

• 研究简报 •

## 自旋密度波对有次近邻相互作用超导体的影响\*

周义昌                  宫 蒂                  刘金明  
(物理学系)              (无线电电子学系)              (物理学系)

**摘 要** 本文研究具有次近邻相互作用的2+1维BCS型超导体与自旋密度波共存的系统。在平均场近似下,应用含温度格林函数方法讨论自旋密度波序参量 $M$ 对超导相变温度 $T_c$ 的影响。计算表明不可能出现自旋密度波提高 $T_c$ 的情况,而当 $M$ 较大时,往往破坏超导电性。

**关键词** 超导电性,自旋密度波,次近邻作用

近年来,自旋密度波(简记为SDW)与超导电性(简记为SC)的关系受到人们的重视。实验证实许多高 $T_c$ 超导体有SDW存在。提出了在SDW背景下,有成对吸引势的自旋口袋模型以解释高 $T_c$ 超导的理论<sup>[1]</sup>。Machida和Kato断言SDW可以提高超导相变温度 $T_c$ <sup>[2]</sup>。他们研究了2+1维具有次近邻相互作用的正方格点的BCS型超导体与SDW共存的体系,文中得出的曲线,表明当 $M/t_1 \approx 0.9$ 时,可以有 $T_c/T_{c0} > 10$ 。如果没有SDW的超导相变温度 $T_{c0} = 10\text{K}$ ,那么在有SDW的超导相变温度 $T_c$ 就可以 $> 100\text{K}$ ,由此说明高 $T_c$ 超导体的机制是由于与SDW的相互作用,但是他们的计算并不正确。本文对同一个系统作同样的计算,结果表明,引进次近邻相互作用以后,SDW的作用比较复杂化。在 $M/t_1$ 的很大范围内,SDW破坏了超导电性,不存在超导相变温度 $T_c$ 。只有当 $M$ 和 $t_1$ 很小,而且Debye温度较小时,才保持有超导性的解,而且 $T_c/T_{c0} < 1$ 。不存在SDW提高 $T_c$ 的情况。与只有最近邻相互作用的BCS型超导体的情况一样<sup>[3]</sup>。SDW总是压低原先没有SDW的系统的超导相变温度 $T_c$ 。因此,高 $T_c$ 超导体的机制应该不同于BCS型超导体。

### 1 有次近邻相互作用的哈密顿量

考虑由以下哈密顿量描述的系统

$$H = H_0 + H_{\text{SDW}} + H_{\text{SC}} \quad (1)$$

$$H_0 = \sum_{\vec{k}\sigma} \varepsilon(\vec{k}) C_{\vec{k}\sigma}^{\dagger} C_{\vec{k}\sigma} \quad (2)$$

$$H_{\text{SDW}} = \sum_{\vec{k}} M \left( C_{\vec{k}+\vec{Q},\uparrow}^{\dagger} C_{\vec{k},\downarrow} + h.c. \right) \quad (3)$$

本文1991年9月4日收到

\* 国家自然科学基金资助项目

$$H_{sc} = \sum_{\vec{k}} \Delta(\vec{k}) \left( C_{\vec{k}\uparrow}^+ C_{-\vec{k}\downarrow}^+ + h.c. \right) \quad (4)$$

式中,  $C_{\vec{k}\sigma}^+$  和  $C_{\vec{k}\sigma}$  分别为波矢为  $\vec{k}$ , 自旋为  $\sigma$  的单粒子态的产生和消灭算符. 其二维正方格子的单粒子能量  $\varepsilon(\vec{k})$  为

$$\varepsilon(\vec{k}) = -t_0(\cos k_x a + \cos k_y a) - t_1 \cos k_x a \cos k_y a \quad (5)$$

含  $t_0$  的项为最近邻相互作用, ( $t_0 \approx 1\text{eV}$ ), 含  $t_1$  的项为次近邻相互作用 ( $t_1 \approx 0.01 t_0 \sim 0.1 t_0$ ),  $a$  为晶格常数,  $\vec{Q} = (\pi/a, \pi/a)$  为嵌套矢量.

