

4 mm 开放式谐振腔的研制*

骆永健 叶 华

(中山大学无线电电子学系, 广州 510275)

摘 要 本文用束波理论分析了开放腔中电磁场的分布, 导出平面-球面开放腔内TEM_{plq}模的谐振频率表式. 讨论了设计开放腔时必须解决的问题. 测试了腔的Q值, 所得结果与理论值较接近.

关键词 开放谐振腔, 高斯束波理论, 准光技术

分类号 TN015

毫米波开放式谐振腔实际上是把光学的法布里-珀罗干涉仪外推到毫米波段的一种准光器件. 早在1962年, Culshaw 和 Anderson 研制了工作于6 mm的用金属栅网作为反射镜的平行平面开放腔, 这种腔Q值低准直困难. 1969年 Breeden 和 Langley 首次使用平面-球面开放腔于毫米波介质常数测量系统中; 1985年 Kolbe 等人^[1]也把平面-球面开放腔使用于毫米波脉冲付里叶变换波谱仪中, 这种腔Q值高准直不难得到广泛应用.

在理论上分析开放腔较有代表性的是 Kogelnik 等人^[2]提出的束波理论和 Cullen 等人提出的矢量场理论.

本文从分析开放腔内电磁场的行为出发, 找出设计4 mm 开放腔参数的理论根据. 讨论设计过程中必须解决的主要问题并给出主要的调试结果.

1 开放腔内电磁场分布的描述

对开放腔内电磁场的分析方法主要有: 束波理论、矢量场理论、本征方程法和准光学衍射理论等. 其中束波理论在形式上简单明了, 物理图象较清晰; 理论精确度也能满足大多数场合的要求, 因此得到广泛应用. 图1是由平面镜与球面镜构成的开放腔示意图.

束波理论认为电磁场在开放腔中的行为是高斯波束. 在直角坐标系中用标量函数 $U(X, Y, Z)$ 来描述, 函数应满足波动方程

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} + KU = 0 \quad (1)$$

收稿日期: 1992-09-03

*国家自然科学基金资助项目

其中波矢量

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c} \quad (2)$$

设方程(1)的解为如下形式

$$U(X, Y, Z) = \Psi(X, Y, Z) \exp(-jKZ) \quad (3)$$

假定 $\Psi(X, Y, Z)$ 是 Z 的缓变函数, 即

$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2}$ 可忽略, 则得 $\Psi(X, Y, Z)$ 的波动方程

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} - 2jK \frac{\partial \Psi}{\partial Z} = 0 \quad (4)$$

显而易见, 式(4)与时变薛定谔方程在形式上完全相同, 因此方程(4)的解可直接写出

$$\begin{aligned} \Psi(X, Y, Z) = & \frac{W_0}{W} [H_m(\sqrt{2} \frac{X}{W}) \cdot H_n(\sqrt{2} \frac{Y}{W}) \exp(-\frac{\rho^2}{W^2})] \\ & \cdot \exp[j\Phi - \frac{jK\rho^2}{2R}] \end{aligned} \quad (5)$$

于是得到方程(1)的完全解

$$\begin{aligned} U_{m,n}(X, Y, Z) = & \frac{W_0}{W} [H_m(\sqrt{2} \frac{X}{W}) \cdot H_n(\sqrt{2} \frac{Y}{W}) \exp(-\frac{\rho^2}{W^2})] \\ & \cdot \exp[-j(KZ - \Phi) - \frac{jk\rho^2}{2R}] \end{aligned} \quad (6)$$

在式(5), (6)中, W_0 为束腰半径, W 为波束半径, R 为 Z 处的波前曲率半径, Φ 为束波相对于自由空间平面波的附加相移, ρ 为在 XY 平面内的位置坐标, H_m 和 H_n 分别为 m 阶和 n 阶厄密多项式. W, R, Φ, ρ 的定义式如下:

$$\begin{aligned} W^2 &= W_0^2 [1 + (Z^2/Z_0^2)] \\ R &= Z [1 + (Z_0^2/Z^2)] \\ \Phi &= (m + n + 1) \tan^{-1}(Z/Z_0) \\ \rho^2 &= X^2 + Y^2 \\ Z_0 &= KW_0^2/2 \end{aligned} \quad (7)$$

