

铁磁自旋波对 Texture 介观环中 持续电流的影响*

吴深尚

(中山大学物理学系, 广州 510275)

摘 要 利用自旋波理论研究某种晶体结构中介观环的持续电流. 发现自旋波的量子涨落将影响介观环中的持续电流, 电流振幅随温度的变化由赝 Debye-Waller 系数决定. 在低温极限下, 赝 Debye-Waller 系数仍不为零.

关键词 自旋波, 介观环, 持续电流, 磁子-电子相互作用

分类号 O413.3

介观环中持续电流的理论结果与实验数据一直存在较大的差距. 最近, Loss 等人特别研究了一个处于某种晶体结构 (texture) 中的介观环中电子的运动问题^[1]. 这种 Texture 具有一个经典的, 非均匀磁场. Loss 发现即使系统 (Texture 加介观环) 不存在传统的电磁通量, 但由于这个晶体结构具有磁场, 所以介观环中依然有持续电流. 持续电流与 Berry 位相有密切关系. Gao 等也研究这个特殊系统并给出某种形式的严格解, 找出持续电流与 A. A 位相的关系^[2].

Loss 系统中的 Textures 可以是本征铁磁性材料, 也可以用非均匀的绝缘铁磁材料来承托介观环. 由于这些材料存在各种量子涨落, 因此, 单考虑介观环处于 Textures 的静态磁场是不够的. 虽然 Loss 已考虑过零点涨落对持续电流的影响^[3], 但我们更感兴趣讨论 Texture 的低能涨发态——自旋波的量子涨落对持续电流的影响. 从理论上, 我们可以将这种铁磁性晶体结构用多带 Hubbard 模型来描述. 具有平坦能带的多带 Hubbard 模型的激发谱中同时具有声学磁子 (magnon) 及光学磁子^[4,5].

本文研究铁磁自旋波涨落对介观环上持续电流的影响, 我们引进一个等效哈密顿量来描述 Loss 系统. 在此基础上进一步考虑自旋波的量子涨落, 求出有 magnon 与电子相互作用的哈密顿量的精确能谱, 结果发现持续电流受到量子涨落的明显影响.

1 等效哈密顿量及其精确解

我们将一个质量为 m 、电荷为 e 、自旋 $\frac{1}{2}$ 的非相互作用电子限于一维环中运动, 将半径为 a 的环置于 xy 平面内, 同时置于磁场为 $B\hat{n}(\theta)$ 的 Textures 中. 电子在环中的空间位置由角变量 θ 描述 (如图 1 所示). 将这个系统称为 Loss 系统, 其哈密顿量为

* 中山大学高等学术研究中心资助项目

收稿日期: 1995-08-16 吴深尚, 男, 50 岁, 副教授

$$\hat{H} = \frac{1}{2ma^2} [\hat{P}_\theta - \frac{ea}{c} A_\theta]^2 - \gamma B \hat{n}(\theta) \cdot \hat{\sigma} \quad (1)$$

这里 A_θ 是磁场 B 的矢量势, $\gamma = ge\hbar/4mc$ 为 Bohr 磁子. (1) 式的能量本征值为

$$\epsilon_n = \frac{\hbar^2}{2ma^2} [n - \phi]^2 - \alpha\gamma B \quad (2)$$

上式的 $\phi = \phi^m + \alpha\phi^g$, $\alpha = \pm 1$, 其中 ϕ^m 是通过介观环的电磁通量, ϕ^g 是几何通量. 在低温 ($\beta g\mu_B \gg 1$, $\beta = 1/k_B T$) 下, 我们只限于讨论 $\alpha = 1$ 的状态, 即电子的自旋极化于一个方向. 则 (2) 式变为

$$\epsilon_n = \frac{\hbar^2}{2ma^2} [n - \phi]^2 - \gamma B \quad (2)'$$

$$\phi = \phi^m + \phi^g$$

Loss 系统中 $\gamma B \hat{n} \cdot \hat{\sigma}$ 是自旋-轨道耦合作用. 正如

Loss 所指出的: 在带 hopping 项的紧束缚模型中几何位相可以由 $\gamma B \vec{n} \cdot \vec{\sigma}$ 导出. 所以 Loss 系统与紧束缚模型有密切联系. 下面我们讨论与 Loss 系统等效的紧束缚模型.