自旋密度波序参量  $M$  和超导电序参量  $\Delta$  分别满足以下自洽方程:

$$M = -U \sum_{\vec{k}} \langle C_{\vec{k}+\vec{Q},\uparrow}^+ C_{\vec{k}\downarrow} \rangle \quad (6)$$

$$\Delta(\vec{k}) = - \sum_{\vec{k}'} g(\vec{k}, \vec{k}') \langle C_{\vec{k}'\uparrow}^+ C_{-\vec{k}'\downarrow}^+ \rangle \quad (7)$$

式中,  $U$  代表电子-电子的库仑相互作用, 是形成SDW的主要相互作用.  $g(\vec{k}, \vec{k}')$  是BCS型超导体中的吸引势, 是形成Cooper对的主要相互作用. 与文献[2]一样, 取

$$g(\vec{k}, \vec{k}') = g\tau(\vec{k})\tau(\vec{k}') \quad (8)$$

式中  $g$  为常数, 于是

$$\Delta(\vec{k}) = \Delta \cdot \tau(\vec{k}) \quad (9)$$

根据  $\Delta(\vec{k})$  的对称性, 文献[2]讨论了两种情况:

(1) EO态: 宇称为偶, 平移为奇的对称性, 即

$$\begin{aligned} \Delta(-\vec{k}) &= \Delta(\vec{k}) & (\text{偶宇称}) \\ \Delta(\vec{k} + \vec{Q}) &= -\Delta(\vec{k}) & (\text{奇平移}) \end{aligned} \quad (10)$$

可取  $\Delta(\vec{k}) = \Delta \cdot \tau_d(\vec{k})$

其中  $\Delta =$  常数, 而

$$\tau_d(\vec{k}) = (1/2)(\cos k_x a - \cos k_y a) \quad (11)$$

(2) EE态或OO态, 宇称、平移同时为偶或同时为奇, 即

$$\Delta(\vec{k}) = \Delta, \quad \tau = 1$$

或者  $\Delta(\vec{k}) = \Delta_p \cdot \tau_p(\vec{k})$

满足  $\Delta(-\vec{k}) = -\Delta(\vec{k}), \quad \Delta(\vec{k} + \vec{Q}) = -\Delta(\vec{k})$

他们认为在情况(2)下, SDW总是降低  $T_c$  值, 但在情况(1), SDW可提高  $T_c$  值. 在  $M/t_1 \approx 0.9$  时, 甚至可使  $T_c/T_{co} > 10$ . 所以本文只讨论EO态情况. 如同文献[3]的做法, 我们用含温度格林函数方法<sup>[4]</sup>计算此系统的  $T_c$  值, 可得以下联立方程<sup>[5]</sup>:

$$\frac{1}{g} = kT_c \sum_{\vec{k}, \omega_n} \tau^2(\vec{k}) \left( \omega_n^2 + \tau_k^2 + \delta_k^2 + M^2 - 2\tau_i \delta_i \right) / D(\vec{k}, \omega_n) \quad (12)$$

$$\frac{1}{U} = kT_c \sum_{\vec{k}, \omega_n} (\omega_n^2 + \tau_k^2 - \delta_k^2 + M^2) / D(\vec{k}, \omega_n) \quad (13)$$

式中,  $\tau_i = -t_0(\cos k_x a + \cos k_y a)$ ,  $\delta_i = -t_1 \cos k_x a \cos k_y a$ ,  
 $\tau(\vec{k}) = (\cos k_x a - \cos k_y a)/2$ ,

$$D(\vec{k}, \omega_n) = \left[ \omega_n^2 + \left( \sqrt{r_k^2 + M^2} + \delta_k \right)^2 \right] \left[ \omega_n^2 + \left( \sqrt{r_k^2 + M^2} - \delta_k \right)^2 \right]$$

在上式中令  $M=0$ , 相应的相变温度为  $T_{c0}$ , 可得

$$\frac{1}{U} = kT_{c0} \sum_{\vec{k}, \omega_n} \frac{\omega_n^2 + r_k^2 - \delta_k^2}{\left[ \omega_n^2 + (r_k + \delta_k)^2 \right] \left[ \omega_n^2 + (r_k - \delta_k)^2 \right]} \quad (14)$$

$$\frac{1}{U} = kT_c \sum_{\vec{k}, \omega_n} \frac{\omega_n^2 - r_k^2 - \delta_k^2 + M^2}{\left[ \omega_n^2 + \left( \sqrt{r_k^2 + M^2} + \delta_k \right)^2 \right] \left[ \omega_n^2 + \left( \sqrt{r_k^2 + M^2} - \delta_k \right)^2 \right]} \quad (15)$$

$$\frac{1}{g} = kT_{c0} \sum_{\vec{k}, \omega_n} \tau(\vec{k})^2 \frac{1}{\omega_n^2 + (r_k + \delta_k)^2} \quad (16)$$

$$\frac{1}{g} = kT_c \sum_{\vec{k}, \omega_n} \tau(\vec{k})^2 \frac{\omega_n^2 + (r_k - \delta_k)^2 + M^2}{\left[ \omega_n^2 + \left( \sqrt{r_k^2 + M^2} + \delta_k \right)^2 \right] \left[ \omega_n^2 + \left( \sqrt{r_k^2 + M^2} - \delta_k \right)^2 \right]} \quad (17)$$

