第 35卷　第 4期
1996年　7月

中山大学学报 (自然科学版)
ACTA SCIENTIARUM NATURALIUM UNIVERSITATIS SUNYATSENI

Vol. 35　No. 4
Jul.　1996

无穷时滞中立型系统零解的稳定性*

贾 保 国
(中山大学计算机科学系,广州 510275)

摘　要　考虑了一类非线性中立型微分方程 $\dot{x}(t)=g(t,x(t))+f(t,x(t)),x(t-\triangle(t)),\dot{x}(t-\triangle(t)))$,其中$\triangle t$是非负无界函数,满足$(t-\triangle(t))\to+\infty\ (t\to+\infty)$,得到了零解在 $C^{(1)}$空间中渐近稳定的简单的判别准则.

关键词　拟单调增,变分指数,$C^{(1)}$空间,渐近稳定

分类号　O 175.7

中立型时滞系统的稳定性的判定是比较复杂而又困难的问题,文献[1,2]研究了中立型有界时滞系统的稳定性.在本文,我们首先建立了一个无穷时滞的微分不等式,然后用这个不等式及微积分学的上极限理论,得到了较简单的关于无穷时滞中立型系统零解渐近稳定的代数判别法.本文的结论对有界时滞的中立型系统也成立.

1 有关引理

定义 1　设 $f\in C[I\times R^r\times R^r,R^r]$对任意$(u,v)\in R^r\times R^r$,$(\bar{u},\bar{v})\in R^r\times R^r$ (R^r 为 r维欧氏空间),若 $u_i=\bar{u}_i$,$u\le\bar{u}$,$v\le\bar{v}$ (u_i,$\bar{u}_i$ 分别为 u,$\bar{u}$ 的第 i个分量),则有

$$f_i(t,u,v)\le f_i(t,\bar{u},\bar{v}),\quad (i=1,\cdots,r)$$

称 $f(t,u,v)=(f_1(t,u,v),\cdots,f_r(t,u,v))$关于 u拟单调增.

引理 1　对于定义在区间$(-\infty,+\infty)$上的连续的 r维向量函数 $P(t)=(P_1(t),\cdots,p_r(t))$,$\varphi(t)=(\varphi_1(t),\cdots,P_r(t))$及定义在$[t_0,+\infty)$上非负连续函数$\triangle(t)$ (t_0是实数),若满足

1°　$P(t)<\varphi(t)$,$t\in(-\infty,t_0]$

2°　存在一组常数 $k_i\ge 0$ ($i=1,\cdots,r$)

使
$$k_i\,D\,P_i(t)\le f_i(t,P(t),P(t-\triangle(t))),\ (i=1,\cdots,r),\ t>t_0$$
$$k_i\,D\,\varphi_i(t)>f_i(t,\varphi(t),\varphi(t-\triangle(t))),\ (i=1,\cdots,r),\ t>t_0$$

其中 $f(t,u,v)$关于 u拟单调增,$D\,P_i(t)$表示 $P_i(t)$的 Dini左上(下)导数,则

$$P(t)<\varphi(t),\quad t_0<t<+\infty$$

证明　由 1°及 $P(t)$,$\varphi(t)$的连续性,显然有 $\alpha=\sup\{t,P(t)<\varphi(t)\}>t_0$.下证 $\alpha=+\infty$.若否,$\alpha<+\infty$,则存在 i使 $P_i(\alpha)=\varphi_i(\alpha)$,$P(t)\le\varphi(t)$,$t\le\alpha$.　从而有 $P(\alpha-\triangle(\alpha))\le\varphi(\alpha-$

---

*　广东省自然科学基金资助项目

收稿日期:　1995-05-23　　贾保国,男,33岁,讲师

$\triangle(a))$,由 $f(t,u,v)$关于 u的拟单调性及条件 2°知

$$k_i D P_i(a) \leqslant f_i(a, P(a), P(a-\triangle(a))) \leqslant f_i(a, j(a), j(a-\triangle(a))) < k_i D j_i(a) \qquad (1)$$

若 $k_i = 0$则 (1)式不能成立,矛盾 .

