

广义导纳圆*

范仰才** 李景德 符德胜

(中山大学物理学系, 广州 510275)

摘 要 用广义导纳圆综合了 Cole-Cole 图、压电振子导纳圆、晶界层陶瓷复阻抗分析等各种方法, 从而可以更正确地得出电介质测量中的许多有用信息. 德拜弛豫规律一定程度上决定于测量方法, 并非完全来源于微观运动规律. 观察到陶瓷电感性传导的效应.

关键词 等效电路, 导纳圆, 陶瓷, 晶界层

分类号 O482.4

1941 年 K. S. Cole 和 R. H. Cole 在研究复介电常数随频率变化关系 $\epsilon(\omega) = \epsilon'(\omega) - j\epsilon''(\omega)$ 时, 发现其实部和虚部的测量点 (ϵ' , ϵ'') 分布在复平面的一个半圆上. 通常认为这是德拜型介电弛豫规律

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_h + (\epsilon_s - \epsilon_h)/(1 + j\omega\tau) \quad (1)$$

的表现, 并且推广于非德拜型关系

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_h + (\epsilon_s - \epsilon_h)/(1 + j\omega\tau)^{(1-\alpha)}$$

认为 Cole-Cole 图描述了介电弛豫的本质^[1].

在压电效应被广泛应用后, 为了判断材料参数的精度, 提出了导纳圆图法来描述压电振子的单模谐振^[2]. 近年来, 为了区分电子陶瓷中晶粒和晶粒间界层对样品总电阻的贡献, 又出现了复阻抗分析的方法^[3]. 通常认为所有这些图形都和样品的性质有关.

下面用广义导纳圆图来统一描述 Cole-Cole 图、导纳圆和复阻抗分析图; 说明这是用频域方法测量的等效电路所决定的性质, 并非被测样品的微观机构所特有.

1 等效电路

在各种电介质的材料参数测量中, 样品都制成图 1(a) 的形式放入平板电极, 置于交变电路, 在不同频率下测量其阻抗. 测量方法决定了样品可用图 1(b) 的等效电路代替. L_1 , C_1 , R_1 为观察的效应提供的等效电感、等效电容和等效电阻; C_0 为与此效应无关的极间电容, L_0 为测量电路的分布电感, R_0 为样品的直流总电阻. 电路的导纳

收稿日期: 1994-06-07

* 国家自然科学基金资助项目

** 中山大学访问学者、广东工学院教师

$$Y = G + jB = (R_0 + j\omega L_0)^{-1} + j\omega C_0 + [R_1 + j(\omega L_1 - 1/\omega C_1)]^{-1} \quad (3)$$

由此可得

$$\begin{cases} (G - g)^2 + (B - b)^2 = (1/2R_1)^2 \\ g = 1/2R_1 + R_0/(R_0^2 + \omega^2 L_0^2) \\ b = \omega C_0 - \omega L_0/(R_0^2 + \omega^2 L_0^2) \end{cases} \quad (4)$$

由(3)至(4)式的推导是严格的,并未作任何近似或假设.但是,在后面两种情况下 g 和 b 可以近似为常数;因而(4)式给出 (G, B) 复平面上的一个圆.称之为广义导纳圆;圆心在 (g, b) ,半径为 $1/2R_1$.

第一种情况为谐振型.在谐振区附近 ω 变化不大,这时 g 和 b 就很接近于常数.压电振子就是典型例子.在图1(b)中只要令 $L_0 = 0, R_0 \rightarrow \infty$,它就成为压电振子的常用等效电路^[2].图2(b)给出典型压电振子的导纳圆.当 ω 低于或高于谐振区频率时,压电振子表现为电容性;用复平面上的 F 点表示.当 ω 增大进入谐振区后,只要再继续增大2%左右,振子的 (G, B) 值就按图2(b)箭头方向由 F 出发扫过整个圆周再回到 F 点;其中 R 为谐振点, A 为反谐振点.

