第35卷 第1期
1996年 1月

中山大学学报(自然科学版)
ACTA SCIENTIARUM NATURALIUM
UNIVERSITATIS SUNYATSENI

Vol. 35 No. 1
Jan. 1996

新的圆柱壳剪切屈曲方法及实验分析

李家驹
(中山大学材料科学研究所,广州 510275)

刘宇圭
(中山大学应用力学与工程系)

摘 要 提出用两块曲板、简易的夹具及普通万能试验机来进行半径$R \geqslant 1000$ mm的圆柱壳剪切屈曲实验. 解决了使用单块曲板实验剪流合力不易通过剪力中心的难题. 也避免了使用 薄壁圆筒或封闭筒体扭转方案的一些缺点. 实验结果与有限元计算分析以及国外成熟结果比较,符合良好.

关键词 圆柱壳, 曲板, 剪力中心, 圆柱壳剪切屈曲实验

分类号 V216.13

薄壁圆柱壳体(以下简称曲板)在航空、航天、导弹、火箭、石油、化工、建筑、水利和土木工程等国防和民用工业的结构中有着广泛的用途. 由于它们的厚度h很小,与半径R相比常在1/100 ~ 1/1000之间. 在复杂的受力情况下,如设计不当,则很容易导致这些结构元件的局部屈曲和整体失稳破坏. 因此,工程设计上,非常重视对稳定性的实验和计算.

在固体力学中,壳体的稳定性实验研究可分为轴压、侧压和剪切屈曲3种基本形式. 剪切屈曲实验和前两种不同,很难用单块曲板来进行. 因为,当单块曲板四边受有均匀剪流q作用而处于平衡时,曲边的剪流合力Q必须通过曲板的剪力中心C. 否则,平衡必遭破坏. 因为此时C点除作用了Q外还受有附加扭矩M_k作用,后者会导至曲板及与之连结的实验夹具转动,这是不容易解决的难题. 因而过去研究圆柱壳剪切屈曲特性时,多采用薄壁圆筒扭转来进行. 但试件厚度很难保证均匀. 故60年代又出现将四块圆柱壳 用角铁连成封闭筒体进行扭转的方法. 试材虽较浪费,但筒体容易加工. 直到70年代,此法还用来研究先进的碳纤维复合材料圆柱壳的剪切屈曲性能[1]. 虽然薄壁圆筒扭转对均匀分布剪应力场的近似程度最好,但圆筒的加工费昂贵. 至于封闭筒体扭转,其经济性有所改善,但角铁与曲板连接区的应力集中较大,近似程度较差. 其共同缺点是需购置专用的扭转试验机 或设备,而且试件和机器连接的试验夹具复杂、边界条件不明确. 因此,研究和提出简易、精确而又较节约的新圆柱壳剪切屈曲实验方案,对丰富和发展固体力学这门学科,是有一定意义的.

1 双曲板新实验方案的介绍

考虑到工程结构使用的曲板,其$R \geqslant 1000$ mm,$R/h > (100 - 1000)$,这时曲板较为扁

收稿日期:1994-11-17 李家驹, 男, 59岁, 副教授

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cn

平,针对这一情况,而提出使用两块曲板、两条直杆和两条曲杆,以螺钉连结成盒体,于对角进行拉伸或压缩的方法(见图1).利用试件材料、几何尺寸、曲板受力条件均对称的关系,通过螺钉给双曲板施加剪流的新方案.由图1可见,盒体内共有两对独立的互相嵌套而用柱销连接的剪切直杆 — 剪切曲杆,这就是本文主要的而简单的夹具.当曲板受剪切时,它们可带动曲板环绕柱销自由转动,从而保证两曲板自由地产生剪切变形.而在这一盒体中,对单块曲板而言,即使其剪流合力 Q 没通过剪力中心 C 而产生附加力矩 M_k.由于对称,这力矩大小相等方向相反而自行抵消,盒体保持着平衡.根据力的简化原理,在 C 点只剩下合力 Q 的作用,从而使两曲板得到了纯剪切受力效应.

