

# 复合材料蜂窝夹层板刚度分离 实验法研究与应用\*

李家驹 曾汉民

(中山大学材料科学研究所, 广州 510275)

**摘 要** 本文通过理论推导, 给出用一个三点弯曲实验就可以同时测定复合材料蜂窝夹层板弯曲刚度和剪切刚度这两个重要弹性常数的原理. 根据这一原理, 得到一个简便、省时、易统计数据而且精度较高的复合材料蜂窝夹层板测试的刚度分离实验方法.

**关键词** 复合材料, 蜂窝夹层板, 横向剪切效应, 复合材料实验方法

**分类号** V214. 6

铝金属蜂窝夹层板, 由于具有较高的比刚度和比强度值, 过去一直在飞机、火箭、舰艇等制造和研究中得到广泛的应用. 目前, 玻璃钢 (玻璃纤维增强树脂) 以及各种先进复合材料, 如碳纤维、芳纶纤维、碳化硅纤维、硼纤维和上述各种纤维混合增强树脂的先后出现. 这些材料本身已具有很高的比刚度和比强度, 用它们制成的蜂窝夹层板结构, 比刚度和比强度便进一步提高, 材料的效益得到更大的发挥. 因而使用面更广, 在航空、航天、卫星、火箭、导弹、舰船、汽车、机车、建筑、桥梁、运动器械和游戏机械等等工业部门中, 都得到推广应用. 为解决各个工业部门设计和评选材料需要, 复合材料蜂窝板弹性常数的测定是一项重要的工作.

根据复合材料的铺层设计, 蜂窝夹层板可归属于正交各向异性板或各向同性板等情况. 从正交各向异性板理论知道, 当其考虑横向剪切效应后, 描述蜂窝夹层板的广义应力应变关系的弹性常数一共有 12 个, 而独立的有 10 个. 其中与中面应变有关的 4 个; 与中面挠度有关的 6 个. 后者和本文关系较大, 它们所联系的方程为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} &= -\frac{M_x}{D_x} + \mu_y \frac{M_y}{D_y} + \frac{1}{C_x} \frac{\partial Q_x}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = \mu_x \frac{M_x}{D_x} - \frac{M_y}{D_y} + \frac{1}{C_y} \frac{\partial Q_y}{\partial y}, \\ \frac{\partial W}{\partial x \partial y} &= -\frac{M_{xy}}{D_{xy}} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{C_x} \cdot \frac{\partial Q_x}{\partial y} + \frac{1}{C_y} \cdot \frac{\partial Q_y}{\partial x} \right), \quad \left( \frac{\partial W}{\partial x} + \varphi_x \right) = \frac{Q_x}{C_x}, \quad \left( \frac{\partial W}{\partial y} + \varphi_y \right) = \frac{Q_y}{C_y} \end{aligned} \quad (1)$$

从 (1) 式看到, 对正交各向异性的蜂窝夹层板而言, 剪切刚度  $C_x, C_y$  最为重要, 在所有方程中都出现. 其次要算弯曲刚度  $D_x$  和  $D_y$ . 而且弯曲泊松系数  $\mu_x, \mu_y$  知道其中一

收稿日期: 1993-03-11

\* 星火计划资助项目

个后, 可通过  $D_x$  和  $D_y$  由下式

$$\mu_x D_y = \mu_y D_x \quad (2)$$

来找到另一个. 如果复合材料蜂窝夹层板属各向同性板时, 这时  $D_x = D_y = D$ ;  $\mu_x = \mu_y = \mu$ , 则扭转刚度  $D_{xy}$  可用  $D$  与  $\mu$  表示为<sup>[1]</sup>:

$$D_{xy} = D / (1 + \mu) \quad (3)$$

综合上述, 不论是正交各向异性还是各向同性的复合材料蜂窝夹层板, 弯曲刚度和剪切刚度都是两个很重要的参数.