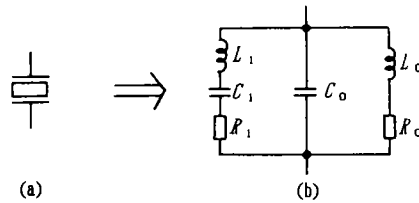


图1 等效电路

Fig.1 Equivalent circuit

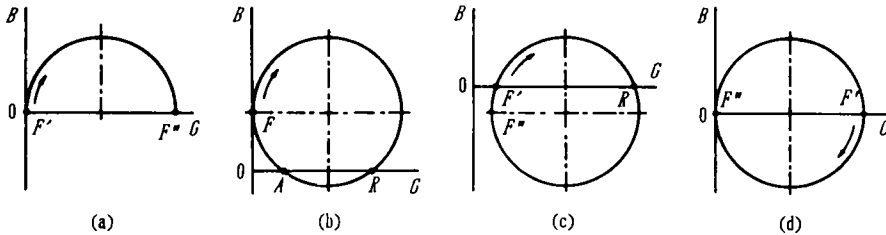


图2 广义导纳圆

Fig.2 Generalized admittance circles

第二种情况为强阻尼或纯弛豫型,这是本文要讨论的情况.在(4)式中只要 $R_1 \ll R_0$,则 g 足够精确地可视为常数.在电介质器件中 R_0 为直流漏电电阻,它总是很大的;故 $R_1 \ll R_0$ 的条件通常都能满足.其次,若 $C_1 \gg C_0$ 则电路的电容性主要来自 C_1 ; C_0 的出现只相当于引起微小的测量偏差.当 C_0 很小而 R_0 很大的情况下,(4)式中的 b 接近或等于零.这时(4)式给出的广义导纳圆的圆心可以在实轴上,即 $b = 0$ 而与 ω 无关;圆心也可以在实轴近旁, b 随 ω 变化但 $b \approx 0$,使 (G, B) 的值仍足够接近于圆周.

2 无感电路

设 L_1 和 L_0 很小因而可以略去,则图1(b)成为一个无感电路.在纯粹测量样品的复介电常数时出现的就是这一情况;这时, R_0 一般地很大,故可令 $L_1 = L_0 = 0, R_0 \rightarrow \infty$,这时图2(b)的 F 点分裂为低频始点 F' 和低频终点 F'' .公式(4)给出图2(a)第一象限的

半个导纳图. 下面证明它就是 Cole - Cole 图的另一种表示方式.

当图 1(a) 两电极间为真空时的电容记为 C_v , 则电路的导纳可写为

$$r = j\epsilon\omega C_v = \omega^2 C_1 \tau / (1 + \omega^2 \tau^2) + j\omega C_0 + j\omega C_1 / (1 + \omega^2 \tau^2) \quad (5)$$

其中 $\tau = C_1 R_1$ (6)

因此,
$$\begin{cases} \epsilon' = C_0/C_i + (C_1/C_i)/(1 + \omega^2 \tau^2) \\ \epsilon'' = (C_1/C_v)\omega\tau/(1 + \omega^2 \tau^2) \end{cases} \quad (7)$$

在普通电介质中, C_0 是在测量频段与 ω 无关的极化机构提供的电容. 故高频介电常数

$$\epsilon_h = C_0/C_i \quad (8)$$

C_1 则是响应频段较低的极化机构提供的电容. 记样品的静态介电常数为 ϵ_s , 则

$$(\epsilon_s - \epsilon_h) = C_1/C_i \quad (9)$$

以(8)和(9)式代入(7)式, 得

$$\begin{cases} \epsilon' = \epsilon_h + (\epsilon_s - \epsilon_h)/(1 + \omega^2 \tau^2) \\ \epsilon'' = (\epsilon_s - \epsilon_h)\omega\tau/(1 + \omega^2 \tau^2) \end{cases} \quad (10)$$

(10)式便是著名的德拜方程, 它给出了 (ϵ', ϵ'') 复平面上的 Cole - Cole 图^[2]. (10)式的 ϵ' 和 ϵ'' 恰好就是(1)式右边的实部和虚部.