若 $k_i > 0$,则 $D P_i(a) < D j_i(a)$,由于当 $t \leqslant a$时, $P(t) \leqslant j(t)$,而 $P_i(a) = j_i(a)$,故 $D P_i(a) \geqslant D j_i(a)$, ($D$为 Dini左上 (下)导数)矛盾 . 故有 $a = +\infty$.

引理 2 设 $P_i(t)$是定义在 $(-\infty, +\infty)$上的非负连续函数, $g_i(t)$是定义在 $(t_0, +\infty)$上的正值连续函数, $\triangle(t)$是定义在 $[t_0, +\infty)$上的非负连续函数 (t_0是实数),常数 $a_{ij} \geqslant 0 (i \neq j; i,j = 1,\cdots,r)$, $b_{ij} \geqslant 0 (i,j = 1,\cdots,r)$,若存在常数 $k_i \geqslant 0 (i = 1,\cdots,r)$,使

$$k_i D P_i(t) \leqslant g_i(t) \sum_{j=1}^{r} [a_{ij} P_j(t) + b_{ij} P_j(t - \triangle(t))], \quad (i = 1,\cdots,r), t > t_0 \qquad (2)$$

其中 Re入 $(a_{ij} + b_{ij})_{r\times r} < 0$, $P_i(t)$在 $(-\infty, t_0]$上有界 $(i = 1,\cdots,r)$,则存在 $k \geqslant 1$, $T_i > 0$使

$$P_i(t) \leqslant k T_i [\sum_{s=1}^{r} \sup_{\theta \leqslant t_0} P_s(\theta)], \quad (i = 1,\cdots,r), t \leqslant t_0 \qquad (3)$$

证明 先说明几个基本事实

① 设 $f_i(t, P(t), P(t-\triangle(t))) = g_i(t) \sum_{j=1}^{r} [a_{ij} P_j(t) + b_{ij} P_j(t-\triangle(t))] (i = 1,\cdots,r), t > t_0$ 其中 $P(t) = (P_1(t),\cdots,P_r(t))$,由于 $a_{ij} \geqslant 0 (i \neq j; i,j = 1,\cdots,r)$ $b_{ij} \geqslant 0 (i,j = 1,\cdots,r)$,易知 $f(t,u,v) = (f_1(t,u,v),\cdots,f_r(t,u,v))$关于 u拟单调增 .

② 由假设知: 矩阵 $(a_{ij} + b_{ij})_{r\times r}$是稳定的 M矩阵,它是拟负对角占优的 [3],故存在 $T_i > 0$ 使

$$\sum_{j=1}^{r} (a_{ij} + b_{ij}) T_j < 0, \quad (i = 1,\cdots,r) \qquad (4)$$

要证 (3)式成立,我们先证对任意 $X > 0$,有

$$P_i(t) \leqslant k T_i [\sum_{s=1}^{r} \sup_{\theta \leqslant t_0} P_s(\theta) + X], (i = 1,\cdots,r), t \geqslant t_0$$

其中 k是满足 $\min_{1 \leqslant i \leqslant r} \{k T_i\} \geqslant 1$的常数,由于 $\min_{1 \leqslant i \leqslant r} \{T_i\} > 0$, 故这样的 k一定存在 .

令 $j_i(t) = k T_i [\sum_{s=1}^{r} \sup_{\theta \leqslant t_0} P_s(\theta) + X], (i = 1,\cdots,r) (-\infty < t < +\infty)$. 现在证明 $j_i(t)$满足引理 1的条件,由 (4)式易知

$$f_i(t, j(t), j(t-\triangle(t))) = g_i(t) k [\sum_{s=1}^{r} \sup_{\theta \leqslant t_0} P_s(\theta) + X][\sum_{j=1}^{r} (a_{ij} + b_{ij}) T_j] < 0, \quad t > t_0$$