简单的紧束缚系统为周长 $L = Na$ 的一维细环, 通以磁通 ϕ , 其相应的薛定谔方程为

$$\sum_{l=1}^N [\epsilon_l C_l^+ + C_l - J(C_{l+1}^+ C_l + C_l^+ C_{l+1})] |\psi\rangle = \epsilon_n |\psi\rangle \quad (3)$$

(3) 式中 C_l^+ , C_l 分别是 l 原胞上的电子产生与消灭算子, J 是电子的跳跃积分, ϵ_l 是电子在原胞的能量, 对于完整晶体 ϵ_l 与原胞的位置无关 ($\epsilon_l \equiv \epsilon_0$).

这一简单的紧束缚系统有严格解, 令其波函数为

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=1}^N C_l^+ \exp\left[il \frac{2\pi}{N} (n - \phi)\right] |0\rangle \quad (4)$$

将 (4) 式代入 (3) 并利用周期性的边条件:

$$C_{l+N} = C_l \exp[i2\pi(n - \phi)]$$

即求出 (3) 式的能量本征值

$$\epsilon_n = \epsilon_0 - 2J \cos\left[\frac{2\pi}{N}(n - \phi)\right] \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5)$$

在大 N 条件下 ($N > 5$), 并引入电子有效质量 m^* ,

$$m^* = \hbar^2 N^2 / (8Ja^2\pi^2) \quad (6)$$

则能级近似表为

$$\epsilon_n = \frac{\hbar^2}{2m^* a^2} (n - \phi)^2 + \epsilon_0 - 2J = \frac{\hbar^2}{2m^* a^2} (n - \phi)^2 - \gamma B \quad (7)$$

这里 $\gamma B \equiv 2J - \epsilon_0$.

(7) 式中, 我们唯象地将自旋-轨道耦合作用分解为电子在原胞上的能量及电子在原胞间的跳跃积功能.

由 (7) 式与 (2) 式相比较可知在一定条件下简单的一维紧束缚环等效于 Loss 系统. 它们的能谱有相同的形式. 因此我们可以用简单紧束缚哈密顿量来处理自旋波量子涨落

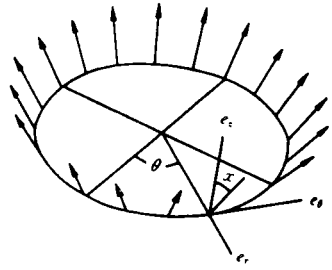


图 1 置于非均匀磁场 (Texture) 中的介观环的示意图

Fig. 1 Mesoscopic ring in an inhomogeneous magnetic field (arrous) with tilt angle χ

对持续电流的影响.

2 自旋波量子涨落对介观环持续电流的影响

引入描述自旋波量子涨落的玻色算符 b_q^+ , b_q , 分别代表发射或吸收一个 magnon. 自旋波量子涨落对介观环电子的影响体现于 magnon 与电子之间存在相互作用, 这时 Loss 系统在存在 magnon 影响下的哈密顿量为

$$\hat{H}_{m-e} = \sum_{l=1}^N [\epsilon_0 C_l^+ C_l - J(C_{l+1}^+ C_l + C_l^+ C_{l+1})] + \sum_q \hbar \omega_q b_q^+ b_q + \sum_{q,l} M_q e^{iqla} (b_q + b_q^+) C_l^+ C_l \quad (8)$$

(8) 式第一项代表处于静态 Texture 磁场中的介观环中电子的哈密顿量, 第二项是 Texture 中磁场——自旋波涨落的哈密顿量, 第三项是表示 magnon 与环中电子的相互作用哈密顿量, M_q 是耦合系数并满足 $M_q^* = M_{-q}$.