注意公式(5)表明, (G, B) 复平面与 (ϵ', ϵ'') 复平面无非是实轴和虚轴互换. 图 2(a) 和 Cole - Cole 图的意义是完全等价的. 实际上, 在这种情况下图 1(b) 成为德拜型介电弛豫的等效电路. 因此, 所谓德拜型弛豫的物理本质可作如下解释: 若电介质中有单一的损耗机构, 并且可用一个恒定电阻 R_1 来等效, 则用角频率为 ω 的正弦信号来测量其表观复介电常数时, 将得到(10)式描述的关系. 就是说, 德拜弛豫和用复数来描述介电常数的方法有关; 也和用正弦信号来测量介电常数的实验方法有关. 在平衡态热力学理论中, 严格定义介电常数时并不必要引入复数; 近代精确测量介电常数值的方法也不一定要用正弦信号. 这说明了为什么德拜弛豫只在很少的情况下能和实验一致.

3 一般情况

考虑图 1(b) 中每一个等效电路元件均不能略去的一般情况. 通常, L_0 仍被略去. 因为分布电感的产生和具体电路实物安置、样品架、甚至和样品的几何形状尺寸都有关; 它不仅主要地提供一个非零的 L_0 值, 甚至可以影响 L_1 值. 曾经十分仔细地设计特制的样品架和样品形状尺寸, 使之直接与 HP4192A 型阻抗分析仪的测量端联结, L_0 值也只能减小至 $0.02\mu\text{H}$ 左右, 这仅相当于一段 $\phi 1 \times 30 \text{ mm}$ 的短路铜线的电感, 但其影响已不能忽略.

在一些陶瓷电介质材料中, R_0 值往往不太大, 公式(4)的 g 和 R_0 的关系表明, 后者将使导纳圆离开 B 轴而不与之相切. 在许多晶界层陶瓷中, 晶粒被做成高电导的半导体, 而晶界层具有高阻. 这时, 若设晶粒的总电阻为 R_1 , 则晶界层便成为与之串联的 C_1 . 而 R_0 主要是晶界层总电阻的贡献. 后面的实验结果表明, 半导体晶粒的传导为极化子跳跃导电. 这种传导方式可以使电流落后于外电压的变化, 从而产生等效的串联电感 L_1 .

这时, 一般的导纳圆成为如图 2(c) 所示, 频率增高时实验点由 F' 起沿箭头扫过大半个圆周而终止于 F'' 点. 在 SrTiO_3 内边界层陶瓷, ZnO 变阻器, 具有 PTC 效应的

BaTiO₃ 陶瓷中,都观察到了这种形式的导纳图. 图 3 是室温测得的结果.

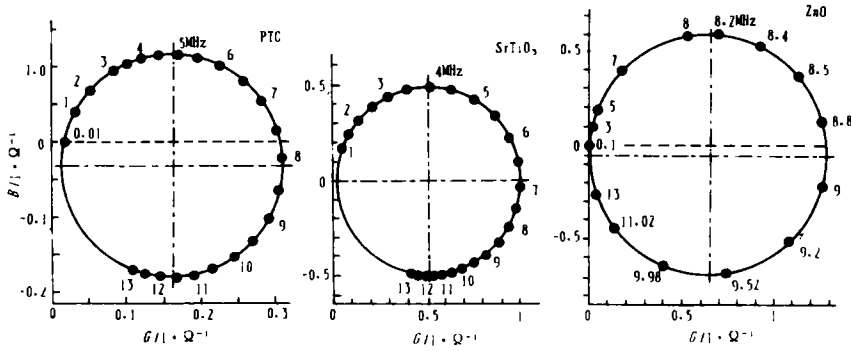


图 3 三种陶瓷的导纳圆

Fig. 3 Admittance circles of three sorts of ceramics

4 电感性陶瓷

在陶瓷工艺中,可以将晶界层做得很薄,且近于电短路. 这时图 1(b) 中 C_1 消失(相当于 $C_1 = \infty$), 若令 $C_0 = 0, L_0 = 0$, 则导纳圆成为图 2(d) 形式. 实验点分布于第四象限的半个圆周上, 箭头标明频率升高时(G, B) 测点位移的方向. 片状陶瓷样品表现为电感性.