(14)~(17)式中  $\omega_n$  的求和可以利用以下公式进行:

$$\sum_{\omega_n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\omega_n^2 + a^2} = \frac{\tanh(a/2kT)}{2kTa}, \quad \omega_n = \frac{(2n+1)\pi}{\beta} \quad (18)$$

$$\sum_{\omega_n=-\infty}^{+\infty} \frac{\omega_n^2 + c^2}{(\omega_n^2 + a^2)(\omega_n^2 + b^2)} = \left( \frac{c^2 - a^2}{b^2 - a^2} \right) \frac{\tanh(a/2kT)}{2kTa} - \left( \frac{c^2 - b^2}{b^2 - a^2} \right) \frac{\tanh(b/2kT)}{2kTb},$$

$$\omega_n = \frac{(2n+1)\pi}{\beta} \quad (19)$$

经计算, 化简后得

$$F(M_1 T_c) = \sum_{\vec{k}} \frac{1}{r_k} \left[ \tanh \frac{(r_k + \delta_k)}{2kT_{c0}} - \tanh \frac{(r_k - \delta_k)}{2kT_{c0}} \right] - \frac{1}{\sqrt{r_k^2 + M^2}}$$

$$\cdot \left( \tanh \frac{\sqrt{r_k^2 + M^2} + \delta_k}{2kT_c} + \tanh \frac{\sqrt{r_k^2 + M^2} - \delta_k}{2kT_c} \right) = 0 \quad (20)$$

$$G(M, T_c) = \sum_{\vec{k}} \tau(\vec{k})^2 \left[ \frac{\tanh((r_k + \delta_k)/2kT_{c0})}{(r_k + \delta_k)} \right.$$

$$\left. - \frac{(r_k + \sqrt{r_k^2 + M^2}) \tanh\left(\left(\sqrt{r_k^2 + M^2} + \delta_k\right)/2kT_c\right)}{2\left(r_k^2 + M^2 + \delta_k \sqrt{r_k^2 + M^2}\right)} \right]$$

$$+ \frac{\left( r_k - \sqrt{r_k^2 + M^2} \right) \tanh\left( \frac{\left( \sqrt{r_k^2 + M^2} - \delta_k \right)}{2kT_c} \right)}{2\left( r_k^2 + M^2 - \delta_k \sqrt{r_k^2 + M^2} \right)} = 0 \quad (21)$$

## 2 结果与讨论

由(20)和(21)式得到关于 $M$ 和 $T_c$ 的联立方程组, 可以用数值方法对 $k$ 求和. 给定一系列的 $M$ 值, 可得满足(20)式的 $T_c$ 值, 记为 $T_{CF}$ . 同一个 $M$ 值, 满足(21)式的 $T_c$ 值, 记为 $T_{CG}$ , 当 $T_{CF} = T_{CG}$ 时, 就得满足联立方程的解 $(M, T_c)$ . 计算中, 令 $t_0, t_1, T_{CO}$ 和德拜频率 $\omega_D$ 作为参数. 取 $t_0/2kT_{CO} = 2322, 1000, 500$ ,  $t_1/2kT_{CO} = 116, 100, 50, 25$ ,  $\hbar\omega_D = 4.5 \times 10^{-3} \text{ eV}, 2.0 \times 10^{-3} \text{ eV}, 46 \times 10^{-3} \text{ eV}$ 分别作了计算. 典型结果如图1所示, 所取参数值为 $t_0 = 1 \text{ eV}, t_1 = 0.05 \text{ eV}, \hbar\omega_D = 4.5 \times 10^{-3} \text{ eV}, T_{CO} = 25 \text{ K}$ .  $m = M/2kT_{CO} = 0.1 \sim 1.2$ .