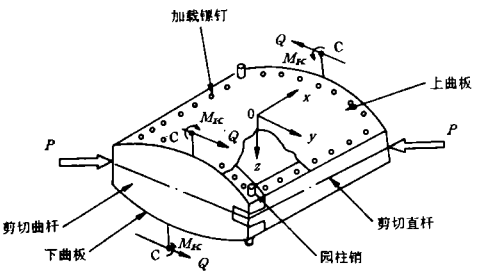

图1 双曲板盒体和其受载简图

Fig. 1 The schematic of the two curved plates cassete and being loaded on it

根据文献[2]和[3],对复合材料平板和蜂窝夹层实验证明,使用螺钉加载沿试件厚度方向是可获得理想的均布剪应力的.对于曲板,从力平衡看,曲边的剪流肯定是不会均匀分布的,但 R/h 越大,则近似均匀的程度越高,根据圣维南原理,曲板内获得均匀分布的剪应力场的范围也越大.通过 $R=1000$ 和 500 mm 的两个小模型实验,图1的设想得到了证实,为正式提出圆柱壳剪切屈曲实验方案打下了基础.

2 实 验

2.1 实验方法

正式实验是在 $l=b=500$ mm 的 $Ly12$ 铝合金曲板和具有简支边界的夹具上完成的.3对不同径厚比 R/h 的曲板进行了实验,具体尺寸列于表1.

表1 曲板几何尺寸及实验结果和计算值的比较

Tab. 1 Sizes of curved plates and comparision between testing and calculating results

编号	R/mm	h/mm	b'/mm	l'/mm	Pcr/KN	$(\tau_{cr})_e$/MPa	τ_{cr}/MPa	$(\tau_{cr})_e/\tau_{cr}$
1	1000	2.95	460	460	197	51.33	47.89	1.07
2	1000	1.75	460	460	51.0	22.39	21.98	1.02
3	500	1.20	460	460	29.8	19.09	21.69	0.88

图2给出了新圆柱壳剪切屈曲实验的总装置图.它清楚表明:图1盒体被置于普通试验机底座和活动横梁之间,只要给以拉伸或压缩载荷便可进行实验.但正如前述,这一实验的对中性要求较为严格,载荷 P 能否调整通过对称中心将会影响临界剪切屈曲载荷 Pcr 的测量.作为参考,图2还给出加压缩载荷时一些调中辅助零部件的设计.它们是磁性悬挂系统和使载荷自动对中的球形支座.前者用吸力 600 N 的表座加入左右螺旋制成.它在

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cn

柱销处吊起盒体，方便地进行前后、左右和上下的调节. 固于试验机中心的上加载头是调中的基准. 当目测的盒体“粗调”对中完成后，便可通过贴在前后曲板中部的应变片来“细调”. 这意味着，每加一级载荷，两曲板产生的应变增量应基本上相同. 细调完成后，保持这一调节好的状态，在两曲板中点装上变形传感器测挠度 W，实验便可正式进行. 当在试验机上装入载荷传感器（目前很多试验机都自备传感器，如电子式万能试验机），全部数据均可通过测定全过程的载荷 - 挠度（P-W）曲线获得.

