第31卷 第2期 1992年
中山大学学报（自然科学版）
ACTA SCIENTIARUM NATURALIUM UNIVERSITATIS SUNYATSENI
Vol.31 No.2 1992

快速加权滑窗RLS格型算法

胡梦佑* 陈钧量
（无线电电子学系）

摘 要 在基本加权滑窗RLS算法基础上，利用投影几何方法，导出快速加权滑窗RLS格型算法．计算机仿真结果证实了算法的有效性．

关键词 快速算法，RLS格型算法，加权滑窗RLS算法

我们曾定量分析了加权滑窗RLS算法在平稳和非平稳环境下的收敛特性、跟踪特性和稳态性能[1]．但是，那里的算法运算量是$O(M^2)$．其中，M是滤波器的最大阶数．在此，我们利用投影几何方法，导出快速加权滑窗RLS格型算法(LSW^2)．计算机仿真结果表明，所提出的快速加权滑窗RLS格型算法是有效的．该算法是一种广义的RLS格型算法，其他现存RLS格型算法均可由该算法直接导出．

1 算法导出

1.1 符号和定义

算法用到的一些原始符号和投影几何迭代公式与文献[2,3]相似，这里不再列出，我们仅列出算法变量的定义式和/或计算式，见表1．

1.2 算法

利用投影几何方法，可以得到下列有用的标量更新式

$$\gamma_{m,l-1,n}=\gamma_{m,l,n}-b_{m,l,n}\cdot\delta_{m,l,n}^{-1}\cdot\eta_{m,l,n}$$

$$\beta_{m,l,n}=\lambda\beta_{m,l-1,n-1}+\gamma_{m,l,n}\cdot R_{m,l,n}^{-1}\cdot\gamma_{m,l,n}^{H}$$

$$\rho_{m,l,n}^{s}=\lambda\rho_{m,l-1,n-1}^{s}+\epsilon_{m,l,n}\cdot R_{m,l,n}^{-1}\cdot\gamma_{m,l,n}^{H}$$

$$\epsilon_{m+1,l,n}=\epsilon_{m,l,n}-\rho_{m,l,n}^{s}\cdot\beta_{m,l,n}^{-1}\cdot\gamma_{m,l,n}$$

$$\rho_{m,l,n}=\lambda\rho_{m,l-1,n-1}+e_{m,l,n}\cdot R_{m,l,n-1}^{-1}\cdot\gamma_{m,l-1,n-1}^{H}$$

$$b_{m,l,n}=\lambda b_{m,l-1,n-1}+\gamma_{m,l,n}\cdot R_{m,l,n}^{-1}\cdot\eta_{m,l,n}^{H}$$

$$e_{m+1,l,n}=e_{m,l,n}-\rho_{m,l,n}\cdot\beta_{m,l,n-1}^{-1}\cdot\gamma_{m,l,n-1}$$

