, U, \zeta_a, U_z) \\ &= kU \pm (K_h^2 N^2 + fm^2 \zeta_a + 2flm U_z)^{1/2} / K \end{aligned} \quad (44)$$

由此有

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial N^2} &= \frac{K_h^2}{2\hat{\omega} K^2} \\ \frac{\partial \Omega}{\partial U} &= k \\ \frac{\partial \Omega}{\partial \zeta_a} &= \frac{fm^2}{2\hat{\omega} K^2} \\ \frac{\partial \Omega}{\partial U_z} &= \frac{2flm}{2\hat{\omega} K^2} \end{aligned} \quad (45)$$

代入(42)和(43)可得

$$\begin{aligned} \frac{D_{ghk}}{DT} &= -\frac{1}{2\hat{\omega} K^2} \left( K_h^2 \frac{\partial N^2}{\partial X} + fm^2 \frac{\partial \zeta_a}{\partial X} + 2flm \frac{\partial U_z}{\partial X} \right. \\ &\quad \left. + 2\hat{\omega} k K^2 \frac{\partial U}{\partial X} + 2\hat{\omega} K^2 U \frac{\partial k}{\partial X} \right) \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \frac{D_{gl}}{DT} &= -\frac{1}{2\hat{\omega} K^2} \left( K_h^2 \frac{\partial N^2}{\partial Y} + fm^2 \frac{\partial \zeta_a}{\partial Y} + 2flm \frac{\partial U_z}{\partial Y} \right. \\ &\quad \left. + 2\hat{\omega} k K^2 \frac{\partial U}{\partial Y} + 2\hat{\omega} K^2 U \frac{\partial l}{\partial X} \right) \end{aligned} \quad (47)$$

由于, 我们的模式中已假定了基本状态参数 $U$ 、 $\zeta_a$ ...等与 $X$ 无关, 这些量对 $X$ 的导数实际上为零。不过在(46)式中仍形式上保留了它们。

现在, 用(41)式所定义的微分算子作用于(33)式, 应有

$$\frac{D_g \hat{\theta}}{DT} = \frac{k}{l^2} \frac{D_g l}{DT} - \frac{1}{l} \frac{D_g k}{DT} \quad (48)$$

将(46)和(47)代入上式, 得

$$\begin{aligned} \frac{D_g \hat{\theta}}{DT} = & \frac{-\cos^2 \hat{\theta}}{2 \hat{\omega} K^2 l^2} \left[ i K_h^2 \left( k \frac{\partial N^2}{\partial Y} - l \frac{\partial N^2}{\partial X} \right) + f m^2 \left( k \frac{\partial \zeta_a}{\partial Y} - l \frac{\partial \zeta_a}{\partial X} \right) \right. \\ & + 2 f l m \left( k \frac{\partial U_z}{\partial Y} - l \frac{\partial U_z}{\partial X} \right) + 2 \hat{\omega} k K^2 \left( k \frac{\partial U}{\partial Y} - l \frac{\partial U}{\partial X} \right) \\ & \left. + 2 \hat{\omega} K^2 U \left( k \frac{\partial l}{\partial X} - l \frac{\partial k}{\partial X} \right) \right] \quad (49) \end{aligned}$$

用矢量形式写, 即

$$\frac{D_g \hat{\theta}}{DT} = -\frac{\cos^2 \hat{\theta}}{2 \hat{\omega} K^2 l^2} \hat{k} \cdot (\hat{K}_h \wedge \hat{E}) \quad (50)$$

注意,  $\hat{k}$ 表示 $z$ 方向的单位矢, 不可与 $x$ 方向的波数 $k$ 混淆; 矢量 $\hat{E}$ 定义为

$$\begin{aligned} \hat{E} \equiv & K_h^2 \nabla_h N^2 + f m^2 \nabla_h \zeta_a + 2 f l m \nabla_h U_z \\ & + 2 k \hat{\omega} K^2 \nabla_h U + 2 \hat{\omega} K^2 U \frac{\partial \hat{K}_h}{\partial X} \quad (51) \end{aligned}$$