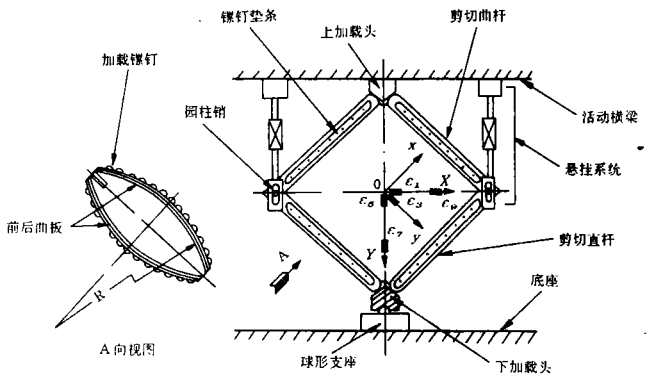

图 2　新圆柱壳剪切屈曲实验装置图

Fig. 2　A new arrangment for shear buckling test of cylindric shell

2.2　边界条件的设计

曲板的边界条件有固支和简支两种. 但简支比固支相对复杂，故本文设计了简支边界进行实验. 以曲板的直边边界为例（图 3）. 在螺钉孔的中心 O 处用一半径 $r = 5$ mm 的钢螺钉垫条压紧曲板，以连续实现边界的挠度 $w = 0$. 并离 O 点 6 mm 处，加工出 16° 的切口，以保证曲板屈曲时可绕 O 点自由转动，从而实现弯矩 $M_x = 0$. 曲边的设计是相同的，只不过曲边的螺钉垫条要与受试曲板的 R 相同，如图 2 的 A 向视图所示.

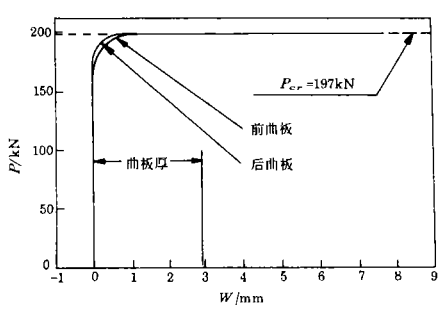

图 3　简支边界条件设计

Fig. 3　The design of simple boundary condition

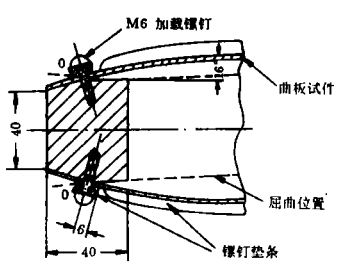

图 4　典型的圆柱壳剪切屈曲实验（P-W）曲线

Fig. 4　The typical (P-W) curve of shear buckling test of cylindric shell

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cn

2.3 实验结果

以表1编号1曲板的结果为例. 图4是从 XY 记录仪测得的圆柱壳剪切屈曲全过程的 (P-W) 曲线典型实验结果.

从图4看到,在临界载荷 P_{cr} 之前,由于曲板主要受薄膜剪应力 τ_{xy} 作用,只产生中面剪应变 γ_{xy},因此垂直中面 Z 向的挠度 $W=0$. 当 $P\to P_{cr}$,两曲板逐渐内凹,开始产生与板厚相当的微小挠度值,而终于在 $P=P_{cr}$ 时,和一般壳体稳定性规律一样,产生大变形,曲板在伴随着一声巨响下发生变形的跳跃而内凹,其时(P-W) 曲线产生一水平线. 因此,利用 (P-W) 曲线,屈曲载荷 P_{cr} 的测定是相当准确的. 当(P-W) 曲线出现水平线后而卸载,则曲线可回到零点 O;重新加载又重复图4形状,水平线的位置不变,说明屈曲是弹性的,本装置确实能完成圆柱壳在剪切载荷下引起的弹性稳定的研究目的.

当测得 P_{cr} 后,通过下式即可求出临界剪切屈曲应力的实验值

$$(\tau_{cr})_e = P_{cr}/2\sqrt{2}bh \tag{1}$$

注意,(1)式是本文对曲板宽长比 $\beta=b/l=1$,简支边界条件的圆柱壳使用的. 当 $\beta\neq 1$ 的情况,$(\tau_{cr})_e$ 的表达式要重新推导.

表1给出了3对不同 R/h 曲板试件的 P_{cr},$(\tau_{cr})_e$ 全部实验结果.