* 1991届硕士研究生

本文1991年6月27日收到

表1　变 量 定 义

Tab. 1　Variable definition

VARIABLE	DEFINITION	COMPUTATION
RESIDUAL DEFINITION:		
$e_{m,l,n}$	$u_{l,n}^{H} P_{m,l,n-1}^{\perp} \sigma_l$	$A_{m,l,n} U_{m+1}(n)$
$r_{m,l,n}$	$u_{l,n-m}^{H} P_{m,l,n}^{\perp} \sigma_l$	$B_{m,l,n} U_{m+1}(n)$
$R_{m,l,n}$	$\sigma_l^{H} P_{m,l,n}^{\perp} \sigma_l$	$1+C_{m,l,n} U_m(n)$
$R_{m,l,n}^{-1}$		$1-\tilde{C}_{m,l,n} U_m(n)$
$\epsilon_{m,l,n}$	$d_{l,n}^{H} P_{m,l,n}^{\perp} \sigma_l$	$d_n+W_{m,l,n} U_m(n)$
$\eta_{m,l,n}$	$\pi_l^{H} P_{m,l,n}^{\perp} \sigma_l$	$D_{m,l,n} U_m(n)$
$a_{m,l,n}$	$u_{l,n}^{H} P_{m,l,n-1}^{\perp} \pi_l$	$A_{m,l,n} U_{m+1}(n-l+1)$
$b_{m,l,n}$	$u_{l,n-m}^{H} P_{m,l,n}^{\perp} \pi_l$	$B_{m,l,n} U_{m+1}(n-l+1)$
$\delta_{m,l,n}$	$\pi_l^{H} P_{m,l,n}^{\perp} \pi_l$	$1+D_{m,l,n} U_m(n-l+1)$
$v_{m,l,n}$	$d_{l,n}^{H} P_{m,l,n}^{\perp} \pi_l$	$d(n-l+1)+W_{m,l,n} U_m(n-l+1)$
SMOOTHED ERROR DEFINITION:		
$a_{m,l-1,n}^{s}$		$A_{m,l-1,n} U_{m+1}(n-l+1)$
$b_{m,l-1,n}^{s}$		$B_{m,l-1,n} U_{m+1}(n-l+1)$
$\eta_{m,l-1,n}^{s}$		$U_m^{H}(n-l+1) C_{m,l-1,n}^{H}$
$v_{m,l-1,n}^{s}$		$d_{n-l+1}+W_{m,l-1,n} U_m(n-l+1)$
RESIDUAL POWER DEFINITION:		
$\alpha_{m,l,n}$	$u_{l,n}^{H} P_{m,l,n}^{\perp} u_{l,n}$	
$\beta_{m,l,n}$	$u_{l,n-m}^{H} P_{m,l,n}^{\perp} u_{l,n-m}$	
$\xi_{m,l,n}$	$d_{l,n}^{H} P_{m,l,n}^{\perp} d_{l,n}$	
REFLECTION COEFFICIENT:		
$\rho_{m,l,n}$	$u_{l,n}^{H} P_{m,l,n-1}^{\perp} u_{l,n-m-1}$	
$\rho_{m,l,n}^{s}$	$d_{l,n}^{H} P_{m,l,n}^{\perp} u_{l,n-m}$	

$$\gamma_{m+1,l,n}=\gamma_{m,l,n-1}-\rho_{m,l,n}^{H}\cdot\alpha_{m,l,n}^{-1}\cdot e_{m,l,n}$$

$$\alpha_{m+1,l,n}=\alpha_{m,l,n}-\rho_{m,l,n}\cdot\beta_{m,l,n-1}^{-1}\cdot\rho_{m,l,n}^{H}$$

$$R_{m+1,l,n}=R_{m,l,n}-\gamma_{m,l,n}^{H}\cdot\beta_{m,l,n}^{-1}\cdot\gamma_{m,l,n}$$

$$\eta_{m+1,l,n}=\eta_{m,l,n}-b_{m,l,n}^{H}\cdot\beta_{m,l,n}^{-1}\cdot\gamma_{m,l,n}$$

$$\delta_{m+1,l,n}=\delta_{m,l,n}-b_{m,l,n}^{H}\cdot\beta_{m,l,n}^{-1}\cdot b_{m,l,n}$$

$$\beta_{m,l-1,n}=\beta_{m,l,n}-b_{m,l,n}^{H}\cdot\delta_{m,l,n}^{-1}\cdot b_{m,l,n}$$

$$\delta_{m,l,n-1}=\delta_{m+1,l,n}+a_{m,l,n}^{H}\cdot\alpha_{m,l,n}^{-1}\cdot a_{m,l,n}$$

$$\rho_{m,l,n}=\rho_{m,l-1,n}+a_{m,l,n}^{H}\cdot\delta_{m,l,n-1}^{-1}\cdot b_{m,l,n-1}^{H}$$

$$a_{m+1,l,n}=a_{m,l,n}-\rho_{m,l,n}\cdot\beta_{m,l,n-1}^{-1}\cdot b_{m,l,n-1}^{H}$$

$$b_{m+1,l-1,n}=b_{m,l-1,n-1}-\rho^{H}_{m,l-1,n}\cdot\alpha^{-1}_{m,l-1,n}\cdot e_{m,l-1,n}$$

$$\rho^{s}_{m,l-1,n}=\rho^{s}_{m,l,n}-V_{m,l,n}\cdot\delta^{-1}_{m,l,n}\cdot b^{H}_{m,l,n}$$

$$V_{m+1,l,n}=V_{m,l,n}-\rho^{s}_{m,l,n}\cdot\beta^{-1}_{m,l,n}\cdot b_{m,l,n}$$

$$\delta_{m+1,l-1,n-1}=\lambda^{-1}(\delta_{m+1,l,n}-\eta_{m+1,l,n}\cdot R^{-1}_{m+1,l,n}\cdot\eta^{H}_{m+1,l,n})$$

$$e_{m,l-1,n}=e_{m,l,n}-a_{m,l,n}\cdot\delta^{-1}_{m,l,n-1}\cdot\eta_{m,l,n-1}$$

$$\gamma_{m+1,l-1,n}=\gamma_{m,l-1,n-1}-\rho^{H}_{m,l-1,n}\cdot\alpha^{-1}_{m,l-1,n}\cdot e_{m,l-1,n}$$

