

结构振动分析中的矩阵摄动理论^{*}

刘济科 高 磊

张宪民

(中山大学应用力学与工程系, 广州? 510275) (汕头大学机电系)

摘 要 在总结国内外大量文献的基础上, 较系统地介绍了结构振动分析中的矩阵摄动理论的研究背景、历史、现状及前景等重要问题, 详细讨论了矩阵摄动法在工程中的若干应用, 指出了存在的一些主要问题及进一步的研究方向。

关键词 结构振动, 摄动, 矩阵

分类号 TH 113. 1

1 矩阵摄动理论的研究背景及意义

结构的振动问题是航空、航天、交通、土建、机械、海洋、船舶等几乎所有工业部门经常遇到的问题。一方面, 随着科学技术的发展, 导致高强度材料、新结构型式不断出现, 常造成工程结构刚度不足; 与此同时, 各种结构的工作环境越来越复杂, 从而使振动问题日益突出, 如飞机、火箭、桥梁等发生的重大事故中, 很多与振动有关。另一方面, 特别是近年来, 人们希望在产品的设计、制造、运输及使用过程中能全面保证产品的动态特性, 很多大型复杂结构(如飞机、海洋钻探平台、航天器、高速车辆等)已逐步由静态设计转为动态设计, 结构的振动设计与分析就显得更加重要了。由于结构的复杂性, 大型结构模型的自由度数通常很大, 因此在设计过程中不得不进行大量的计算、分析, 这是相当费时、费力的。特别是在结构的反复迭代设计、优化设计与分析过程中, 这种弊端就更加明显。因此, 如何对复杂环境中的大型工程结构进行科学的振动优化设计, 既是十分实际的工程问题, 也属复杂系统响应这类前沿科学问题。

大型结构系统的振动设计大多采用计算机辅助设计方法。通常在初步设计阶段, 首先建立一个初始数学模型, 用有限元法计算其固有动态特性。后来, 因各种不同的原因, 常常需要对初始系统进行结构修改, 每作一次修改, 都要重新进行计算。对于复杂结构, 多次求解大型广义特征值问题需要惊人的时间, 也严重影响了研制进度。因此, 探讨结构修改后的简单快速而有效的重分析技术是十分必要的。结构振动分析的矩阵摄动理论, 主要研究结构参数有小变化后, 结构固有频率和固有振型的变化趋势和规律, 因而正是进行结构重分析、优化设计及结构动态灵敏度分析的有力工具。所以, 对矩阵摄动理论的研究, 不

* 广东省自然科学基金(960030)资助项目

收稿日期: 1996-05-09 刘济科, 男, 29岁, 副教授。

仅具有很高的理论价值和学术价值, 而且具有广阔的应用前景, 是振动工程界十分关注的一个重大研究领域.

2 矩阵摄动理论的研究概况

1882年, 天文学家 Lindstedt 通过研究行星轨道的摄动 (指天体在某一引力场中的周期轨道受到其它天体影响所产生的小扰动) 问题创立了摄动理论, 并将问题的解用小参数的幂级数来表示. 但这些级数解常常是发散的, 因此该理论未被广泛接受. 1892年, 伟大的数学家、力学家 Poincare 用严格的数学方法证明了这些级数虽然发散的, 但却是一种“渐近级数”, 即级数的前几项之和当小参数充分小时, 可任意接近原问题的解, 因此能够精确地表达自然现象. 建立了严格的数学理论后, 摄动法才被自然科学家们承认, 并广泛应用到自然科学的各个领域^[1]. 关于代数特征值的有关摄动问题, Wilkinson^[2]进行了系统论述.

在结构动力学领域, 最早研究矩阵摄动法的是 Fox^[3]. 后来, Rudisill^[4], Chen^[5]等人相继发表了关于矩阵摄动法的论文. 他们的工作都仅限于结构系统只存在孤立特征值的最简单情况. 对称结构、频率优化结构以及比较复杂的空间结构, 常会遇到相重特征值情况. 对于这种复杂情况的矩阵摄动法的基本思想, 是由 Haug - Rousselet^[6]、胡海昌^[7]和陈塑寰^[8]彼此独立地提出的. 后来, Ojalvo^[9], Dailey^[10]等对重特征值情况的摄动方法、特征值的导数计算和灵敏度分析进行了系统研究. 王文亮、胡海昌^[11]提出的重特征值的小参数法, 是对 Dailey^[10]工作的补充和推广. 对于密集 (相近) 特征值情况的矩阵摄动问题, 一直未有妥善的处理方法, 胡海昌^[7]首先提出了一种分析思想: 在原系统对应于相近特征值的特征子空间内用 Ritz 法求新系统的近似解. 作者^[12]根据此思想提出了一种近频摄动的新方法.