3 分析和讨论

3.1 本文结果和成熟工作比较

文献〔4〕给出了计算四边简支的圆柱壳剪切屈曲临界剪应力的经验公式:

$$\left.\begin{aligned}\tau_{cr} &= 0.1Eh/R + (5Eh^2/b^2)k\\ k &= 1 + 0.8\beta^2\\ \beta &= b/l,\ l\geqslant b\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

当 $R=\infty$,(2)式便是矩形板剪切屈曲临界剪应力理论计算公式,即它从圆柱壳到平板都得到概括,更主要的是得到实验的支持. 因此很多航空学院把它编入了教材,并广为航空、航天工业设计部门使用.

表1中列出本文实验和(2)式计算结果的比较,计算中出现的铝合金杨氏模量 E,以及泊桑系数 ν 经测定分别为7.2GPa和0.33. 可以看到,$R=1000$ mm 的1号和2号两对曲板,实验和计算符合良好,相差分别为7% 和2%. 而作为探讨,以便更好地推广应用这一方案而作的较大曲率的3号 $R=500$ mm 的圆柱壳实验表明,它和(2)式相差12%,比前面两对曲板大些. 但在壳体的稳定性实验中,这已属比较好的结果.

3.2 应用本文装置进行曲板本构关系测量

从理论上讲,如果本文装置是理想的话,那么当曲板受均匀剪切应力时,图2中曲板对角线各点应变(沿 XOY 座标轴向),绝对值相等;45° 方向应变为零(沿 xoy 座标轴向);X 和 Y,即两对角线是这均匀剪应变场的主方向.

以奇数、偶数作下标,分别表示前、后曲板所测的应变,它们被贴在曲板中部对角线的一半的范围上,如图2所示. 应变测量的最大载荷为 $P=40$ KN,分8级加上. 所测应变均与载荷线性关系良好. 表2给出各点应变的斜率.

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cn

表 2　曲板应变场测定结果

Tab. 2　Testing results of strain field in curved plates　　$/10^{-6}(KN)^{-1}$

前曲板					后曲板				
ε_1	ε_3	ε_5	ε_7	ε_9	ε_2	ε_4	ε_6	ε_8	ε_{10}
5.15	0.71	-4.20	-4.80	4.26	5.43	0.57	-4.81	-4.74	5.17

由表 2 看到，两对角线斜率是比较接近的，45° 应变虽小，但不为零. 设所测应变场的主方向与理论主方向 X 夹角为 Φ 时，应用下列公式可计得 Φ 值：

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_\theta &= \frac{1}{2}(\varepsilon_X+\varepsilon_Y)+\frac{1}{2}(\varepsilon_X+\varepsilon_Y)\cos 2\theta+\frac{1}{2}\gamma_{XY}\sin 2\theta\\ \operatorname{tg} 2\Phi &= \gamma_{XY}/(\varepsilon_X-\varepsilon_Y)\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

把前、后曲板中点 O 的应变组 $\{\varepsilon_1,\varepsilon_3,\varepsilon_5\}$ 和 $\{\varepsilon_2,\varepsilon_4,\varepsilon_6\}$；$\theta=45°$ 分别代入(3)式，经过计算得 $\Phi_{前}=\Phi_{后}=1.45°$，证明实测曲板应变场与理论纯剪应变场的主方向相差不大. 作为整个装置来考虑、把前、后曲板对角线的应变斜率取总平均值 ε_m 作为曲板的纯剪切应变场主方向应变斜率值，则得到 $\varepsilon_m=4.82\times10^{-6}/KN$，其离散度为 8.9%. 根据虎克定律，当 $P=1$ KN 时

$$\tau_{xy}=G\nu_{xy}=E/2(1+\nu)\cdot 2\varepsilon_m \tag{4}$$

代入有关数据，可得到 1 号曲板每 KN 载荷产生的均匀纯剪应力场 $\tau_{xy}=0.26090$ MPa.