为了完成LSW^{2}算法的迭代，还必需利用下列迭代式

$$\alpha_{m,l,n}=\alpha_{m,l-1,n}+a_{m,l,n}\cdot\delta^{-1}_{m,l,n-1}\cdot a^{H}_{m,l,n}$$

$$\gamma_{m,l,n}=\lambda^{-1}\gamma_{m,l-1,n}\cdot\delta_{m,l,n}\cdot\delta^{-1}_{m,l-1,n-1}+\eta_{m,l,n}\cdot\delta^{-1}_{m,l-1,n-1}\cdot b_{m,l-1,n-1}$$

为节省篇幅，上述所有迭代式的推导过程全部略去。至此，我们得到了LSW^{2}算法，并将其列于表2中。

表2 快速加权滑窗 RLS 格型算法

Tab.2 LWS^2 algorithm

$$\gamma_{m,l,n}=\lambda^{-1}\gamma_{m,l-1,n}\cdot\delta_{m,l,n}\cdot\delta^{-1}_{m,l-1,n-1}+\eta_{m,l,n}\cdot\delta^{-1}_{m,l-1,n-1}\cdot b_{m,l-1,n-1}$$

$$\beta_{m,l,n}=\lambda\beta_{m,l-1,n-1}+\gamma_{m,l,n}\cdot R^{-1}_{m,l,n}\cdot\gamma^{H}_{m,l,n}$$

$$\rho^{s}_{m,l,n}=\lambda\rho^{s}_{m,l-1,n-1}+\epsilon_{m,l,n}\cdot R^{-1}_{m,l,n}\cdot\gamma^{H}_{m,l,n}$$

$$\epsilon_{m+1,l,n}=\epsilon_{m,l,n}+\rho^{s}_{m,l,n}\cdot\beta^{-1}_{m,l,n}\cdot\gamma_{m,l,n}$$

$$\rho_{m,l,n}=\lambda\rho_{m,l-1,n-1}+e_{m,l,n}\cdot R^{-1}_{m,l,n-1}\cdot\gamma^{H}_{m,l-1,n-1}$$

$$e_{m+1,l,n}=e_{m,l,n}-\rho_{m,l,n}\cdot\beta^{-1}_{m,l,n-1}\cdot\gamma_{m,l,n-1}$$

$$b_{m,l,n}=\lambda b_{m,l-1,n-1}+\gamma_{m,l,n}\cdot R^{-1}_{m,l,n}\cdot\eta^{H}_{m,l,n}$$

$$\gamma_{m+1,l,n}=\gamma_{m,l,n-1}-\rho^{H}_{m,l,n}\cdot\alpha^{-1}_{m,l,n}\cdot e_{m,l,n}$$

$$\alpha_{m+1,l,n}=\alpha_{m,l,n}-\rho_{m,l,n}\cdot\beta^{-1}_{m,l,n-1}\cdot\rho^{H}_{m,l,n}$$

$$R_{m+1,l,n}=R_{m,l,n}-\gamma^{H}_{m,l,n}\cdot\beta^{-1}_{m,l,n}\cdot\gamma_{m,l,n}$$

（续表2）

$$\eta_{m+1,l,n}=\eta_{m,l,n}-b^H_{m,l,n}\cdot\beta^{-1}_{m,l,n}\cdot\gamma_{m,l,n}$$

$$\delta_{m+1,l,n}=\delta_{m,l,n}-b^H_{m,l,n}\cdot\beta^{-1}_{m,l,n}\cdot b_{m,l,n}$$

$$\beta_{m,l-1,n}=\beta_{m,l,n}-b^H_{m,l,n}\cdot\delta^{-1}_{m,l,n}\cdot b_{m,l,n}$$

$$\rho_{m,l-1,n}=\rho_{m,l,n}-a^H_{m,l,n}\cdot\delta^{-1}_{m,l,n-1}\cdot b^H_{m,l,n-1}$$

$$a_{m+1,l,n}=a_{m,l,n}-\rho_{m,l,n}\cdot\beta^{-1}_{m,l,n-1}\cdot b^H_{m,l,n-1}$$