由于当 $t > t_0$时, $j'_i(t) \equiv 0$,从而有

$$j_i'(t) > f_i(t, j(t), j(t-\triangle(t))), (i = 1,\cdots,r), t > t_0$$

由 $\min_{1 \leqslant i \leqslant r} \{k T_i\} \geqslant 1$,知

$$j_i(t) > P_i(t), (i = 1,\cdots,r) \quad t \in (-\infty, t_0]$$

由于 $f(t,u,v)$关于 u拟单调增,从而 $P(t)$, $j(t)$满足引理 1的条件,因此

$$P_i(t) < j_i(t) (i = 1,\cdots,r), t \geqslant t_0$$

再令 $X \to 0$ 就得到了不等式 (3).

推论 1 设 r是偶数, $r = 2q$, $g_i(t) (i = 1,\cdots,q)$是正的连续函数, $P_i(t)$, $\triangle(t)$如引理 2所述,在 $(t_0, +\infty)$上满足

$$\begin{aligned} & D P_i(t) \leqslant g_i(t) \sum_{j=1}^{r} [a_{ij} P_i(t) + b_{ij} P_j(t - \triangle(t))] \ (i = 1,\cdots,q) \\ & 0 \leqslant \sum_{j=1}^{r} [a_{ij} P_j(t) + b_{ij} P_j(t - \triangle(t))] \ (i = q+1,\cdots,r) \end{aligned} \qquad (5)$$

$a_{ij}, b_{ij}(i, j=1,\cdots,r)$的假设同引理 2,则存在 $k\geqslant 1, T_i>0$,使

$$P_i(t)\leqslant kT_i\left[\sum_{s=1}^{r}\sup_{\theta\leqslant t_0}P_s(\theta)\right],\quad t\geqslant t_0\ (i=1,\cdots,r) \tag{6}$$

证明　在引理 2中,当 $g_i(t)=1(i=q+1,\cdots,r)$,而当 $i=1,\cdots,q$时 $k_i=1$. 当 $i=q+1,\cdots,r$时 $k_i=0$,此时(2)式变为(5)式. 引理 2的条件满足,存在 $k\geqslant 1, T_i>0$,使(6)式成立.

2 无穷时滞非线性中立型系统的稳定性

考虑非线性中立型系统

$$\dot{x}(t)=g(t,x)+f[t,x(t),x(t-\triangle(t)),\dot{x}(t-\triangle(t))] \tag{7}$$

其中$\triangle(t)$在$[t_0,+\infty)$上是非负无界的连续函数,满足 $t-\triangle(t)\to+\infty\ (t\to\infty)$, $x=(x_1,\cdots,x_n)^T$, $g\in C[[t_0,+\infty)\times R^n, R^n]$, $g(t,0)\equiv 0$, $f\in C[[t_0,+\infty)\times R^n\times R^n\times R^n, R^n]$, $f(t,0,0,0)\equiv 0$, $g(t,x)$的雅可比矩阵连续. 初始条件为

$$x(t)=\varphi(t),\quad \dot{x}(t)=\dot{\varphi}(t);\quad -\infty<t\leqslant t_0 \tag{8}$$

其中 $\varphi(t)$, $\dot{\varphi}(t)$在$(-\infty,t_0]$上连续有界.

我们假设系统(7)式的满足初始条件(8)式的解是存在,唯一的.

定义 2　称系统 $\dot{z}=g(t,z)$的零解满足变分指数估计. 若存在负的连续函数 $r(t)$及常数 $M\geqslant 1$,使

$$\|z(t,s,z_0)\|\leqslant M\|z_0\|\exp\left(\int_s^t r(z)\,dz\right),\quad \|\Phi(t,s,z_0)\|\leqslant M\exp\left(\int_s^t r(z)\,dz\right),\qquad t\geqslant s\geqslant t_0$$

其中 $z(t,s,z_0)$是方程 $\dot{z}=g(t,z)$的满足 $z(s,s,z_0)=z_0$的解, $\Phi(t,s,z_0)=\dfrac{\partial}{\partial z_0}z(t,s,z_0)$, $\Phi(s,s,z_0)=E$(单位矩阵).