为方便, 通常把式(6)所表示的直角坐标系中解的形式转换成柱坐标系中解的形式

$$\begin{aligned} U_{r,l}(\rho, \varphi, Z) = & \frac{W_0}{W} \left(\frac{\rho}{W}\right) L_l' \left(\frac{2\rho^2}{W^2}\right) \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2}\right) \frac{\sin(l\varphi)}{\cos(l\varphi)} \\ & \cdot \exp[-j(KZ - \Phi) - j\frac{K\rho^2}{2R}] \end{aligned} \quad (8)$$

其中 L_l' 为缔合拉盖尔多项式. 式(8)中 Φ 应写为如下形式

$$\Phi = (2l + 1) \cdot \tan^{-1}(Z/Z_0) \quad (9)$$

由式(8)所描述的电磁场常称为 $TEM_{p,l}$ 模. 显然, 在开放腔中激发的电磁场是多模式的.

对于平面-球面腔, 束腰应在平面镜的镜面上. 据电磁场的边界条件, 当满足下面2个条件时, 在镜面处电场必是波节:

(1) 在 $Z = D$ 处, 波前的曲率半径 R 与球面镜的曲率半径 R_0 相同, 即 $R = R_0$;

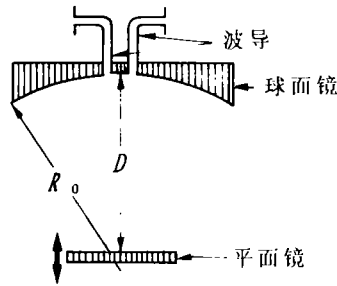


图1 开放腔的构成

Fig. 1 Construction of open resonator

(2) 球面镜与平面镜的镜面处的相位差应是 π 的整数倍, 即 $\Delta\Phi = (q+1)\pi, q = 0, 1, 2, 3, \dots$.

利用条件 (1) 和式 (7), 得

$$\left. \begin{aligned} W^2 &= W_0^2(1 + D^2/W_0^2) \\ W_0^2 &= \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{D(R_0 - D)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

利用条件 (2) 和式 (9), 得

$$f = \frac{C}{2D} \left[q + 1 + \frac{2P + q + 1}{\pi} \tan^{-1} \sqrt{D/(R_0 - D)} \right] \quad (11)$$

应该指出, 束波理论忽略了一些因素的影响, 必然引入一定的偏差. 这些因素主要有: ①在求波动方程的解时, 忽略了 $\partial^2\psi/\partial z^2$ 项, ②认为高斯波束同相面的曲率半径与球面镜的曲率半径一样, 而实际是稍有差别; ③认为开放腔中的电磁场是 TEM 波, 而实际上并非准确; ④没有考虑耦合孔和镜边衍射的影响. 然而, 理论与实验的研究表明上述因素所引起的谐振频率偏差小于 $(KW_0)^{-1}$ 量级. 对于大多数要求不太苛刻的场合, 这样小的偏差属于允许范围.

2 开放腔的设计

设计高质量的开放腔, 要达到如下要求: ①损耗小, Q 值高; ②腔内电磁场模式简单, 本征谱线较纯; ③安装和调试方便. 为此, 我们讨论下面几个问题.

(1) 整体结构. 在实际使用中, 平面-球面腔比球面-球面腔具有制作、安装、调试方便等优点.

为了保证开放腔有较高的 Q 值又不致太大, 我们选择近半球面腔. 取球面镜的曲率半径 $R_0 = 105$ mm; 最大腔长 $D_{\max} = 100$ mm; 输入输出耦合孔均开在球面镜上; 球面镜固定; 平面镜通过螺旋测微计可移动 25 mm.

(2) 腔镜材料. 腔镜材料表面电阻 (或趋肤深度) 的大小对腔的 Q 值起着决定性的作用. 在通用材料中铜是较理想的一种. 考虑到加工方便, 我们选用黄铜材料.