上述研究工作都是以实模态理论分析为基础的, 但对于具有任意阻尼的系统、非保守力作用下的动力系统、阻尼陀螺系统、气动弹性颤振系统等, 一般不再满足 Caughey^[13]阻尼的对角化条件, 因而不能通过实模态变换将系统方程解耦. 这就需要采用复模态理论, 相应的摄动问题也需采用复模态的矩阵摄动法. Rudisill^[4], 陈塑寰^[8]对此问题进行了研究, 作者^[14]对孤立复特征值的矩阵摄动法的一些问题进行了补充和完善. 但是, 这些分析仅限于孤立复特征值情形. 对相重复特征值情况的复模态矩阵摄动问题, 郑兆昌等^[15]基于实模态理论的摄动方法来求解系统的复特征值和复模态, 讨论了多自由度系统复模态理论的重特征值及高阶摄动方法. 陈塑寰^[8]借助于状态空间, 导出了相重复特征值情形的复模态矩阵摄动公式. 对相近复特征值情况的矩阵摄动法的研究尚未见到公开发表的文献.

3 矩阵摄动理论的若干应用

经过上述 30 年的研究和发展, 矩阵摄动理论已广泛地应用于解决工程实际问题. 具体表现在以下几个方面:

(1) 在大型复杂结构的动力学迭代设计, 结构参数小修改 (或局部修改) 后系统振动特性的重分析中有广泛的应用^[5, 7, 8], 这也正是结构振动分析中的矩阵摄动法的研究背景及起因, 也是其具有强大生命力的根本原因所在.

(2) 广泛地应用于结构动力学设计特别是优化设计、振动模态灵敏度分析, 大型结构系统或其子系统的设计, 解决汽车承载系统的参数设计及机床的优化设计问题等^[16].

(3) 弱耦合结构、刚度或质量悬殊结构系统的振动分析, 刚度或质量的局部修改对系统静、动柔度的影响分析等, 都可以应用矩阵摄动法快速而有效地进行^[7].

(4) 在工程结构的地面共振试验中, 应用矩阵摄动法可方便地从约束结构的模态参数中提取自由-自由结构的模态参数, 如国内有人利用它来提取汽车的模态参数^[8].

(5) 结构振动模态局部化及频率曲线转向现象是当前结构动力学的研究热点之一, 矩阵摄动理论在这类研究中具有独特的重要作用. 作者利用孤立、密集特征值情况的矩阵摄动法, 系统研究了飞机平尾模型及全飞机简化模型的振动模态局部化及频率曲线转向现象^[17-19].

(6) 在失调叶片的动特性分析中应用非常广泛, 主要是将叶片的失调视为谐调叶片的摄动, 从而可利用谐调叶片的动特性直接计算和分析失调叶片的动特性^[20].

当然, 矩阵摄动法还有其它多方面的应用, 在此不再赘述.

4 矩阵摄动理论研究中存在的一些主要问题

虽然经过上述36年的不断研究和发展, 矩阵摄动法正在逐步应用于工程实际, 但随着对工程结构动态设计要求的不断提高, 结构的不断大型化, 系统的动力学特性就进一步复杂了; 另一方面, 大型复杂结构系统正朝着一体化设计方向发展, 实时分析技术正逐步应用到基于试验结果而同步修正理论模型中去, 这都使得现有的矩阵摄动理论在很多方面显得无能为力. 我们认为, 主要存在以下几个方面的问题:

(1) 对于大型工程结构, 常常同时存在三种不同的特征值 (即孤立特征值、重特征值及密集特征值) 情况, 但迄今为止, 尚没有理论上严谨、工程实用性强且能同时有效地处理这三种不同的特征值情况的矩阵摄动方法, 这对于满足优化设计、一体化设计和实时分析要求的计算机软件开发极为不利.

(2) 复模态摄动中由于存在左右特征向量, 待定系数多了一倍, 现有方法在确定这些未知数时往往引进太多的近似, 有的干脆回避某些关键系数的求解, 因而精度差.