定义 3　设 $t_0\in R$,若对任意 $\varepsilon>0$,存在 $\delta>0$使当$\|\varphi\|<\delta$时有

$$\|x(t,t_0,\varphi)\|+\|\dot{x}(t,t_0,\varphi)\|<\varepsilon,\quad t\geqslant t_0$$

其中$\|\varphi\|=\sup\limits_{t\leqslant t_0}\{\|\varphi(t)\|+\|\dot{\varphi}(t)\|\}$, $x(t,t_0,\varphi)$是(7)式的满足初始条件(8)式的解,则称(7)式的零解在 $C^{(1)}$空间中稳定.

定义 4　若(7)式的零解稳定,且当$\|\varphi\|<\delta$时有

$$\lim[\|x(t,t_0,\varphi)\|+\|\dot{x}(t,t_0,\varphi)\|]=0$$

则称(7)式的零解在 $C^{(1)}$空间中渐近稳定.

引理 3　设 $x(t,t_0,\varphi)$是系统(7)式的满足初始条件(8)式的解, $z(t,t_0,\varphi(t_0))$是 $\dot{z}=g(t,z)$的满足初始条件 $z(t_0)=\varphi(t_0)$的解且 $x(t,t_0,\varphi)$与 $z(t,t_0,\varphi(t_0))$在$[t_0,+\infty)$上有定义,则有

$$x(t,t_0,\varphi)=z(t,t_0,\varphi)+\int_{t_0}^{t}\Phi(t,s,x(s,t_0,\varphi))f(s)\,ds,\quad t\geqslant t_0 \tag{9}$$

其中 $f(s)=f(s,x(s,t_0,\varphi),x(s-\triangle(s),t_0,\varphi),\dot{x}(s-\triangle(s),t_0,\varphi))$.

证明　完全类似于文[4]的 Alekseev公式的证明,从略.

定理 1　设系统(7)式满足下列条件

1° 系统 $\dot{z}=g(t,z)$的零解满足变分指数估计,且存在 $k>0$使对 $t\geqslant t_0$, $\|z\|<+\infty$有 $\|g(t,z)\|\leqslant k\|z\|$.

2° $\|f(t,x(t),x(t-\triangle(t)),\dot{x}(t-\triangle(t)))\|\leqslant$

$$a(t)\|x(t)\|+b(t)\|x(t-\triangle(t))\|+c(t)\|\dot{x}(t-\triangle(t))\|$$

其中非负连续函数 $a(t), b(t), c(t)$ 及 $a(t)/|r(t)|$, $b(t)/|r(t)|$, $c(t)/|r(t)|$ 有界, $r(t)$ 为定义2中的负函数. $a=\sup a(t)$, $b=\sup b(t)$, $c=\sup c(t)$ 及 $a'=\sup a(t)/|r(t)|$, $b'=\sup b(t)/|r(t)|$, $c'=\sup c(t)/|r(t)|$, $t\geq t_0$.

3° 矩阵 $A=\begin{pmatrix} -1+Ma'+Mb' & Mc' \\ k+a+b & -1+c \end{pmatrix}$ 是稳定的. 其中 M 是定义2中的常数, 则有

① (7)式的零解在 $C^{(1)}$ 空间中稳定.

② 若 $\int_{t_0}^{+\infty} r(z)\,dz=-\infty$, 则(7)式的零解在 $C^{(1)}$ 空间中渐近稳定.

