

光泵亚毫米波激光中的增益叠加原理*

罗锡璋 林春光 郑兴世 林贻莹

(中山大学无线电电子学系, 广州 510275)

摘要 导出了光泵亚毫米波激光的增益叠加原理. 该原理的应用, 可以大大简化发生在多能级分子系统中复杂的激光过程的计算.

关键词 光泵亚毫米波激光, 增益叠加原理

分类号 O 433. 54

半经典的密度矩阵方程是处理光泵亚毫米波激光的十分有用的原理, 然而在研究光泵亚毫米波激光的频谱特性和参数优化等问题时, 分子系统往往是六能级、九能级甚至更高的能级系统^[1, 2]. 在常规方法下, 密度矩阵方程将含有 n^2 个变量(n 为系统的能级数), 求解将非常困难^[3]. 我们导出的增益叠加原理, 可以大大简化多能级系统的处理.

为简单起见, 设一个分子能级系统可以划分为两组独立能级. 各能级的本征能量是 E_i^N , N 表示独立的能级组, i 表示同一组中不同的能级. 设该量子系统可以在一组正交完备的函数集 $|u_i^N\rangle$ ($N=1, 2$) 上展开, $|u_i^N\rangle$ 是对应本征值 E_i^N 的本征函数, 则该系统与跃迁有关的任一波函数均可表示为

$$|\psi\rangle = \sum_m A_m |u_m^1\rangle + \sum_n B_n |u_n^2\rangle \quad (1)$$

当粒子的跃迁发生在第一独立能级组时, $B_n=0$; 当跃迁发生在第二独立能级组时, $A_m=0$; 因一个粒子的跃迁只能发生在其中一个独立能级组中, 故 $A_m \cdot B_n=0$.

如用密度矩阵来表示粒子的跃迁, 则有

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho^A & 0 \\ 0 & \rho^B \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 $\rho_{ij}^A = A_j^* A_i$, $\rho_{ij}^B = B_j^* B_i$.

ρ^A 是对应第一独立能级组的密度矩阵, ρ^B 是对应第二独立能级组的密度矩阵, 由于两组能级之间没有交叉跃迁, 因而矩阵(2)是对角阵.

该分子系统的密度矩阵运动方程为

$$-i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [\rho, H] \quad (3)$$

* 国家自然科学基金和广东省自然科学基金资助项目

收稿日期: 1995-06-12 罗锡璋, 男, 51 岁, 副教授

式中, H 是系统的哈密顿量

$$H = H_0 + H' + H'' \quad (4)$$

H_0 为不存在外场时系统的哈密顿量; H' 为分子系统与外场相互作用的哈密顿量; H'' 为分子之间相互作用的哈密顿量.

$$H_0 = \begin{bmatrix} E^A & 0 \\ 0 & E^B \end{bmatrix} \\ [\rho, H_0] = \begin{bmatrix} E^A \rho^A - \rho^A E^A & 0 \\ 0 & E^B \rho^B - \rho^B E^B \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中 $E_{ij}^A = \delta_{ij} E_i^A$, $E_{ij}^B = \delta_{ij} E_i^B$, 均是对角阵.

设分子处于一个均匀的外场 $E(t)$ 的作用下, $H' = -\mu E(t)$. 其中电偶极矩矩阵

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_A & 0 \\ 0 & \mu_B \end{bmatrix}$$

μ_A 是与第一独立能级组内跃迁有关的电偶极矩矩阵; μ_B 是与第二独立能级组内跃迁有关的电偶极矩矩阵. 由于两组能级之间没有交叉跃迁, 因而 μ 也是一个对角阵.

$$H' = -\mu E(t) = \begin{bmatrix} -\mu^A E(t) & 0 \\ 0 & -\mu^B E(t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

对分子间相互作用的微扰哈密顿量 H'' , 有

$$[H'', \rho] = i\hbar (\delta_{ij} \rho_{ij}^* - \rho_{ij}) \tau_{ij} \quad (7)$$

