

分形神经网络的联想记忆与模式识别

李雪春 马争鸣

(中山大学无线电电子学系, 广州 510275)

摘要 对 Hopfield神经网络 (HNN) 与分形神经网络 (FNN) 进行了研究和比较, 提出了分形神经网络子模式的构成方式; 由存储样本的子模式组合构成的新样本同样可能成为 FNN 的稳定点. 给出了 FNN 网络稳定状态和联想记忆的条件. FNN 在信息存储能力、稳定状态快速收敛方面具有很大潜力与优越性.

关键词 神经元, 网络, 存储, 匹配, 信息处理

分类号 O 235

现代医学与解剖学表明, 人们分析问题、解决问题的能力主要来自大脑, 其基本单元为神经元. 神经元之间错综复杂的联结就构成了神经网络. 神经网络具有自组织、自适应、并行及分布处理的特征, 是一个超大规模非线性连续时间自适应信息处理系统^[1].

人工神经网络 (ANN) 是基于模仿生物大脑的结构功能而构成的一种信息处理系统. 其并行结构和对信息的并行处理、知识的分布存贮、高容错性和自适应性以及对图形的识别能力, 在联想寄存、最优化、问题求解、数值变换等方面有广泛应用, 特别适用于模式识别^[2].

1 分形神经网络

1.1 分形人工神经网络 (Fractal ANN) 的结构

分形神经网络 (Fractal ANN) 的结构由以下方法构成^[3]: ① 考虑一组神经元, 称为第一层网; 将该层的 N_1 个神经元分为 N_2 个子组, 称为第一层网的子网, 子网之间是非连通的, 每个子网内部的神经元全连通. ② 考虑第二组神经元, 数量为 N_2 , 称为第二层网; 该网中 N_2 个神经元分别与第一层网的 N_2 个子网相连通; 同样, 将该 N_2 个神经元分为 N_2 个子组, 称为第二层网的子网, 子网之间是非连通的, 每个子网内部的神经元全连通. ③ 按照该方法层层构造下去, 即可以得到分形神经网络体系.

图 1 给出了一个分形神经网络模型, (a) 包含五层神经元, 第一层包含 216 个非连通子网, 每个子网由六个神经元构成; 第二层包含 36 个非连通子网……. 第五层仅包含一个神经元. (b) 表明了第一层子网内 6 个神经元全连通的状况, 及第二层子网的一个神经元的突

触连结形式.

1.2 模式的存储

网络最初建立的初始状态为空白态, 需使网络具有知识, 才具备对给定问题的联想能力, 即网络的操作分为训练与回忆两个阶段. 训练阶段: 输入学习样本, 使网络按规则调整权值 W ; 回忆阶段: 输入一模式, 可回忆联想出正确输出.

设网络规模 (即所含神经元的个数) 为 N , 输入网络存储样本的个数为 M , 网络的子网数为 S , 每个子网含神经元的个数为 P . 则对于第 j 个输入网络存储样本 $x^{(j)}$, $J = 0, 1, \dots, M - 1$, 是一个 N 维列向量. $x(t)$ 表示 t 时刻神经元 i 的状态 ($1, -1$), 状态矢量 $X(t) \in \{-1, +1\}^n$.

定义 $x^{(i)}$, $i = 0, 1, \dots, S - 1, j = 0, 1, \dots, M - 1$, 为第 i 个子网的第 j 个模式. 则有
$$x^{(j)} \Rightarrow x^{(0)}, x^{(1)}, \dots, x^{(S-1)} \tag{1}$$

其中, $x^{(i)}$ 的元素对应于 $x^{(j)}$ 的部分为 $\{-1, +1\}^n$, 其余部分置为 0. 考虑到作为层间联系的神经元, 则应将 $x^{(i)}$ 中对应于 $x^{(j)}$ 层间联系的神经元置为 $\{-1, +1\}^n$.

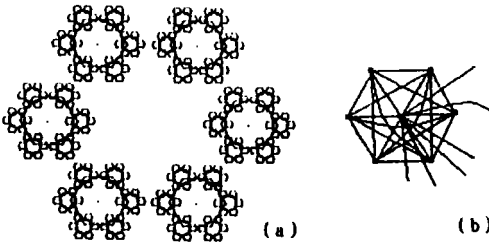


图 1 一个分形神经网络

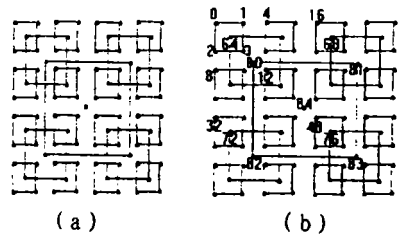


图 2 每个子网含 4 个神经元的分形神经网络

不失一般性, 考虑图 1 所示的分形神经网络. 该网络 $N = 85, S = 21, P = 4$. 则相应的子模式构成如下:

$$\begin{aligned} x^{(0)T} &= (x_0^{(j)} x_1^{(j)} x_2^{(j)} x_3^{(j)} x_4^{(j)} x_5^{(j)} x_6^{(j)} x_7^{(j)} x_8^{(j)} \dots x_{63}^{(j)} x_{64}^{(j)} x_{65}^{(j)} x_{66}^{(j)} \dots x_{79}^{(j)} x_{80}^{(j)} x_{81}^{(j)} x_{82}^{(j)} x_{83}^{(j)} x_{84}^{(j)}) \Rightarrow \\ x^{(0)T} &= x^{(j)} x^{(j)} x^{(j)} x^{(j)} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 x^{(j)} \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad) \\ x^{(1)T} &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad x_4^{(j)} x_5^{(j)} x_6^{(j)} x_7^{(j)} \quad 0 \quad 0 \dots 0 x_{65}^{(j)} \quad 0 \quad 0 \dots 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad) \\ x^{(20)T} &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 x_{80}^{(j)} x_{81}^{(j)} x_{82}^{(j)} x_{83}^{(j)} x_{84}^{(j)} \quad) \end{aligned} \tag{2}$$

定义: 权值矩阵为 W , 第 i 个子网的权值矩阵为 W_i , 根据 Hebbian learning rule,
$$W_i = \sum_{j=0}^{M-1} x^{(j)} x^{(j)T}, i = 0, 1, \dots, N - 1, \quad W = \sum_{i=0}^{S-1} W_i \tag{3}$$

则神经元 i 的状态随时间的演化规律为:

$$x_i(t+1) = \begin{cases} 1 & \sum_{j=1}^n W_{ij} x_j(t) > 0 \\ x_i(t) & \sum_{j=1}^n W_{ij} x_j(t) = 0 \\ -1 & \sum_{j=1}^n W_{ij} x_j(t) < 0 \end{cases} \tag{4}$$

$i = 0, 1, \dots, N - 1$, 网络运行根据上式迭代

若 i 时刻网络到达状态 $X(t)$, 状态不再变化, 则称网络处于稳定状态. 通过选择适当的权值, 及合理的神经元兴奋模式的初始状态, 网络将从该初始状态开始, 沿着能量单调减小的方向运行, 最后必然“回忆”起极小点处的样本, 从而达到模式识别的目的.

1.3 稳定状态

为使网络具有联想记忆能力, 存储的子模式必须是相应子网的稳定点. 进一步说, M 个子网中稳定子模式的相应组合构成的模式仍然是整个网络的稳定点. 因此, 整个网络的稳定样本的数目将比 M 大得多.

假设第 i 个子网被某个存储子模式 $x_{(i)}^{(j)}$ ($0 \leq j \leq M-1$) 激励, 我们将讨论在何种条件下 $x_{(i)}^{(j)}$ 下成为第 i 个子网的稳定点.

1.3.1 层内联系 设第 i 个子网属于网络的第一层, 其中第 k 个神经元状态演变将遵守下列公式:

$$\begin{aligned} [W_i x_{(i)}^{(j)}]_k &= \sum_{j=0}^{M-1} x_{(i)}^{(j)} x_{(i)}^{(j)T} x_{(i)}^{(j)}]_k = \sum_{j=0}^{M-1} (x_{(i)}^{(j)}, x_{(i)}^{(j)}) x_{(i)}^{(j)}]_k \\ &= (P+1) [x_{(i)}^{(j)}]_k + \sum_{j=0, j \neq j'}^{M-1} [P+1 - 2d(x_{(i)}^{(j)}, x_{(i)}^{(j')})] [x_{(i)}^{(j)}]_k \\ &= (P+1) \{x_{(i)}^{(j)}\} + \sum_{j=0, j \neq j'}^{M-1} [1 - 2r(x_{(i)}^{(j)}, x_{(i)}^{(j')})] x_{(i)}^{(j')} \end{aligned} \quad (5)$$

其中: $d(x_{(i)}^{(j)}, x_{(i)}^{(j')}) = \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{N-1} (1 - x_{(i)}^{(j)l} x_{(i)}^{(j')l})$,

$$\begin{aligned} r(x_{(i)}^{(j)}, x_{(i)}^{(j')}) &= d(x_{(i)}^{(j)}, x_{(i)}^{(j')}) / (P+1) \\ &\leq r(x_{(i)}^{(j)}, x_{(i)}^{(j')}) \leq 1 \end{aligned} \quad (6)$$