证明 令 $\dot{x}(t)=y(t)$, 则 $\dot{x}(t-\triangle(t))=y(t-\triangle(t))$, 因此方程(7)可化为如下形式

$$y(t)=g(t,x(t))+f(t,x(t),x(t-\triangle(t)),y(t-\triangle(t)))$$

由条件1°, 2°得

$$\|y(t)\|\leq k\|x(t)\|+a\|x(t)\|+b\|x(t-\triangle(t))\|+c\|y(t-\triangle(t))\|,\quad t\geq t_0 \tag{10}$$

由引理3知系统(7)式的解满足

$$x(t,t_0,h)=z(t,t_0,h(t_0))+\int_{t_0}^{t} h(t,s,x(s,t_0,h))f(s)\,ds,\quad t\geq t_0$$

其中 $f(s)=f(s,x(s),x(s-\triangle(s)),y(s-\triangle(s)))$, 为简单起见, 记 $x(t)=x(t,t_0,h)$, 由1°, 2°知

$$\|x(t)\|\leq M\|h(t_0)\|\exp\left(\int_{t_0}^{t} r(z)\,dz\right)+\int_{t_0}^{t} M\exp\left(\int_{s}^{t} r(z)\,dz\right)(a(s)\|x(s)\|+ b(s)\|x(s-\triangle(s))\|+((s)\|y(s-\triangle(s))\|)\,ds,\quad t\geq t_0 \tag{11}$$

当 $-\infty<t\leq t_0$ 时, 令 $P_1(t)=M\sup_{\theta\leq t_0}\|h(\theta)\|$

当 $t>t_0$ 时, 令 $P_1(t)=M\sup_{\theta\leq t_0}\|h(\theta)\|\exp\left(\int_{t_0}^{t} r(z)\,dz\right)+\int_{t_0}^{t} M\exp\left(\int_{s}^{t} r(z)\,dz\right)\cdot$

$$(a(s)\|x(s)\|+b(s)\|x(s-\triangle(s))\|+c(s)\|y(s-\triangle(s))\|)\,ds$$

由(11)式易知

$$\|x(t,t_0,h)\|\leq P_1(t),\quad -\infty<t<+\infty \tag{12}$$

当 $t>t_0$ 时, 对 $P_1(t)$ 求导且由2°及(12)式得

$$\dot{P}_1(t)=r(t)P_1(t)+M[a(t)\|x(t)\|+b(t)\|x(t-\triangle(t))\|+c(t)\|y(t-\triangle(t))\|]\leq -r(t)\{-P_1(t)+Ma'P_1(t)+Mb'P_1(t-\triangle(t))+Mc'\|y(t-\triangle(t))\|\} \tag{13}$$

由(10), (12)式得

$$0\leq -\|y(t)\|+kP_1(t)+aP_1(t)+bP_1(t-\triangle(t))+c\|y(t-\triangle(t))\| \tag{14}$$

由条件3°: 矩阵 $A=\begin{pmatrix} -1+Ma'+Mb' & Mc' \\ k+a+b & -1+c \end{pmatrix}$ 是稳定的. 从而由文[3]知它是拟负对角占优的, 即存在 $T>0$, 使

$$-1+Ma'+Mb'+Mc'T<0 \tag{15}$$

$$k+a+b+(-1+c)T<0 \tag{16}$$

令 $P_2(t)=\|y(t)\|/T$, $-\infty<t<+\infty$; $g_1(t)=-r(t)$, $t>t_0$; 则(13), (14)式可化为

$$\dot{P}_1(t)\leq g_1(t)[(-1+Ma')P_1(t)+Mb'P_1(t-\triangle(t))+Mc'TP_2(t-\triangle(t))],\quad t>t_0 \tag{17}$$

$$0\leq (k+a)P_1(t)-TP_2(t)+bP_1(t-\triangle(t))+cTP_2(t-\triangle(t)),\quad t>t_0 \tag{18}$$

由(15), (16)式知: 矩阵 $A=\begin{pmatrix} -1+Ma'+Mb' & Mc'T \\ k+a+b & (-1+c)T \end{pmatrix}$ 是负对角占优的, 从而由文[3]知: $\mathrm{Re}\,\lambda(a_{ij}+b_{ij})_{2\times 2}<0$. 由(17), (18)式及推论1(这里 $r=2$, $q=1$)知: 存在 $k\geq 1$, $T>0$, 使

$$P_i(t) \leqslant k\mathrm{T}_i \sup_{\theta \leqslant t_0}[P_1(\theta) + P_2(\theta)],\quad t \geqslant t_0, (i = 1, 2)$$