矢量 $\hat{E}$ 中的最后一项前面已经说明过, 可看作是“多普勒飘移视差”项; 倒数第二项也与多普勒移频效应密切相关。其他3项分别与静力稳定度 $N^2$ 、惯性稳定度 $\zeta_a$ 和反映流场斜压性的垂直切变 $U_z$ 等的水平梯度(分布不均匀)有关。在[1]中, 曾经定义过类似的矢量, 不过那里是在 $y-z$ 平面中定义的, 而且由于限制了波动在基本流向上没有传播( $k=0$ ), 故多普勒移频效应项都不出现。在[1]中,  $\hat{E}$ 被称为“环境稳定度矢”, 其实, 考虑本文的情况, 若称 $\hat{E}$ 为重力波的“波一流相互作用矢”也许更确切些。因为它既与基本状态(环境)有关, 也与波的特性(波数, 频率等)有关, 即实际上取决于波与流间的相互作用。

(50)式还可进一步改写为更为直观的形式。

考虑到

$$\hat{K}_h \equiv \hat{i}k + \hat{j}l = \frac{l}{C_{gx}} (\hat{k} \wedge \hat{C}_{gh}) \quad (52)$$

代入(50)式, 可将它改写为

$$\frac{D_g \hat{\theta}}{DT} = \frac{\cos^2 \hat{\theta}}{2 \hat{\omega}^2 K^2} \left( \frac{\partial y}{\partial C_{gx}} \right) (\hat{C}_{gh} \cdot \hat{E}) \quad (53)$$

方程(53)是相对波能射线( $\hat{C}_{gh}$ )的方向角 $\hat{\theta}$ 的变化(即折射)方程, 可简称为折射方程。射线的折射特性与矢量 $\hat{E}$ 密切相关。当射线方向( $\hat{C}_{gh}$ )与矢量 $\hat{E}$ 平行时, 受到

的折射最强,当射线方向与 $\hat{E}$ 垂直时, $\hat{\theta}$ 的变化率为零,即不受折射。由此可以推断:与矢量场 $\hat{E}$ 正交的方向将有利于波能传播,即局地波导方向与水平矢量场 $\hat{E}$ 的法线方向平行。

如果基本流速 $U$ 远小于 $x$ 方向的群速分量,则,近似地有: $v_{g\theta} \approx v_{g\hat{\theta}} = -k/l$ 。这时,可求得 $\theta$ 的变化方程为

$$\frac{D_{g\theta}}{DT} = \frac{\cos^2\theta}{2\hat{\omega}^2 K^2} \left( \frac{C_y}{C_{gx}} \right) (\vec{C}_{gh} \cdot \hat{E}) \quad (54)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{E} &\equiv K_h^2 \nabla_h N^2 + fm^2 \zeta_a + 2flmU_z + 2k\hat{\omega} K^2 \nabla_h U \\ &= \hat{E} - 2\hat{\omega} K^2 U \frac{\partial \hat{K}_h}{\partial X} \end{aligned} \quad (55)$$

矢量 $\vec{E}$ 与 $\hat{E}$ 只相差一个飘移视差项。由于基本状态与 $x$ 无关, $\vec{E}$ 中实际上只有 $y$ 分量了,所以(54)式中不再出现 $U \cdot \vec{E} (=0)$ 的项。从形式上看,(54)式与(53)式完全相同,关于 $\theta$ 的变化特征亦可作类似的讨论,这里不再赘述。