参考 Jones^[3]的工作, 在镜面光洁度较理想的条件下, 腔的 Q 值与腔长 D 、材料趋肤深度 S 的关系由下式给出: $Q = D/2S$. 在工作频率 68.05 GHz 下黄铜的 $S = 5.1 \times 10^{-4}$ mm, 若取 $D = D_{\max} = 100$ mm, 则算得 $Q = 9.8 \times 10^4$. 这就是说, 我们研制的黄铜质开放腔在理想条件下的最大 Q 值为 9.8×10^4 . 简称理想 Q 值.

(3) 反射镜的口径. 为确定平面镜和球面镜的口径, 可据式 (10) 画出 W, W_0 与 D 的关系曲线如图 2 所示. 当 $D_{\min} = 75$ mm 时, $W_0 \simeq 8.2$ mm, $W = 14.6$ mm; 当 $D_{\max} = 100$ mm 时, $W_0 \simeq 5$ mm, $W \simeq 25.5$ mm. 可见平面镜镜面处的最大束腰半径为 8.2 mm, 而球面镜镜面处的最大束腰半径为 25.5 mm. 为减少镜边衍射损耗, 我们选取球面镜口径 $a_1 = 110$ mm, 平面镜口径 $a_2 = 50$ mm.

镜边衍射损耗的精确计算是很困难的, 但是我们可以进行近似估算. 令 Λ 为开放腔的单程衍射损耗因子, 则腔的 Q 值由下式确定: $Q = KD/\Lambda$. 又据 Cullen^[4]给出的由聚

聚焦构成的开放腔的单程衍射损耗因子为 $A = 200 \exp(-4r^2W^2)$. 其中 r 为球面镜的半径, W 为球面镜处的波束半径. 我们已知 $r = a_1/2 = 55 \text{ mm}$, $W = 25.5$, $D = 100 \text{ mm}$, 则可算得 $Q = 6.4 \times 10^7$. 这比由黄铜镜面的趋肤深度 (或表面电阻率) 所决定的 Q 值要高 2 个数量级.

(4) 耦合孔. 由于输入、输出耦合孔都开在球面镜上, 为了不太影响波束分布的轴对称性和保证两耦合孔间的隔离度好, 应把 2 个耦合孔选取在球面镜中心对称的位置上, 且孔心间距约为 8 mm . 孔径的大小可视实际情况而定, 在一般场合下较为适中的孔径应在 $\lambda/4$ 至 $\lambda/2$ 之间. 我们选取输入孔径为 1 mm , 输出孔径为 1.5 mm .

关于耦合孔对腔中电磁场分布的影响, Moran^[5] 对于一个耦合孔开在球面镜中心处的情况作了一些工作可供参考. 其研究表明, 虽然耦合孔会引起镜面上的场分布向边缘扩展, 但是当耦合孔的口径远小于镜口径时, 这种影响甚小. 对于我们的情况, 由于耦合孔径比球面镜口径小得多, 相信耦合孔对场分布的影响也应是较小的.

(5) 本征谱线纯度. 开放腔本征谱线纯度的好坏主要表现为腔内电磁场基模受到其它模式的干扰程度. 为便于讨论, 我们把式 (11) 改写成如下形式

$$f/\Delta f = q + 1 + b(2p + l + 1) \quad (12)$$

其中 $b = (1/\pi)\tan^{-1} \sqrt{D/(R_0 - D)}$; $\Delta f = C/2D$ 反映 p, l 相同, q 不同时, 各模式谐振频率之间的差距, 而 $b\Delta f$ 则反映 q 相同, p, l 不同的各模式谐振频率之间的差距. 为避免 $p, l \neq 0, q$ 相同或 $q \pm 1$ 模式的谐振曲线与基模 TEM_{00q} 谐振曲线过于靠近, 应小心选取 b 值, 使得 $b\Delta f$ 和 $\Delta f - b\Delta f$ 都足够大. 从式 (12) 可知, 当 $b = 1/2$ 和 $b = 1/3$ 时, 都存在不同的 p, l, q 组合会产生相同的谐振频率, 当然是不可取的. 这正是这种形式的开放腔不允许准确地工作于半共焦或半球面状态的原因.

