第31卷 第4期 1992年
中山大学学报（自然科学版）
ACTA SCIENTIARUM NATURALIUM UNIVERSITATIS SUNYATSENI
Vol.31 №.4 1992

·研究简报·

梅森素数的分布规律

周海中
（外语学院）

摘　要　本文从已知的梅森素数出发，探讨梅森素数在自然数中的分布规律，提出了在 2^{2^n} 与 $2^{2^{n+1}}$ 之间梅森素数的个数为 $2^{n+1}-1$ 的猜想，并据此做出了小于 $2^{2^{n+1}}$ 的梅森素数的个数为 $2^{n+2}-n-2$ 的推论。

关键词　素数，猜想，完全数，梅森素数，素数分布

梅森素数（Mersenne prime）是指形如

$$M_p = 2^p - 1$$

的素数，其中p为素数。从欧几里德时代起，它一直是数论研究中的一个重要内容。

至今，人们已经发现了32个梅森素数，即：M_2，M_3，M_5，M_7，M_{13}，M_{17}，M_{19}，M_{31}，M_{61}，M_{89}，M_{107}，M_{127}，M_{521}，M_{607}，M_{1279}，M_{2203}，M_{2281}，M_{3217}，M_{4253}，M_{4423}，M_{9689}，M_{9941}，M_{11213}，M_{19937}，M_{21701}，M_{23209}，M_{44497}，M_{86243}，M_{110503}，M_{132049}，M_{216091}和M_{756839}；同时还证明：在 $p<70000$中，没有其他梅森素数[1,2]。因此，M_{44497}位于梅森素数序列中的第27位。

从已知的梅森素数M_p可见，素数p在自然数中的分布极不规则，时疏时密，且越到后面p越稀少。100多年来所发现的“最大素数”几乎都是梅森素数，所以科学家们都把精力放在寻找梅森素数上，很少有人探讨它的分布问题。然而，研究梅森素数的分布规律确是一个很有意义的难题；这对于在一定的范围内确定梅森素数的个数以及寻找大素数和大完全数都是颇有帮助的。

作者通过观察、分析和研究，发现梅森素数M_p的分布规律与素数p的取值范围有一定的联系：

当$p=2$时，M_p是一个素数（即M_2）。

当$2^{2^0}<p<2^{2^1}$时，M_p有$2^1-1=1$个是素数（即M_3）。

当$2^{2^1}<p<2^{2^2}$时，M_p有$2^2-1=3$个是素数（即M_5，M_7和M_{13}）。

当$2^{2^2}<p<2^{2^3}$时，M_p有$2^3-1=7$个是素数（即M_{17}，M_{19}，M_{31}，M_{61}，M_{89}，M_{107}和M_{127}）。

本文1992年4月16日收到

当 $2^{2^3} < p < 2^{2^4}$ 时，M_p有$2^4-1=15$个是素数（即M_{521}，M_{607}，M_{1279}，M_{2203}，M_{2281}，M_{3217}，M_{4253}，M_{4423}，M_{9689}，M_{9941}，M_{11213}，M_{19937}，M_{21701}，M_{23209}和M_{44497}）。

由此猜想：当 $2^{2^n} < p < 2^{2^{n+1}}$ 时（$n=0, 1, 2, 3, \cdots$），M_p有$2^{n+1}-1$个是素数。

据此推论：以$\pi_M(2^{2^{n+1}})$表示当$p< 2^{2^{n+1}}$时梅森素数M_p的个数，则

$$\begin{aligned}\pi_M(2^{2^{n+1}}) &= [1+(2^1-1)+(2^2-1)+\cdots+(2^{n+1}-1)] \\ &= [1+2(2^{n+1}-1)-(n+1)] \\ &= 2^{n+2}-n-2.\end{aligned}$$

参 考 文 献

1 Spencer D. Invitation to Number Theory with Pascal, Ormond Beach, Camelot Publishing Company, 1989:49

2 周海中. 科技导报（粤版），1992，3:68

The Distribution of Mersenne Primes

*Zhou Haizhong**

Abstract The distribution of Mersenne primes (Mp) in the natural number system, based on the known Mp, is studied. In this paper we present a conjecture and its corollary: If $2^{2^n} < p < 2^{2^{n+1}}$, then there are $2^{n+1}-1$ Mersenne primes; If $p < 2^{2^{n+1}}$, then there are $2^{n+2}-n-2$ Mersenne primes.

Keywords prime number, conjectue, perfect number, Mersenne prime, distribution of prime numbers

* College of Foreign Languages