我们采用变分法求解 (8) 式的薛定谔方程

$$\hat{H}_{M-e} |\tilde{\psi}\rangle = E |\tilde{\psi}\rangle \quad (9)$$

取变分波函数 $|\tilde{\psi}\rangle$ 为

$$|\tilde{\psi}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=1}^N C_l^+ \exp [il \frac{2\pi}{N} (n-\varphi)] S_l |\cdots, n_q, \cdots\rangle \quad (10)$$

其中 magnon 态 $|\cdots, n_q, \cdots\rangle$ 表示为

$$|\cdots, n_q, \cdots\rangle = \prod_l (1/\sqrt{n_q!}) (b_q^+)^{n_q} |0\rangle \quad (11)$$

么正算子 S_l 定义为

$$S_l = \exp \sum_q (b_q - b_q^+) f_q e^{iqa} \quad (12)$$

这里变分参数 f_q 有如下关系 $f_{-q} = f_q^*$, 变分波函数 $|\tilde{\psi}\rangle$ 中包含了电子对任意虚 magnon 的发射与吸收的虚过程. 变分波函数类似于 Fröhlich 的极化子理论^[6], 也类似于 LLP 理论中的变分波函数^[7], 只不过它们表示电子与声子的虚过程.

利用熟知的关系 $S_l^+ b_q S_l = b_q - f_q e^{-iqa}$, 我们求出平均能量

$$E = \langle \tilde{\psi} | \hat{H} | \tilde{\psi} \rangle = \epsilon_0 - 2J e^{-w} \cos \left[\frac{2\pi}{N} (n-\varphi) \right] + \sum_q \hbar \omega_q (n_q + |f_q|^2) - \sum_q 2M_q f_q^* \quad (13)$$

我们将 (13) 式出现的因子 e^{-w} 称为赝 Debye-Waller 系数, $e^{-w} \equiv \langle \cdots, n_q, \cdots | S_{l+1}^+ S_l | \cdots, n_q, \cdots \rangle$, 其中

$$W \equiv \sum_q 2|f_q|^2 (n_q + \frac{1}{2}) [1 - \cos(qa)] \quad (14)$$

由平均能量的极值条件 $(\delta/\delta f_q^*) \langle \tilde{\psi} | \hat{H} | \tilde{\psi} \rangle = 0$ 求出变分参数 f_q 为

$$f_q = M_q \left\{ \frac{1}{2} \hbar \omega_q - 2J \cos \left[\frac{2\pi}{N} (n-\varphi) \right] (n_q + \frac{1}{2}) [1 - \cos(qa)] e^{-w} \right\}^{-1} \quad (15)$$

变分参数由 (14) 式及 (15) 式确定.

在自旋波理论中光学 magnon 涉及原胞中自旋的空间振荡^[6]. 在这里我们只考虑光学 magnon 的虚过程, 光学 magnon 的能量为 $\hbar \omega_q = \hbar \omega_0$. 在小 J 的条件下, 变分参数 $f_q \approx$

$2M_q/\hbar\omega_0$, 并且

$$W = \sum_q 4 \frac{|M_q|^2}{(\hbar\omega_0)^2} \coth\left[\frac{1}{2} \frac{\hbar\omega_0}{k_B T}\right] (1 - \cos(qa)) \quad (16)$$

能量本征值成为

$$E_n = \epsilon_0 - 2Je^{-w} \cos\left[\frac{2\pi}{N}(n-\varphi)\right] + \sum_q n_c \hbar\omega_0 \quad (17)$$

利用电流公式 $I_n = -C\partial E_n/\partial\varphi$, 我们求出处于每一能级上的电子对电流的贡献为

$$I_n = -(2eJ/N\hbar)e^{-w} \sin\left[\frac{2\pi}{N}(n-\varphi)\right] \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (18)$$