以上是从总体上原则性地说明波能射线的折射与矢量 $\hat{E}$ 的关系。我们还可进一步具体说明层结水平非均匀性以及流场的急流结构对重力波能射线折射的影响。关于层结的影响,在[1]中有比较具体的讨论,基本原则也适用于现在所讨论的水平传播的情形,这里不再讨论。现在仅就急流的影响作一简要说明。在平行急流中, $U(Y,z)$ 的等值线与流线平行,其水平梯度 $\nabla_h U$ 与流向垂直、指向急流中心(轴);在急流轴左、右两侧,分别有气旋式和反气旋式的切变相对涡度( $-U_y$ ),因而 $\nabla_h \zeta_a$ 亦垂直于急流轴,从急流轴右侧指向左侧;在急流上方和下方, $U_z$ 符号相反,其水平梯度 $\nabla_h U_z$ 都垂直于急流轴,由两侧指向急流轴或者相反的方向。总之,在平行急流中, $U$ , $\zeta_a$ 和 $U_z$ 的水平梯度方向都是与流向垂直的。因此,按照前面指出的波能射线的折射规律,可以推断:若不计层结和飘移视差项的影响,则平行于急流轴的方向应是有利于重力波能传播的方向(即波导的方向)。这是因为平行于急流方向的波能射线将不会发生折射。当然,实际情况可能比这种理想情况复杂得多。层结和飘移视差项也不可能完全没有影响。所以,实际大气或海洋中的急流只能在某种程度上近似地看作重力波的波导。在大气中观测到明显的风速脉动沿低空急流向下游传播的现象。我们认为这种风速脉动的传播可以看作是重力波包的传播,大气中的急流实际上起了重力波波导的作用。

## 4 结 论

(1)重力波的波矢位于圆锥形的波数约束面上。三个波数分量中只有两个是相互独立的。相应地,群速分量也只有两个是相互独立的。

(2)相对于基本流的水平群速传播方向与水平位相传播方向正交,即 $\hat{\partial}_{gh} \cdot \hat{\partial}_h = 0$ 。

(3)重力波波能射线的折射特性主要取决于本文所定义的波一流相互作用矢量 $\hat{E}$ 。

当群速矢  $\hat{c}_{gk}$  与矢量  $\hat{E}$  垂直时, 波能射线的折射率为零 ( $\hat{D}_g \hat{\theta} / DT = 0$ )。这就是说, 局地波导方向 (有利的波能通道) 与波一流相互作用矢量场正交。在可以略去层结和“多普勒飘移视差”影响的情况下, 沿急流的方向大致上就是重力波波导的方向。

本文只从原则上定性讨论了在有波数约束面存在的情况下波传播的基本特征。说明存在着沿急流的重力波波导的可能性。有关  $\mu$  的特性以及本文结果的进一步应用留待日后讨论。

### 参 考 文 献

- 1 贺海晏. 热带气象, 1991,7(1): 1~7
- 2 贺海晏, 吴池胜, 漆小平. 热带气象, 1990,6(3): 203~209
- 3 贺海晏. 热带气象, 1989,5(1): 8~17

## Propagation of Three Dimensional Inertia Gravity Waves in Non-uniform Parallel Flows

He Haiyan\*

**Abstract** The characteristics of the wave number structure and the horizontal propagation of three dimensional inertia gravity waves in non-uniform parallel flows are studied analytically in this paper based on a linearized Boussinesq system. It is shown that any of the wave number vectors is fully on a certain circular conical surface, which is referred to as the constraint surface of wave numbers. And therefore, only two of the three components of a wave number vector, and thus of a group velocity vector, are independent. The direction of the phase propagation in horizontal of the waves is proved to be always at right angles to the group velocity. It is also shown that the local wave guide, i. e. the wave energy passage, is favorably oriented in a direction perpendicular to the so-called wave-flow interaction vector  $\hat{E}$  defined in this paper. And if the effects of the stratification and the “Doppler shift parallax” caused by the basic flow are negligibly small, the favorable wave energy passage will approximately be coincident with the axis of a jet stream.

**Keywords** non-uniform parallel flow, inertia gravity wave, constraint surface of wave number, wave-flow interaction vector, refraction

\* Department of Atmospheric Sciences, Zhongshan University