由 (12)式及 $P_2(t) = \| y(t) \| /\mathrm{T}, -\infty < t < +\infty$,知: 存在常数 $L > 0$,使

$$\| x(t, t_0, \mathrm{h}) \| + \| \dot{x}(t, t_0, \mathrm{h}) \| \leqslant L \| \mathrm{h} \|,\quad t \geqslant t_0$$

其中 $\| \mathrm{h} \| = \sup_{\theta \leqslant t_0}[\| \mathrm{h}(\theta) \| + \| \dot{\mathrm{h}}(\theta) \|]$,由定义 3知系统 (7)式的零解在 $C^{(1)}$空间中稳定 .

下面,我们将用 (17), (18)式证明

$$\lim_{t \to +\infty} [P_1(t) + P_2(t)] = 0$$

设 $\overline{\lim_{t \to +\infty}} P_i(t) = \theta_i (i = 1, 2)$,显然 $0 \leqslant \theta_i < +\infty$,由上极限的定义及 $t - \triangle(t) \to +\infty$ $(t \to +\infty)$知: 对任意 $\mathrm{X} > 0$,存在 $T_1 > t_0$,使当 $t \geqslant T_1$时,有

$$P_i(t) < \theta_i + \mathrm{X},\quad P_i(t - \triangle(t)) < \theta_i + \mathrm{X},\quad (i = 1, 2) \tag{19}$$

若 $\theta_1 \leqslant \theta_2$, 是由 (18)式得

$$-\mathrm{T}P_2(t) \leqslant (k + a) P_1(t) + bP_1(t - \triangle(t)) + c\mathrm{T}P_2(t - \triangle(t)) \leqslant$$
$$(k + a + b + c\mathrm{T})(\theta_2 + \mathrm{X}),\quad t \geqslant T_1$$

由 $\overline{\lim_{t \to +\infty}} P_2(t) = \theta_2$知: 存在 $T_2 > T_1$,使 $P(T_2) > \theta_2 - \mathrm{X}$ 从而有

$$\mathrm{T}(\theta_2 - \mathrm{X}) \leqslant \mathrm{T}P(T_2) \leqslant (k + a + b + c\mathrm{T})(\theta_2 + \mathrm{X})$$

故

$$\mathrm{T}(\theta_2 - \mathrm{X}) \leqslant (k + a + b + c\mathrm{T})(\theta_2 + \mathrm{X})$$

令 $\mathrm{X} \to 0$ 得 $(-\mathrm{T} + k + a + b + c\mathrm{T})\theta_2 \geqslant 0$

由 (16)式易知: 必有 $\theta_2 = 0$,从而由 $\theta_1 \leqslant \theta_2$ 知: $\theta_1 = 0$.

若 $\theta_1 > \theta_2$,则由 (17)式得

$$\dot{P}_1(t) - r(t)(1 - Ma')P_1(t) \leqslant -r(t)[Mb'P_1(t - \triangle(t)) + Mc'\mathrm{T}P_2(t - \triangle(t))],\quad t > t_0$$

两边乘以 $\exp(\int_{T_1}^{t}(Ma' - 1)r(s)\mathrm{d}s$,并由 (19)式及 $\theta_1 > \theta_2$,得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\exp(\int_{T_1}^{t}(Ma' - 1)r(s)\mathrm{d}s)P_1(t)\right] \leqslant$$
$$\exp(\int_{T_1}^{t}(Ma' - 1)r(s)\mathrm{d}s)[-r(t)][Mb' - Mc'\mathrm{T}](\theta_1 + \mathrm{X}),\quad t > T_1$$

两边从 T_1到 t积分得

$$\exp(\int_{T_1}^{t}(Ma' - 1)r(s)\mathrm{d}s)P_1(t) - P_1(T_1) \leqslant$$
$$\frac{Mb' + Mc'\mathrm{T}}{1 - Ma'}(\theta_1 + \mathrm{X})\left[\exp(\int_{T_1}^{t}(Ma' - 1)r(s)\mathrm{d}s) - 1\right],\quad t \geqslant T_1$$