(3) 对大型复杂结构的响应分析的矩阵摄动处理方法的研究较少且不深入, 不能满足实际工程需要.

(4) 作用在飞行器、高速车辆等结构上的空气动力一般是非定常的, 系统运动方程的系数矩阵可能是复数, 于是气动弹性颤振系统的动力修改问题就可变成复矩阵的摄动问题了, 但现有方法很少涉及这一重要的且又迫切需要解决的实际问题.

上述问题及其它未解决的一些重要问题, 尚需进一步研究.

参 考 文 献

- 1 Nayfeh A H. Introduction to Perturbation Techniques. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1981
- 2 Wilkinson J H. The Algebraic Eigenvalue Problem. London: Oxford University Press, 1965
- 3 Fox R L, Kapoor M D. Rates of change of eigenvalues and eigenvectors. AIAA Journal, 1968, 6 (12): 2426~2429
- 4 Rudisill C S. Derivatives of eigenvalues and eigenvectors for a general matrix. AIAA Journal, 1974 (12): 721~722
- 5 Chen J C, Wada B K. Matrix perturbation for structural dynamic analysis. AIAA Journal, 1977, 15 (8): 1095~1100

- 6 Haug E J, Rousselet B. Design sensitivity analysis in structural dynamics, II , Eigenvalue variations. *Journal of Structural Mechanics*, 1980, 8 (2): 161~ 186
- 7 胡海昌. 多自由度结构固有振动理论. 北京: 科学出版社, 1987
- 8 陈塑寰. 结构振动分析的矩阵摄动理论. 重庆: 重庆出版社, 1991
- 9 Ojalvo I U. Efficient computation of modal sensitivities for systems with repeated frequencies. *AIAA Journal*, 1988, 26 (3): 361~ 366
- 10 Dailey R L. Eigenvectors derivatives with repeated eigenvalues. *AIAA Journal*, 1989, 27(4): 486 ~ 491
- 11 王文亮, 胡海昌. 重特征值的小参数法. *复旦大学学报*, 1993, 32 (2): 168~ 176
- 12 Chen Jingyu, Liu Jike, Zhao Lingcheng. An improved perturbation method for free vibration analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 180 (3): 519~ 523
- 13 Caughey T K, O'Kelly M E J. Classical normal modes in damped linear dynamic systems. *Journal of Applied Mechanics*, 1965 (32): 583~ 592
- 14 刘济科, 孟光, 张宪民. 对复模态矩阵摄动法的补充, *航空动力学报*, 1996, 11 (1): 97~ 99
- 15 郑兆昌, 谭明一. 多自由度系统复模态理论的摄动方法, (二) 重特征值及高阶摄动. *应用力学学报*, 1985, 2 (4): 17~ 49
- 16 Adelman H M, Haftka R T. Sensitivity analysis of discrete structural systems. *AIAA Journal*, 1986, 24 (5): 823~ 832
- 17 刘济科, 越令诚, 方同. 平尾模型模态局部化及频率曲线转向现象研究. *西北工业大学学报*, 1994, 12 (4): 509~ 513
- 18 刘济科, 赵令诚, 方同. 全机模型模态局部化及频率曲线转向现象研究. *西北工业大学学报*, 1995, 13 (1): 110~ 113
- 19 Liu Jike, Zhao Lingcheng, Fang Tong. A geometric theory in investigation on mode localization and frequency loci veering phenomena, *ACTA Mechanica Solida Sinica*. 1995, 8 (4): 349~ 355
- 20 Wei S T, Pierre C. Localization phenomena in mistuned assemblies with cyclic symmetry, Part II: forced vibration. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, 1988 (110): 439~ 449

Matrix Perturbation Theory in Structural Vibration Analysis

Liu Jike^{*} *Gao Lei* *Zhang Xianmin*

Abstract On the basis of summing up the enormous literatures and our investigations, many important topics, such as the background, history, status quo and prospect of the matrix perturbation theory in structural vibration analysis, are systematically reviewed. The applications in engineering and some unsolved problems are discussed in detail. Besides, a large number of references are listed for the researchers to consult.

Keywords structural vibration, perturbation, matrix notation

* Department of Applied Mechanics and Engineering, Zhongshan University, Guangzhou 510275