## 1 蜂窝夹层板刚度分离法的原理

### 1.1 问题的提出

如图 1, 沿复合材料蜂窝夹层板  $x$  (或  $y$ ) 方向取出一单位宽的梁进行弯曲. 由于蜂窝夹芯较软, 梁弯曲时横向剪切效应较大. 因此中面上梁中点  $C$  的挠度  $W_c$  可表达为:

$$W_c = \frac{Pl^3}{48D} + \frac{Pl}{4C} = W_b + W_s \quad (4)$$

其中,  $W_b$  和  $W_s$  分别表示弯曲与剪切有关的挠度, 而  $D$  和  $C$  分别称为复合材料蜂窝夹层梁单位宽度的弯曲刚度和剪切刚度. 根据软夹芯板理论, 它们和表板杨氏模量  $E_i$  及蜂窝夹芯横向折算的剪切模量  $G_i$  (参阅下文, 而  $i = x, y$ ) 存在下列关系<sup>[1]</sup>:

$$D_i = \frac{1}{2} E_i (h_c + t_i)^2 t_i \quad (5)$$

$$C_i = G_i (h_c + t_i) \quad (6)$$

但是, 这两个参数都同时存在 (4) 式中, 只进行一个三点弯曲实验, 是不能把它们分离开来的. 过去, 材料测量学一个很笨

的方法是测定两个不同跨度的  $W_c$  解联立方程决定  $D, C$ . 实践结果表明, 这两个常数很分散; 而且在解方程组时, 分母行列式经常出现相近的大数相减而使  $D, C$  取奇异值, 得不到合理的测值. 因此, 为测得  $D, C$ , 材料学家和力学家提出纯弯曲板方案和双剪块、带桥块的双剪实验等等方案<sup>[2~4]</sup>. 但它们的夹具复杂而麻烦; 试体则很大或难于加工; 使实验费用和时间激增. 因此, 有必要研究新的实验方案来解决复合材料这种新材料的参数测定, 以满足工业部门日益广泛的发展和需要.

### 1.2 刚度分离法原理

设一复合材料蜂窝夹层梁分别处于 (a) 三点弯曲和 (b) 四点弯曲两个不同的受力状态, 而边界条件相同, 如图 2 所示.

在线弹性小挠度的情况下, 并根据有名的 Betti-Rayleigh 互等定理, 图 2 中的各个挠度满足下式:

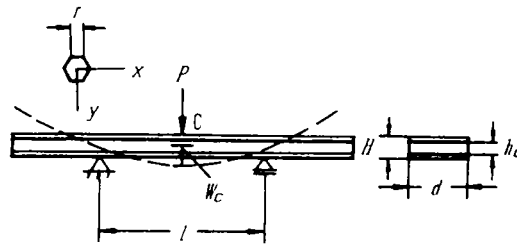


图 1 三点弯曲实验及蜂窝夹芯方向的规定  
Fig. 1 Three-Point Bending Test and definition of honeycomb sandwich direction

$$PW_{CQ} = QW_{AP} + QW_{BP} \quad (7)$$

根据图2(a), 由于受力、边界条件和材料均对称, 故有:

$$W_{AP} = W_{BP} = \lambda \quad (8)$$

挠度  $\lambda$  随外伸端  $a$  的位置不同而有不同的数值.

把(8)式代入(7)式, 得

$$W_{CQ} = 2Q\lambda/P \quad (9)$$

如令  $Q = P/2$ , 则(9)式化简为:

$$W_{CQ} = \lambda \quad (10)$$

又因图2(b)为纯弯曲受力模式, 梁在跨度内的弯矩  $M$  和曲率  $1/\rho$  处处相等. 根据材料力学理论:

$M = D \cdot \frac{1}{\rho}$ , 而  $M = Qa$  和  $1/\rho = 8W_{CQ}/l^2$ , 则可解得弯曲刚度

$$D = Pa^2/16\lambda \quad (11)$$

上述的推导证明: 在进行夹层梁的三点弯曲实验时, 不必另外进行纯弯曲实验便可测得其弯曲刚度  $D$ . 此时把  $D$  代入(4)式中, 便可以把剪切刚度  $C$  测定, 达到把  $D$ 、 $C$  分离的目的. 至此, 本文提出的问题似乎已经解决. 但是, 从(11)式看到,  $D$  却受到载荷  $P$ 、外伸端  $a$ 、跨距  $l$  以及挠度  $\lambda$  等多个量的测量误差影响, 则  $C$  的测量误差比  $D$  大. 本文进一步的研究发现:  $D$  和  $C$  的测量是能够做到等精度的, 而且还可使复合材料蜂窝夹层板的测试方法变得更简单化、定型化, 时间更节省、精度更高, 今证明如下.

把(11)式代入(4)式, 经过计算化简, 可得:

$$W_C = (l\lambda/3a) + (Pl/4C) \quad (12)$$

此时, 设外伸端  $a = l/3$ , 并令与之对应的挠度  $\lambda = \lambda_b$ , 则(12)式成为:

$$W_C = \lambda_b + W_s \quad (13)$$

比较(4)式和(13)式, 可得

$$\lambda_b = W_b \quad (14)$$

这说明: 当选取  $a = l/3$  时, 外伸端  $a$  点处的挠度  $\lambda_b$  正好与跨度为  $l$  的三点弯曲总挠度  $W_C$  的弯曲挠度分量  $W_b$  相等. 因此,  $W_s$  即可由  $W_C$  与  $W_b$  相减而得. 如实验所用的试件宽度为  $d$ , 并顾及试件截取的方向, 则根据(4)式, 便分别得到  $D$  和  $C$  的实验计算公式:

$$D_i = Pl^3/48W_b d, \quad C_i = Pl/4W_s d, \quad i = x, y \quad (15)$$

从而达到把复合材料蜂窝夹层板  $D$  和  $C$  两个刚度分离并测定的目的.

## 2 实验

### 2.1 实验方法

根据上述原理, 复合材料蜂窝夹层板的刚度分离法整个实验方案给予图3, 它实质

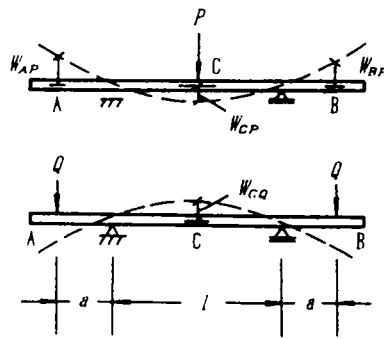


图2 同一梁处于不同受力条件下的变形关系

Fig. 2 The deformation relation of the same beam under different loading conditions

就是常用的三点弯曲实验加上两个端跨比  $a/l = 1/3$  的外伸端挠度的测量. 当复合材料表板的铺层设计为正交各向异性时, 根据 (15) 式, 可分别得到  $D_x, C_x, D_y$  和  $C_y$  4 个测值. 如为各向同性时, 则有  $D_x = D_y$ ; 受蜂窝夹芯微弱的异方向性影响  $C_x \neq C_y$ , 但不会有数量级的差别.

2.2 两种复合材料蜂窝夹层板测试结果

作为这一实验方法实际应用的例子, 下面列出中山大学材料科学研究所和汉威水上运动器材联合研制高性能复合材料运动艇所采用的 2 种类型蜂窝夹层板的测定结果来研究讨论.

这 2 种夹层板的蜂窝大小是相同的,  $r = 3\text{mm}$ .

都是用拉伸成型法制造. 故正六角形的蜂格不能保证, 各部分的密度亦稍有差别, 为消除这些因素影响, 试件的总长度应该设计长一些, 以便可取几组不同的跨距  $l$  (即  $a/l$ ) 来进行测试. 然后把各组所测得的  $D, C$  取平均值作为表征该蜂窝夹层板最后的宏观弹性常数. 本文试件设计的总长  $L = 450\text{mm}$ . 至于宽度  $d$ , 一般应包括 8 个以上的蜂格为宜.