两边同乘以 $\exp(-\int_{T_1}^{t}(Ma' - 1)r(s)\mathrm{d}s$,并由 (19)式易得

$$P_1(t) \leqslant (\theta_1 + \mathrm{X})\exp(\int_{T_1}^{t}(1 - Ma')r(s)\mathrm{d}s) + \frac{(Mb' + Mc'\mathrm{T})(\theta_1 + \mathrm{X})}{1 - Ma'},\quad t \geqslant T_1$$

由 (15)式知: $1 - Ma' > 0$,从而由 $\overline{\lim_{t \to +\infty}} P_1(t) = \theta_1$ 及 $\int_{t_0}^{+\infty} r(s)\mathrm{d}s = -\infty$ 知: 存在 $T_2 > T_1$ 使

$$\theta_1 - \mathrm{X} < P_1(T_2),\quad \exp(\int_{T_1}^{T_2}(1 - Ma')r(s)\mathrm{d}s) \leqslant \mathrm{X}$$

由前式易得 $\theta_1 - \mathrm{X} < P_1(T_2) \leqslant (\theta_1 + \mathrm{X})\mathrm{X} + (Mb' + Mc'\mathrm{T})(\theta_1 + \mathrm{X})/(1 - Ma')$

故 $\theta_1 - \mathrm{X} < (\theta_1 + \mathrm{X})\mathrm{X} + (Mb' + Mc'\mathrm{T})(\theta_1 + \mathrm{X})/(1 - Ma')$

令 $\mathrm{X} \to 0$ 得 $\theta_1 \leqslant (Mb' + Mc'\mathrm{T})/(1 - Ma')\theta_1$

由(15)式知 $(Mb' + Mc'T)/(1 - Ma') < 0$

从而必有 $\theta_1 = 0$. 这与 $\theta_1 > \theta_2 \geqslant 0$ 矛盾,故 $\theta_1 \leqslant \theta_2$. 而由前面的证明知:此时 $\theta_1 = \theta_2 = 0$,从而推得

$$\overline{\lim_{t \to +\infty}} P_i(t) = 0 \quad (i = 1, 2)$$

又由 $P_i(t) \geqslant 0$ 知

$$\lim_{t \to +\infty} P_i(t) = 0 \quad (i = 1, 2)$$

所以由(12)式及 $P_2(t) = \| y(t) \| / T = \| \dot{x}(t) \| / T, -\infty < t < +\infty$,得

$$\lim_{t \to +\infty} [\| x(t, t_0, h) \| + \| \dot{x}(t, t_0, h) \|] = 0$$

由定义 4知系统(7)式的零解在 $C^{(1)}$ 空间中渐近稳定.

参 考 文 献

1 斯力更,章毅. 具有变量时滞的非线性中立型系统的稳定性. 科学通报, 1986, 20: 1527~ 1530

2 廖晓昕. 中立型大系统稳定性的分块迭代法. 中国科学, 1985, 9: 784~ 798

3 Siljak D D. Large scale dynamic systems: stability and structure. New York: Elsevier North-Holand Inc, 1978. 394~ 406

4 Reissig R, Sansone G, Conti R. Nonlinear differential equations of high order. Noorhff International Publishing, 1974. 152~ 154

The Stability of Neutral Differential Equations with Infinite Delay

*Jia Baoguo**

Abstract The author considers a class of nonlinear neutral differential equations $\dot{X}(t) = g(t, x(t)) + f[t, x(t), x(t - \triangle(t)), \dot{x}(t - \triangle(t))]$. Where $\triangle(t)$ is a non-negtive and unbounded function, and meets the condition $(t - \triangle(t)) \to +\infty$ $(t \to +\infty)$. The asymptotic stability criteria of the zero solution are obtained.

Keywords quasi-monotone increasing function, variation exponential, asymptotic stability, $C^{(1)}$ space

* Department of Computer Science, Zhongshan University, Guangzhou 510275