介观环中总的持续电流由各占据能级上电子的电流之和给出:

$$I = \sum_N I_n = \sum_N -\frac{2eJ}{N\hbar} e^{-w} \sin\left[\frac{2\pi}{N}(n-\varphi)\right] \quad (19)$$

在低温极限下: $\hbar\omega_0/K_B T \gg 1$, (19)式可写成

$$I = \sum_n I_0 e^{-w_0} \sin\left[\frac{2\pi}{N}(n-\varphi)\right]$$

其中 $I_0 \equiv -2eJ/N\hbar$, $w_0 = \sum_q 4|M_q|^2/(\hbar\omega_0)^2 [1 - \cos(qa)]$.

对于有确定电子数 N 的介观环, 总的持续电流为

$$I = I_0 e^{-w_0} \sin\left(\frac{2\pi}{N}\varphi\right) / \sin(\pi/N) \quad (\text{当 } N \text{ 为奇数且, } -0.5 \leq \varphi < 0.5)$$

$$I = I_0 e^{-w_0} \sin\left[\frac{\pi}{N}(2\varphi-1)\right] / \sin(\pi/N) \quad (\text{对于偶数 } N, \text{ 且 } 0.0 \leq \varphi < 1)$$

3 讨 论

我们证明一个简单的紧束缚一维环通以一定磁通时等价于静态 Texture 下的 Loss 系统, 用简单紧束缚模型给出了 Texture 静态磁场时 Loss 的理论结果. 进一步考虑 Texture 中自旋波的量子涨落对电子的作用, 结果表明由于存在电子吸收和发射 magnon 的虚过程, 持续电流的振幅出现了一个我们称之为赝 Debye-Waller 的因子 e^{-w} , 它减少了持续电流的幅度.

Loss 讨论 texture 的零点涨落的作用. 并指出这种涨落对能量增加了一个常数的修正项——零点能, 但它对持续电荷流并不产生影响. 我们讨论的量子涨落已超出了他们讨论的范围, 所以得到的结果不同于 Loss 的结论是完全可能的, 也是一个新的结果.

本工作从另一个角度印证了 Loss 等人所指出的如下结论: 在由传统的自旋轨道耦合诱导出几何位相的问题上, Loss 系统与带 hopping 的紧束缚系统是等价的.

参 考 文 献

- 1 Loss D, Goldbart P M. Berry's phase and persistent charge and spin currents in textured mesoscopic ring. Phys Rev Lett, 1990, 65: 1655
- 2 Gao X C, Qian T Z. Aharonov-Anandan phase and persistent currents in a mesoscopic ring. Phys Rev, 1993, B47: 7128
- 3 Loss D, Goldbart P M. Persistent currents from Berry's phase in mesoscopic systems. Phys

- Rev, 1992, B45: 13544
- 4 Fujimoto S, Kawakami N. Persistent currents in mesoscopic Hubbard ring with spin-orbit interaction. Phys Rev, 1993, B48: 17406
 - 5 Kusakabe K, Aoki H. Ferromagnetic spin-wave theory in the multiband Hubbard model having a flat band, Phys Rev Lett, 1994, 72: 144
 - 6 Haken H. Quantum field theory of solids. North-Holland publishing company, 1976. Chap. V
 - 7 Zhou Y C, Yang X E, Li H Z. The effect of electron-phonon coupling on persistent currents in one-dimensional mesoscopic rings. Phys Lett, 1994, A190: 123

Influence of Ferromagnetic Spin-Wave on the Persistent Currents in the Textures Mesoscopic Ring

Wu Shenshang *

Abstract The influences of the magnon-electron interaction on the persistent currents in the textures mesoscopic ring are studied. We show that the amplitude of the current is exponentially reduced by a factor compared to the free case due to the magnon-electron interaction.

Keywords mesoscopic ring, persistent currents, ferromagnetic spin-wave, magnon-electron interaction

* Department of Physics, Zhongshan University, Guangzhou 510275