根据 McCulloch-Pitts rule, 如果: $[x_{(i)}^{(j)}]_k [W_i x_{(i)}^{(j)}]_k \geq 0$

$$\text{即: } 1 + \sum_{j=0, j \neq j'}^{M-1} [1 - 2r(x_{(i)}^{(j)}, x_{(i)}^{(j')})] x_{(i)}^{(j)} x_{(i)}^{(j')} \geq 0 \quad (7)$$

第 k 个神经元的状态将不会变化, 如果上式对第 i 个子网的所有神经元都成立, $x_{(i)}^{(j)}$ 将成为第 i 个子网的稳定点. 一个充分条件是:

$$\sum_{j=0, j \neq j'}^{M-1} |1 - 2r(x_{(i)}^{(j)}, x_{(i)}^{(j')})| \leq 1 \quad (8)$$

· remark 1 每个子网仅存储两个子模式, 子网的两个子模式必然成为子网稳定点.

· remark 2 每个子网仅存储正交子模式, 子网的正交子模式必然成为子网稳定点.

1.3.2 层间联系 设第 i 个子网属于网络的中间层, 第 k 个神经元不仅与该子网的所有神经元全连通, 还与低层的某个子网 ik 全连通, 则第 k 个神经元的状态与 i 和 ik 两个子网有关. 定义 $x_{(ik)}^{(j)}$ 为存储在第 ik 个子网中, 对应着 $x_{(i)}^{(j)}$ 的子模式. 第 k 个神经元的状态演变将遵守下列公式:

$$\begin{aligned} [W_i x_{(i)}^{(j)}]_k + [W_{ik} x_{(ik)}^{(j)}]_k &= (P+1) [x_{(i)}^{(j)}]_k + \sum_{j=0, j \neq j'}^{M-1} (x_{(i)}^{(j)}, x_{(i)}^{(j')}) x_{(i)}^{(j)}]_k \\ &+ (P+1) [x_{(ik)}^{(j)}]_k + \sum_{j=0, j \neq j'}^{M-1} (x_{(ik)}^{(j)}, x_{(ik)}^{(j')}) x_{(ik)}^{(j)}]_k \\ &= 2(P+1) \{x_{(i)}^{(j)}\} + \sum_{j=0, j \neq j'}^{M-1} [1 + r(x_{(i)}^{(j)}, x_{(i)}^{(j')}) - r(x_{(ik)}^{(j)}, x_{(ik)}^{(j')})] x_{(i)}^{(j')} \end{aligned} \quad (9)$$

根据 McCulloch-Pitts, 如果:

$$\ln \sum_{j=0, j \neq i}^{M-1} [1 - 2r(x^{(i)}, x^{(j)})] (x^{(j)} x^{(i)} \geq 0) \tag{10}$$

第 k 个神经元的状态将不会变化. 如果上式对第 i 个子网的所有神经元都成立, $x^{(i)}$ 将成为第 i 个子网的稳定点.

1.4 联想记忆

存储在每个子网的子模式是子网稳定点, 第 i 个子网被存储子模式 $x^{(i)}$ 激励 ($x^{(i)}$ 是 $x^{(i)}$ 的近似). 我们将考察何种情况下 $x^{(i)}$ 能收敛到 $x^{(i)}$. (由于篇幅限制, 推导从略)

设第 i 个子网属于网络的第一层, $x^{(i)}$ 收敛到 $x^{(i)}$ 充分条件为:

$$M \leq 1/2r(x^{(i)}, x^{(i)}) \tag{11}$$

设第 i 个子网属于网络的中间层, 第 k 个神经元不仅与该子网的所有神经元全连通, 还与低层的某个子网全连通, $x^{(i)}$ 收敛到 $x^{(i)}$ 充分条件为:

$$M \leq 1/[r(x^{(i)}, x^{(i)}) + r(x^{(i)}, x^{(i)})] \tag{12}$$

2 实验结果及结论

为了考察 Hopfield 神经网络 (HNN) 与分形神经网络 (FNN) 在模式识别和信息处理方面的优劣, 我们对 HNN 与 FNN 进行了研究和比较实验, 分别采用正交样本、非正交样本作为存储样本, 再分别采用存储样本、缺损和噪声干扰样本以及存储样本的子模式组合样本作为激励样本.

下述实验是建立在对 HNN 与 FNN 进行比较的基础上, 分形神经网络采用图 2 所示结构, Hopfield 神经网络采用 85 个神经元的全连通网, 在 PC 机上编程实现. 实验结果及结论如下.