图 4 是样品为掺 Nb 的 SrTiO₃, 在氢气中还还原半导体化后, 晶粒导电而晶界短路. 由于电极间分布电容 C_0 的存在, 圆心位于第一象限, R_0 的非无限大值使导纳圆离开了 B 轴. 曾经用形状尺寸都相同的铜片代替样品以测出样品架和测量电路的分布电感. 但是由图 4 实验结果得到的样品的电感值比分布电感大 3 倍. 因此, 至少定性上证明可以找到电感性陶瓷.

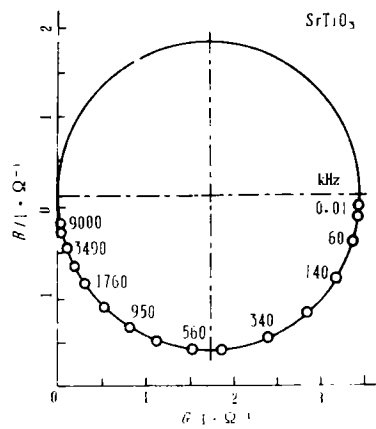


图 4 电感性陶瓷的导纳圆

Fig. 4 Admittance circles of ceramics having inductance property

5 阻抗图

在复阻抗分析中侧重由阻抗

$$Z = R + jX = 1/Y \tag{11}$$

讨论材料参数在(R, X) 复平面上的图形^[3]. 这时处理的体系的等效电路相当于在图 1(b) 中令

$$L_1 = L_0 = 0, C_1 = 0, \text{ 和 } R_1 = 0 \tag{12}$$

由(3)和(11)式得

$$Z = R_0 / (1 + j\omega R_0 C_0) \tag{13}$$

将实部和虚部分开,

$$\begin{cases} R = R_0/(1 + \omega^2 R_0^2 C_0^2) \\ X = -\omega R_0^2 C_0/(1 + \omega^2 R_0^2 C_0^2) \end{cases} \quad (14)$$

利用(14)式得

$$(R - R_0/2)^2 + X^2 = (R_0/2)^2 \quad (15)$$

这是一个阻抗圆,半径为 $R_0/2$.

可见阻抗圆无非也是在(12)式近似成立条件下广义导纳圆的一种等价表示.广义导纳圆则包括了各种可能出现的情况.

6 讨 论

广义导纳圆是对各种不同类型电介质进行频域测量时由实验方法决定的普遍结果.从中可以正确分出许多关于样品的有用信息.例如晶粒电阻,晶粒电感,晶界电阻,晶界电容,测量电路分布参数干扰等.压电振子的导纳圆只是广义导纳圆的特例.德拜弛豫同描述及测量方法都有关. Cole-Cole 图实际上是广义导纳圆的另一种等介表示方法.长期以来从 Cole-Cole 图来分析电介质的弛豫机构作了巨大的努力,因为没有考虑到测量方法的影响,故一直未得到有意义的理论结果,这并非是偶然的.

参 考 文 献

- 1 Cole K S, Cole R H. The complex dielectric constant. J Chem Phys, 1941, 9:341
- 2 方俊鑫,殷之文. 电介质物理学. 北京:科学出版社,1989. 45~52, 204~208
- 3 Gerhardt R, Nowick A S. Grain - boundary effect in ceria doped with trivalent cations. J Am Ceram Soc, 1986, 69(9):641~646

Generalized Admittance Circles

Fan Yangcai Li Jingde Fu Desheng*

Abstract The concept of generalized admittance circles (GAC) is presented based on the analysis of the cole - cole plot, admittance circles of piezoelectric vibrator and complex impedance of granular boundary ceramics. It is shown that GAC is a very useful concept for the measurement of dielectric materials. Debye relaxation is found to depend not only on the micro - mechanism of the matter, but also on the method of measurement. The effect of inductance is observed in the electronic ceramics.

Keywords equivalent circuit, admittance circle, ceramics, granular boundary layer

* Department of Physics, Zhongshan University, Guangzhou 510275