对于我们的开放腔可根据 b 与 D 的关系曲线来选取 b 值, 如图 3 所示. 显见, 在腔长 D 的变化范围内 ($75 \sim 100 \text{ mm}$), b 从 0.32 到 0.43 变化. 据前面的分析应取 $1/3 < b < 1/2$. 对于 $D_{\max} = 100 \text{ mm}$, $b = 0.43$; $D = 82 \text{ mm}$, $b = 0.34 (> 1/3)$; 分别算得 TEM_{00q} 模式与最靠近它的模式之间的谐振频率间距为 210 MHz 和 64 MHz . 假设谐振曲线为洛伦兹线型, 其带宽 $2\Delta f_b$ 小于 3 MHz . 当频偏 $\Delta f > 6\Delta f_b = 9 \text{ MHz}$ 时, 谐振

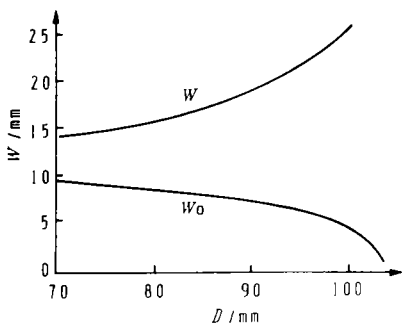


图 2 W 和 W_0 随 D 的变化

Fig. 2 Variation of W and W_0 with D

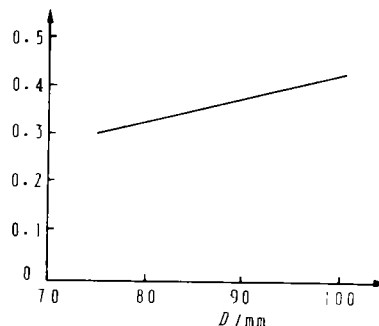


图 3 b 随 D 的变化

Fig. 3 Variation of b with D

曲线已下降到小于中心频率处高度的 $1/20$; 当频偏 $\Delta f \geq 32 \text{ MHz}$ 时, 谐振曲线已下降到很小了. 可以认为基模不受其它模式的干扰. 这就是说, 只要取腔长 D 在 $82 \sim 100 \text{ mm}$ 之间, 则开放腔的本征谱线纯度是相当好的.

综上所述, 我们设计的 4 mm 开放腔的基本参数是: 黄铜质平面镜口径 50 mm ; 黄铜质球面镜口径 110 mm , 镜面曲率半径 105 mm ; 工作腔长在 $82 \sim 100 \text{ mm}$ 间连续可变; 输入孔径 1 mm , 输出孔径 1.5 mm , 二孔心间距 8 mm , 孔壁厚 0.4 mm .

(6) 安装与准直. 平面镜用套有弹簧的螺钉附在一块金属板上, 可调整方位和仰角; 金属板固定于可以在燕尾槽中平移的活动框架上. 燕尾槽与活动框架的配合加工精密, 既要移动灵活, 又不允许有虚位. 螺旋测微计的精度高达 0.001 mm . 球面镜和燕尾槽都固定在一段平整的导轨上. 导轨 4 个角处设有垂直螺钉, 用以调整水平度.

为使 2 反射镜良好共轴, 我们使用 2 个氦氖激光器进行准直, 其方法是: 2 个激光器相对放置, 间距约 8 mm , 调整 2 路激光在同一直线上. 把腔体置于 2 激光器中间, 先装上平面镜使其与一路激光束同轴, 即先准直好平面镜, 然后小心把它拆下, 再装上球面镜, 调整使其与另一路激光束同轴, 此时重装上平面镜, 要求与前次的方位相同, 这可由沾在平面镜背面的反射镜来检验.

3 模式鉴别与 Q 值测量

3.1 输出信号的检测方法

通常检测输出信号的方法有二类: ①采用功率探头或晶体检波管直接检测法, ②采用外差检测法.

在输出信号较强 (如 $P_0 \geq 50 \mu\text{W}$) 和具备优质功率探头或晶体检波管时, 采用①类检测法简便快捷. 在输出信号较弱 (如 $P_0 < 10 \mu\text{W}$) 时, 需采用②类进行外差检测才能得到较高的灵敏度. 我们采用的是扫描外差法^[6].