2.2.1 中山大学材料科学研究所研制的玻璃钢纸蜂窝夹层板测定

这一种夹层板试件的表板用两层  $0.1\text{mm}$  的 1:1 平衡型无碱玻璃布增强环氧树脂制成. 蜂窝芯使用质轻、强度高而韧性好的纸来制造, 其厚度  $h_c$  分有 (1), 3, (2), 10 和 (3), 15mm 3 组. 蜂窝方向均沿  $x$  方向截取. 实验结果分别列于表 1 和表 2 中.

表 1 玻璃钢纸蜂窝夹层板弯曲刚度  $D$  实验结果

Tab. 1 The bending stiffness testing results of sandwich panel by Glass/Ep. with paper honeycomb

/N · m							
$a/l$	40/120	50/150	60/180	70/210	80/240	平均值	离散系数%
(1)	66.36	67.50	66.36	—	—	66.75	0.8
(2)	342.86	330.95	333.33	330.95	333.33	334.29	1
(3)	984.98	962.76	960.52	927.17	891.60	945.40	3

表 2 玻璃钢纸蜂窝夹层板剪切刚度  $C$  实验结果

Tab. 2 The shearing stiffness testing results of sandwich panel by Glass/Ep. with paper honeycomb

/kN · m <sup>-1</sup>							
$a/l$	40/120	50/150	60/180	70/210	80/240	平均值	离散系数%
(1)	40.33	39.41	39.87	—	—	39.87	0.9
(2)	39.76	41.90	47.62	44.52	43.09	43.38	6
(3)	50.92	47.58	53.36	51.86	49.58	50.65	3.8

从这些表的结果看到: 不同跨距  $l$  所测的刚度都比较集中, 弯曲刚度的离散系数最大为 3%; 剪切刚度最大为 6%, 而最小两者均不超过 1%. 实验结果证明, 蜂窝夹层板这种小宏

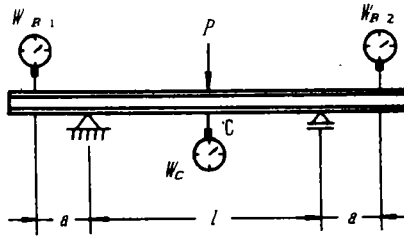


图 3 复合材料蜂窝夹层板刚度分离法实验方案

Fig. 3 The test scheme of stiffness dissociation of honeycomb sandwich panel of composites

观范围内非均匀的多孔结构,宏观上确实存在描写其力学性能的弹性常数.

2.2.2 先进复合材料芳纶蜂窝夹层板测定 这一种夹层板表板和芯材都是用进口材料制造的.表板用一层厚 0.12mm 的 1:1 平衡型芳纶布(Kevlar-49)制造;芯材是已成型好的 Nomex 蜂窝,厚度  $h_c=5\text{mm}$ ,其他尺寸和 1 差不多.试样分别从  $x, y$  2 方向截取.实验只进行了一组  $a/l=50/150$  的测定,便取得较满意的结果,如表 3 所示.

表 3 芳纶蜂窝夹层板弯曲刚度  $D$ 、剪切刚度  $C$  实验结果

Tab. 3 The bending and shearing stiffness testing results of sandwich panel by kevlar-49/Ep. with Nomex honeycomb

$D_x/\text{N} \cdot \text{m}$	$D_y/\text{N} \cdot \text{m}$	$C_x/\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$	$C_y/\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$	$D_x/D_y$	$C_x/C_y$
441.4	443.9	148.8	106.5	0.994	1.40