3.3　单块圆柱壳有限元应力分析

为分析归纳 $R\geqslant 1000$ mm 的单块圆柱壳的应力分布规律，对 $R=1000$ mm 的曲板和 $R=\infty$ 的平板分别进行了有限元分析. 它们的几何尺寸、边界条件、材料均完全和 1 号曲板相同. 它们被等分为 100 个矩形单元，把载荷 $P=1$ KN 通过(1)式将作用于单块曲板的剪流求出，加在曲板四边节点的切线方向上，以模拟本文装置用螺钉加载的情况. 计算应用了常用的结构分析程序 SAP 5 来完成. 结果如下：

(1) 平板：各个单元均只产生相同的薄膜剪应力 $\tau_{xy}=0.26054$ MPa.

(2) 曲板：薄膜剪应力 τ_{xy} 在四顶角 12 个单元中为 0.26037 — 0.26049 MPa，其他 88 个单元全部取值与平板相同. 故如果认为整个曲板取平板的薄膜应力 $\tau_{xy}=0.26054$ MPa 的话，误差不超过 0.07%. 薄膜正应力 σ_x，σ_y 分别为 0.2×10^{-8} 和 0.7×10^{-9} MPa 的水平，可以忽略不计.

由弯矩引起的弯曲应力中，在曲板的中部 σ_x' 和 σ_y' 均很小，为 1×10^{-4} MPa 左右，而扭矩 M_k 引起的剪应力 τ_{xy}' 集中在两曲边上较大，该 20 个单元上均取值 — 0.02235 MPa，占上述 τ_{xy} 的 8.5%. 然后很快向板内衰减，其值约为 τ_{xy} 的 3.0% ～ 1.5%. 可见，在曲板内，薄膜剪应力和弯曲剪应力迭加的结果，剪切应力场肯定不会均匀的. 还会引起曲板和夹具的转动. 但由于本文使用双曲板进行实验，所有弯曲应力均因扭矩 M_k 被抵消而不出现. 根据有限元计算结果，双曲板内部产生一均匀分布的剪应力场，而且精度较高，误差为 0.07%.

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cn

3.4 应力分析与有限元分析比较

由前面对1号曲板的应力测试和有限元分析可知,外载荷都是用单位载荷 $P = 1$ KN 进行的,故这两个结果可很方便地进行比较. 即由应力测试所得应力场 $\tau_{xy} = 0.26090$ MPa,而由有限元所得的则为 $\tau_{xy} = 0.26054$ MPa,它们相差仅 0.13%,两者符合良好.

4 结 论

通过实验、有限元分析以及和已出版的工作比较表明:本文确为研究 $R \geqslant 1000$ mm 的圆柱壳提供了一种夹具简单、调节方便、节省试材、可在普通试验完成的精度较高的剪切屈曲实验新方案.

参 考 文 献

1 Winkins D J. Buckling of Advanced Composite Curved-Planes, Experimental Mechanics, 1974. 326 ~ 330

2 Osullivan H P. Double Block Shear Test for Foil Honeycomb Coress. Aircf Engng, 1961. 68 ~ 70

3 Sims D F. In-Plane Shear Stress-Strain Respones of Unidirectional Composite Materials. J. Composite Materials, 1977. 124 ~ 128

4 M Φ 阿司塔霍夫著,相秉宪译. 飞机强度计算手册. 北京:国防工业出版社,1959

A New Test Method for Shear Buckling of Cylindric Shell and It's Finite Analysis

*Li Jiaju** *Liu Shougui*

Abstract This paper provides a new shear buckling experimental method of cylindric shell of R $\geqslant$ 1000 mm which uses two curved plates and can perform in ordinary test machine. So the difficult problem of the resultant of shearing folw loading to curved plate when testing by single curved one, which is not easy to pass through the shearing center, has been solved. It also avoids the defects caused by torsion on thin cylinder of closed tube. The testing results meet very well with the finite element computational analysis and the published works.

Keywords cylindric shell, curved plate, shearing center, the test on shear buckling of cylindric shell

* Science Institute of Materials, Zhongshan University, Guangzhou 510275

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cn