3.2 模式鉴别

把基模 TEM_{00q} 从腔体内可能激起的多种模式中区分开来是进行各种测试的前提. 取腔长 $D \geq 82 \text{ mm}$ 时, 会观察到谐振峰较高但高度差别不太明显的模式有 3 个. 一般来说, 这 3 个谐振峰中相对较高者应是基模. 为了准确判断, 我们把理论计算与实验测试进行比较. 从理论计算得知, 这 3 个模式应是 $\text{TEM}_{0,0,q}$, $\text{TEM}_{1,0,q}$, 和 $\text{TEM}_{2,0,q-1}$. 算出对于某一谐振频率时, 3 个模式相应的腔长分别为 $D_{0,0,q}$, $D_{1,0,q}$, $D_{2,0,q-1}$. 现假设谐振最强者为基模 $\text{TEM}_{0,0,q}$, 则得理论计算值: $(D_{1,0,q} - D_{0,0,q})$ 和 $(D_{2,0,q-1} - D_{0,0,q})$. 由实验测试也得到一组实验值: $(D_{1,0,q-D} - D_{0,0,q})$ 和 $(D_{2,0,q-1} - D_{0,0,q})$. 把 2 组数据加以对比便不难发现两者符合得很好. 这表明, 我们所假设的基模是真实准确的.

3.3 腔的 Q 值

我们采用“扫描外差法”测得了在谐振频率为 68.0468 GHz 时的对应不同腔长 D 的

Q 值. 腔的 Q 值随腔长 D 的变化规律如图 4 曲线给出. 从图 4 曲线可见, 腔的 Q 值随腔长 D 近似线性增加. 在 $D = 100 \text{ mm}$ 时, Q 的实验值为 8.10×10^4 比理想值 9.8×10^4 约低 17%, 这是合理的, 究其原因, 并不是测量误差所致, 而是由下面几个因素造成的: ①黄铜含有气泡 (这是黄铜材料常见缺陷), 导致镜面某些部位有坑凹, 抛光不能消除; ②镜面在加工过程中被污染和氧化, 导致镜面电阻率增加; ③耦合孔会有一点损耗, 且在耦合孔附近由于镜壁很薄而产生一定形变干扰了场分布.

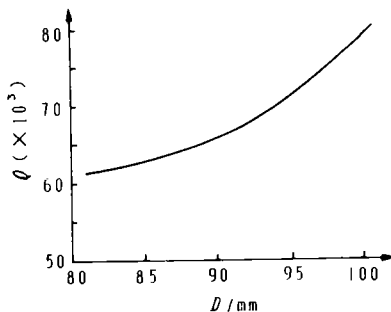


图 4 Q 随 D 的变化 ($f = 68.04681 \text{ GHz}$)

Fig. 4 Variation of Q with D

应该指出的是理论计算和实验测试都已表明, 在镜面光洁度不劣于 $\nabla 7$ 且两镜口径有一定富余量的情况下, 镜面光洁度和准直不理想对 Q 值的影响相当小. 此外, 我们的测试系统误差约为 3%.

若想得到更高 Q 值的开放腔, 必须选用不含气泡的电阻率小的铜质材料, 镜面还得镀金. 测试表明, 镀金后的开放腔, 其 Q 值可提高 20%.

参 考 文 献

- 1 Kolle W F, Leskavar B. *Rev Sci Instrum*, 1985, 56 (1): 97~102
- 2 Kogelnik H, Denei L. *Proc IEEE*, 1966, 54 (10): 1312~1329
- 3 Jones R G. *Proc IEE*, 1976, 123: 285~290
- 4 Cullen A L. *Infrared and Millimeter Waves*, 1983, 10: 233~281
- 5 Moran J M. *IEEE J Quantum Electrom*, 1970. QE-6: 93~96
- 6 骆永健, 叶华. *计量学报*, 1990, 11(1): 67~72

Study of Open Resonators for 4 mm Wave

Luo Yongjian* Ye Hua

Abstract The field distributions in open resonators are studied by means of Gaussian beam-wave theory. The resonant frequency of TEM_{p1g} mode of the open resonator with planospherical concave mirrors is derived. Several aspects concerning the design of the resonators are discussed. The measured Q factor is approximately equal to the theoretical calculated value.

Keywords open resonator, Gaussian beam-wave theory, quasi optical technique

* Department of Radio and Electronics, Zhongshan University, Guangzhou 510275