如果 i 与 j 不在同一独立能级组内时, $\rho_{ij} = 0$, $[H'', \rho]_{ij} = 0$, 故

$$[H'', \rho] = \begin{bmatrix} [H'', \rho]^A & 0 \\ 0 & [H'', \rho]^B \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中 $[H'', \rho]^A$ 与第一组能级有关, $[H'', \rho]^B$ 与第二组能级有关. 综合(5~8)式, 得

$$[\rho, H] = \begin{bmatrix} [\rho^A, E^A - \mu^A E(t)] + [\rho, H'']^A & 0 \\ 0 & [\rho^B, E^B - \mu^B E(t)] + [\rho, H'']^B \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$-i\hbar \frac{\partial \rho^A}{\partial t} = [\rho^A, E^A - \mu^A E(t)] + [\rho, H'']^A \quad (10)$$

$$-i\hbar \frac{\partial \rho^B}{\partial t} = [\rho^B, E^B - \mu^B E(t)] + [\rho, H'']^B \quad (11)$$

$$\text{令 } H^A = H_0^A + H'_A + H''_A = E^A - \mu^A E(t) + H''_A$$

$$H^B = H_0^B + H'_B + H''_B = E^B - \mu^B E(t) + H''_B$$

$$\text{则 } -i\hbar \frac{\partial \rho^A}{\partial t} = [\rho^A, H^A] \quad (12)$$

$$-i\hbar \frac{\partial \rho^B}{\partial t} = [\rho^B, H^B] \quad (13)$$

式(12)与式(13)表明, 当一个能级系统能够划分为两个独立能级组时, 可以通过求解各独立能级组的密度矩阵运动方程, 所得的解仍是(3)式的解.

令系统的宏观电极化强度为 P^S

$$P^S = N_r T_r (\rho \mu) = N_r T_r (\rho^A \mu^A) + N_r T_r (\rho^B \mu^B) \quad (14)$$

增益系数:

$$G = \omega N_r I_m [T_r (\rho \mu)] / \epsilon_0 \eta C E = G^A + G^B \quad (15)$$

$$\text{其中 } G^A = \omega N_r I_m [T_r (\rho^A \mu^A)] / \epsilon_0 \eta C E \quad (16)$$

$$G^B = \omega N_r I_m [T_r(\rho^B \mu^B)] / \varepsilon_0 \eta C E \quad (17)$$

G^A 和 G^B 分别是两组能级独立考虑时的增益。

入射强度为 I_0 的光通过一段长度为 Z 的激活介质后, 光强 I 为

$$I = I_0 e^{-GZ} = I^A \exp(-G^A Z) = I^B \exp(-G^B Z) \quad (18)$$

其中 $I^A = I_0 \exp(-G^A Z)$, $I^B = I_0 \exp(-G^B Z)$ 。

上式表明, 入射光 I_0 经第一组能级放大以后, 作为第二组能级的输入再放大; 或者入射光 I_0 经第二组能级放大后作为第一组能级的输入再放大; 或认为总增益是各独立能级跃迁引起的增益的代数和, 这几种观点都是等价的。

当系统由 N 组相互独立的能级组组成时, 可以把它们分成 A 、 B 两大组, A 组只含一个独立能级组, B 组含有其余 $N-1$ 组能级组, 这样, $G = G^A + G^B$ 。

在 B 组中, 以同样方法往下划分, 最后有:

$$G = \sum_{n=1}^N G^n \quad (19)$$

这就是增益的叠加原理。从以上的讨论, 我们可以得到如下两个有意义的结果: ① 与所考虑的跃迁无关的能级可以完全不加考虑; ② 当存在多组独立能级时, 可以分开独立考虑。增益叠加原理在光泵亚毫米波激光研究的应用, 我们将另文详加叙述。

参 考 文 献

- 1 Li Yao, Zheng Xingshi, Lin Yikun. Interaction enhancement of Raman processes in miniature OPFIRL. Int J IR-MMW, 1993, 3; 589
- 2 郑兴世, 黎耀, 林怡莹. 远红外激光中的双光子拉曼跃迁的相互增强. 中山大学学报(自然科学版), 1994, 33(3); 36~40
- 3 官蒂, 林怡莹. CH_3F 分子气体中受激喇曼散射的调谐和增益特性的研究. 中山大学学报(自然科学版), 1983, 22(2); 1~12

The Gain Superposition Principle for Optically Pumped FIR Laser

Luo Xizhang* Lin Chunguang Zheng Xingshi Lin Yikun

Abstract The gain superposition principle (GSP) for optically pumped FIR laser is deduced. By use of GSP, the complicated calculation of laser processes occurring in a multi-level molecular system could be simplified greatly.

Keywords optically pumped FIR laser, gain superposition principle

* Department of Radio and Electronics, Zhongshan University, Guangzhou 510275