从图中可见, 当 $m$ 从0.1逐渐增大时,  $T_{CF}/T_{CO}$ 和 $T_{CG}/T_{CO}$ 都从1逐渐下降. 在 $m < 0.2$ 时, 二者相符, 表明超导电性还保存, 当 $m > 0.2$ 时, 两条曲线就分开了. 表明 $T_{CF} \neq T_{CG}$ , 所以上联立方程组(20)(21)没有解. 这时SDW破坏了超导电性. 我们还对 $\hbar\omega_D$ 稍大或稍小作了研究, 发现 $\hbar\omega_D$ 稍小时,  $T_{CF} = T_{CG}$ 的范围略大一些. 而 $\hbar\omega_D$ 较大时,  $m > 0.1$ 就分开了, 这也许可以对超导电性的机制有些启发意义. 值得指出, 在某些参数值下, (20)式有根

$T_{CF}/T_{CO} > 1$ , 但(21)式所得的 $T_{CG} \neq T_{CF}$ , 因此不存在满足联立方程的 $T_c$ 值. 例如,  $s = 1000, s_1 = 100, b = 0.20$ 时,  $T_{CF}/T_{CO} \approx 2.1$ , 但 $T_{CG}/T_{CO} \approx 1.01$ , 二者不等, 反之, 在 $s = 1000, s_1 = 50, b = 1.0$ 时, 在 $m = 50$ 有一个根 $T_{CG}/T_{CO} = 2.79$ ,  $m = 45$ 时,  $T_{CG}/T_{CO} = 3.50$ , 但在同一参数下 $T_{CF}$ 没有解. 所以引入次近邻相互作用不但不能增大 $T_c$ 值, 往往还破坏超导电性. 文献仅由 $F(M, T_c) = 0$ 确定 $T_c$ 是不正确的, 由此得出 $T_c/T_{CO}$ 可以 $> 10$ 的结论显然也是不成立的.

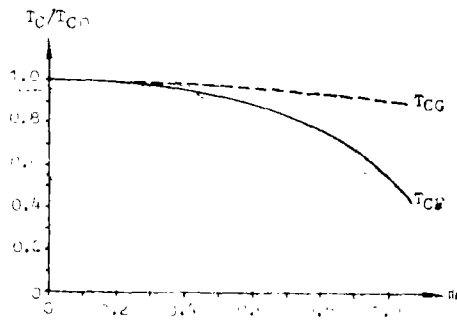


图1  $T_{CF}, T_{CG}$ 与 $m$ 的关系  
Fig.1 Relation of  $T_{CF}, T_{CG}$  and  $m$

## 参 考 文 献

- 1 Schrieffer J R, Wen X G, Zhang S C. Phys Rev, 1989, B39: 11663
- 2 Machida K, Kato M. Jpn J Appl Phys, 1987, 26:L660
- 3 刘金明, 周义昌, 宫蒂. 中山大学学报论丛(物理学论文集), 1992 (2):6
- 4 Matsubara T. Prog Theor Phys, 1955, 14: 351

# The Effect of Spin Density Wave on 2+1 Dimensional BCS-type Superconductors with the Next Nearest Neighbor Interaction

Zhou Yichang\* Gong Di Liu Jinming

**Abstract** The effect of spin density wave on 2+1 dimensional BCS-type superconductors with the next nearest neighbor interaction is investigated with the mean-field approximation. By using the temperature Green function we found that the presence of the spin density wave does not enhance superconducting transition temperature whereas the superconductivity is destroyed for a large spin density wave order parameter  $M$ .

**Keywords** superconductivity, spin density wave, next nearest interaction

\*\*\*\*\*

## 广东省化工原料公司液化气体部

# 专业经营工业气体和特种气体

广东省化工原料公司液化气体部专业经营国产和进口的各类气体。品种有普通氧气、高纯氧气、普通氮气、纯氮、高纯氮气、工业氩气、高纯氩气、普通氢气、高纯氢气、溶解乙炔、二氧化碳、液氨、氨气、氦气、氙气、氪气、氙气、半导体用气(电子气)、有机高纯气体、混合气体及氟里昂等。

另外，本部还开展有关气体高压钢瓶的出售和出租业务。

**地 址：**广州市沿江西路新基路26号四楼

**电 话：**8877331, 8882793, 8884078—244, 243

**电 挂：**1040

**邮政编码：**510130

\*\*\*\*\*

\* Department of Physics