从复合材料层板理论知道,表 3 的芳纶夹层板是一特殊的正交各向异性板,应有  $D_x=D_y$ ,而实验结果表明,两者仅差 0.6%,与理论评估相符.而根据文献[5]的理论计算,沿  $x$  和  $y$  方向正六角形蜂窝格子的剪切折算模量值分别为:

$$G_x = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\delta}{r} G_c, \quad G_y = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\delta}{r} G_c \quad (16)$$

上两式中,  $\delta$  是蜂窝芯材壁厚,  $G_c$  是芯材剪切模量.根据(6)式,得到:

$$C_x/C_y = G_x/G_y = 1.5 \quad (17)$$

与表 3 实验值  $C_x/C_y=1.4$  相差为 7% 而比较接近.这是因为实际的蜂窝不是正六角形的;而在制造夹层板时,芯材的主轴与表板的主轴不易做到完全重合.

顺便提一下,由于纤维增强树脂复合材料(FRP),如玻璃钢和碳纤维、Kevlar 纤维等先进复合材料,其层间剪切性能都较低,作为结构材料使用时,横向剪切效应较大.经作者实验证明:本文的刚度分离法,也完全适用于它们的弯曲刚度和剪切刚度的测定的.

在刚度测试等实验中,工程上都推荐使用最小二乘法来统计数据,目前虽有微机帮助但仍属麻烦.本文认为,采用图解法对一般工程实用单位统计数据已有足够的精度.因图解法在工程上有“图解最小二乘法”之称,而更宝贵的,它能一目了然地给出被测材料横向剪切效应的几何解析.如图 4 所示,通过  $W_c, W_b$  实验点统计的两直线间的阴影部分,它表达了材料横向剪切效应的程度.而从图中任一点横座标  $P$  作垂线  $PB$ ,即可求得  $PA=W_b, AB=W_s$ ;利用(15),(16)两式,便可计算  $D$  和  $C$  的测定值.

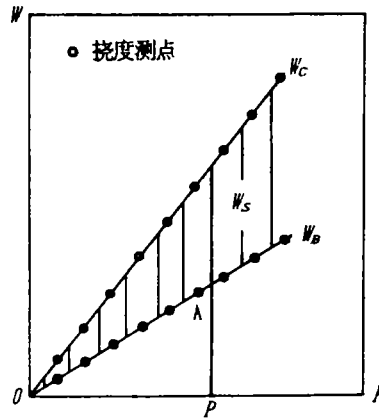


图 4 试件挠度统计和剪切变形的图解法  
Fig. 4 The graphic solution of the statistics on deflections of beam specimen and shearing deformation

## 参 考 文 献

- 1 李家驹. 软夹芯夹层板弹性常数测定. 科学技术成果报告(编号:0064). 北京:中国科技情报所,1972
- 2 Kelsey S *et al.* The shear Modulus of Foil Honeycomb Cores. *Airf Engng.* Oct. 1958
- 3 Osullivan H P. Double Block Shear Test for Foil Honeycomb Cores. *Airf Engng.* Mar. 1961
- 4 Takashi T *et al.* On the Compressive Bucking of Sandwich Panels Having Honeycomb Cores. *日本航空学会志*,1961,9(89)
- 5 赵渠森编译. 复合材料. 北京:国防工业出版社,1979. 113~117

## The Study and Application of Test Method of Honeycomb Sandwich Panel Stiffness Dissociation of Composites

*Li Jiaju*\* *Zeng Hanmin*

**Abstract** In this paper, the test theorem that can simultaneously determine two important parameters, bending and shearing stiffness, of honeycomb sandwich panel of composites only using a Three-Point Bending Test has been proposed based on theoretical deduction. According to this theorem a new test scheme, namely "The Test Method of Stiffness Dissociation of Honeycomb Sandwich Panel of Composites" with many advantages, such as simple test operation, saving time and testing materials in experiment and precise results, has been established.

**Keywords** composites, honeycomb sandwich panel, transversely shearing effect, composites static test

---

\* Science Institute of Materials, zhongshan University, Guangzhou 510275