采用正交存储样本作为激励样本, 无论 HNN 还是 FNN 都可以将激励样本 $x^{(i)}$ 收敛到存储样本 $x^{(i)}$ (图 3). 但是在实际模型中, 很难保证存储样本彼此正交. 采用随机存储样本作为激励样本, FNN 可以将激励样本 $x^{(i)}$ 完全收敛到存储样本 $x^{(i)}$ (图 4), HNN 则不能识别. (由于篇幅限制, 正交样本激励从略)

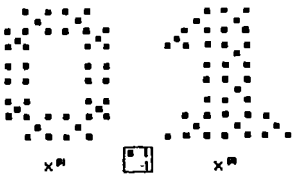


图 3 作为存储样本的两个数字随机样本

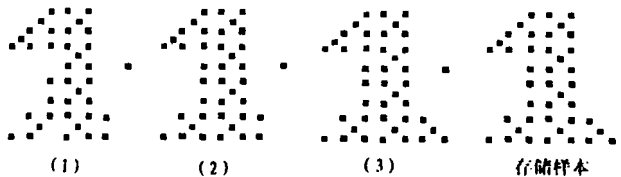


图 4 以噪声干扰样本作为激励样本时 FNN 的收敛例子

存储样本的子模式组合样本作为激励样本, HNN 完全丧失联想记忆功能; FNN 可以得到作为激励样本的子模式组合样本 (图 5). 实验表明: 存储样本的子模式组合样本同样可以成为网络的稳定状态. (必须强调的一点是: 选取子模式组合样本时, 该子模式对应的两个存储样本高层网络神经元状态必须不发生冲突) 这使采用少量存储样本得到大量稳定状态成为可能, 从而大大扩充了稳定状态的样本空间.

基于 FNN 的这种优越性, 设想由图 5 所示的数字样本推广到汉字符本, 将汉字拆分成偏旁部首, 采用少量存储样本得到很大的稳定状态空间. 由于当前用于汉字识别的许多神经网络往往字库庞大, 学习迭代时间长, 识别率低, 分形神经网络应用于汉字识别将

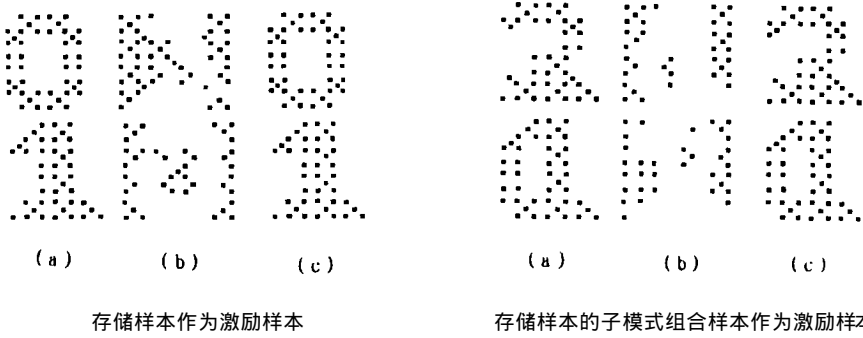


图 5 存储样本及子模式组合样本识别结果

(a) 激励样本 (b) HNN 识别结果 (c) FNN 识别结果

为此开辟一条新路。当然，关于汉字的分拆与存储样本的选取都有待于大量细致的研究与实验。

参 考 文 献

- 1 钟义信. 智能理论与技术——人工智能与神经网络. 北京: 人民邮电出版社, 1992. 12
- 2 Hopfield J.J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. Proc Natl Acad Sci USA, 1982, 79: 2554~ 2558
- 3 Yoram Baram. Associative memory in fractal neural networks, IEEE transactions on systems man and cybernetics, 1989. 19 (5): 1133~ 1141

Associative Memory and Pattern Recognition of Fractal and Hopfield Neural Networks

Li Xuechun* Ma Zhengming

Abstract For the application of neural networks on information processing and model recognition, research and comparison were carried out on HNN and FNN. This paper proposed the construction method of subpatterns of FNN. New samples will be the stable states if they are composed of subpatterns of stored samples. (Make sure that there are no conflict between the value of internet neurons) Sufficient condition were proposed for samples safe storage, stable points and associated memory. The results of research and experiment show that compared with HNN, FNN has more potentialities and superiority on information storage and fast converging to stable point.

Keywords neuron, network, storage, match, information processing

* Department of Radio and Electronics, Zhongshan University, Guangzhou 510275