$$e_{m,l-1,n}=e_{m,l,n}-a_{m,l,n}\cdot\delta^{-1}_{m,l,n-1}\cdot\eta_{m,l,n-1}$$

$$\alpha_{m,l-1,n}=\alpha_{m,l,n}-a_{m,l,n}\cdot\delta^{-1}_{m,l,n-1}\cdot a^H_{m,l,n}$$

$$b_{m+1,l-1,n}=b_{m,l-1,n-1}-\rho^H_{m,l-1,n}\cdot\alpha^{-1}_{m,l-1,n}\cdot e_{m,l-1,n}$$

$$\rho^c_{m,l-1,n}=\rho_{m,l,n}-V_{m,l,n}\cdot\delta^{-1}_{m,l,n}\cdot b^H_{m,l,n}$$

$$V_{m+1,l,n}=V_{m,l,n}-\rho^c_{m,l,n}\cdot\beta^{-1}_{m,l,n}\cdot b_{m,l,n}$$

$$\delta_{m+1,l-1,n-1}=\lambda^{-1}(\delta_{m+1,l,n}-\eta_{m+1,l,n}\cdot R^{-1}_{m+1,l,n}\cdot\eta^H_{m+1,l,n})$$

$$\gamma_{m+1,l-1,n}=\gamma_{m,l-1,n-1}-\rho^H_{m,l-1,n}\cdot\alpha^{-1}_{m,l-1,n}\cdot e_{m,l-1,n}$$

2　计算机仿真和结论

实验采用系统辨识方案，$W(n)$，$W_O(n)$分别是待辨识系统n时刻的权矢量估计值和最优权矢量，在收敛曲线的仿真实验中，最优权矢量取为

$$W_O(n)=[-0.975,\ 0.95]$$

而跟踪实验的最优权矢量为

$$W_O(n)=\begin{cases}[-0.975,\ 0.95] & n<200\\ [-1.9114,\ 0.95] & n\geq200\end{cases}$$

实验所得收敛曲线和跟踪曲线分别示于图1，2。图中示出部分实验参数，从图可以看出算法的有效性。

利用投影几何方法，导出了快速加权滑窗RLS格型算法，该算法是一种广义的RLS格型算法，其他现存RLS格型算法均可由该算法直接导出。①当$L=n+1$，就可直接得到文献[3]的方差格型算法；②当$\lambda=1$，L固定，可得滑窗格型算法；③当$L=n$，并且假定$v_n=0(n<0)$，可得前窗格型算法。

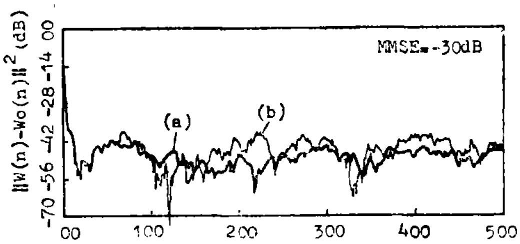

图1 LSW²算法收敛曲线 (a)L = 110,(b)L = 60

Fig. 1 The convergence curves of the LSW² algorithm

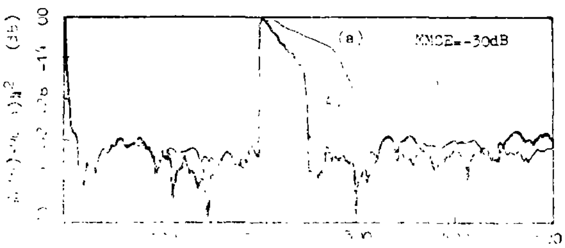

图2 LSW²算法跟踪曲线 (a)L = 100,(b)L = 50

Fig. 2 The tracking curves of the LSW² algorithm

参考文献

1 Hu Mengyou, Chen Junliang. Sliding-Windowed Weighted Recursive Least-Square Algorithm and Its behaviors in stationary and nonstationary environments, ICCAS Proceedings, Shenzhen, China. June 1991. 137～140

2 Toplis B, Pasupathy S. IEEE Trans ASSP, 1988, 36(2): 206～227

3 Cioffi J M. IEEE Trans ASSP, 1988, 36(3): 365～371

Fast Sliding-windowed Weighted RLS Lattice Algorithm

Hu Mengyou Chen Junliang*

Abstract On the basis of the sliding-windowed weighted RLS algorithm proposed by the authors, a fast sliding-windowed weighted RLS lattice algorithm is derived using the projection geomatrical method. The effectiveness of the fast algorithm is confirmed by the computer simulation results.

Keywords fast algorithm, RLS lattice algorithm, sliding-windowed weighted RLS algorithm

* Department of Radio and Electronics