第35卷 第4期　　中山大学学报(自然科学版)　　Vol. 35 No. 4
1996年 7月　　ACTA SCIENTIARUM NATURALIUM UNIVERSITATIS SUNYATSENI　　Jul. 1996

# 磁场中的 K-P模型与准一维无序系统的电阻*

吴 深 尚
(中山大学物理学系,广州 510275)

关键词　一维无序系统,转移矩阵方法,Landauer电阻公式
分类号　O 413

一维 Kronig-Penney模型被广泛地用来讨论各种物理现象. Sanchez[1]讨论一个随机放置二聚杂质的一维 K-P模型,他们发现这种模型存在扩展态.这意味着系统的透射系数接近1,而局域化长度远远大于系统的长度.结果电子在系统中的输运过程是弹道过程.

近年,用 GaAs/AlGaAs异质结制出的量子线是一种准一维系统,其中的电子可能进行弹道运动[2].因此,讨论外磁场中准一维 K-P模型的电子输运对了解量子线的输运问题有深刻的意义.我们考察一个二维电子气、外加磁场垂直贯穿电子运动的平面,取 $\vec{B}=B\vec{e}_z$,用 Landau规范势 $\vec{A}$ 来描述磁场,$\vec{A}=(0,Bx,0)$.在单电子近似下,哈密顿量为

$$\hat{H}=\frac{\hat{p}_x^2+\left[\hat{p}_y+\frac{e}{c}Bx\right]^2}{2m}+V(x) \tag{1}$$

杂质势 $V(x)$引起电子在 $x$ 方向上的散射.(1)式中动量算符的 $y$ 分量满足 $[\hat{H},\hat{p}]=0$,相应的波矢 $k_y$ 是一守恒量.因此,当我们将波函数写成 $j(\vec{r})=e^{ik_y y}h(x)$时,薛定谔方程 $\hat{H}j(\vec{r})=Ej(\vec{r})$可写成 $h(x)$所满足的一维形式

$$\left\{\frac{d^2}{dx^2}-\left(k_y+\frac{1}{l_0}x\right)^2-(2m/\hbar^2)V(x)+(2m/\hbar^2)E\right\}h(x)=0 \tag{2}$$

(2)式中 $l_0\equiv(\hbar c/eB)^{1/2}$为磁长度.　为简化讨论,令参量 $k_y=0$.在格点区域 $a$之内,将磁场引起的有效势 $-x^2/l_0^4$近似看成常数: $-(na)^2/l_0^4$, $n$为原胞的指标.系统的杂质势取为 $V(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}r_nW(x-na)$,则(2)式变为一维 K-P型薛定谔方程

$$\left\{\frac{d^2}{dx^2}-\sum_{n=-\infty}^{\infty}\Gamma_nW(x-na)+K_n^2\right\}h(x)=0 \tag{3}$$

其中,$\Gamma_n=(2m/\hbar^2)r_n$, $K_n^2=(2m/\hbar^2)\left[E-\frac{1}{2}\hbar k_c(na/l_0)^2\right]$, $k_c=eB/mc$.

定义 $x-na=x_n$,则在 $na<x\leqslant(n+1)a$内 $h(x)$可以写成 $h(x)=A_ne^{ik_na}+B_ne^{-ik_na}$.在 $x=(n+1)a$处,边界条件为 $\lim_{X\to0}[h((n+1)a+X)-h((n+1)a-X)]=0$及 $\lim_{X\to\infty}[h'((n+1)a+X)-h'((n+1)a-X)]=\Gamma_nh((n+1)a)$.由边界条件,求得转移矩阵 $T_n$[3]

---

* 中山大学高等学术研究中心资助项目

收稿日期: 1996-04-26　吴深尚,男,50岁,副教授

$$T_n=\begin{pmatrix} 1-i\Gamma_n/2K_n & (-i\Gamma_n/2k_n)\,e^{-i2k_n na} \\ (i\Gamma_n/2k_n)\,e^{i2k_n na} & 1+i\Gamma_n/2K_n \end{pmatrix} \tag{4}$$

引入对角化矩阵 $L_n$ 及其逆矩阵 $L_n^{-1}$

$$L_n=\begin{pmatrix} e^{iK_n na} & e^{-ik_n na} \\ e^{ik_n(n+1)a} & e^{-ik_n(n-1)a} \end{pmatrix} \qquad L_n^{-1}=(1/2i\sin k_n a)\begin{pmatrix} e^{ik_n(n-1)a} & -e^{-ik_n na} \\ -e^{ik_n(n-1)a} & e^{ik_n na} \end{pmatrix}$$

由 $T_n$、$L_n$ 及 $L_n^{-1}$ 求出波函数 $h(na)$满足下式

$$h((n+1)a)+h((n-1)a)=(2\cos k_n a+(\Gamma n/k_n)\sin k_n a)\,h(na) \tag{5}$$

物理上波函数随着 $x$ 方向增加一个格点间距时位相会改变.假设 $h((m+1)a)=e^{iZ_n}h(na)$,则可求出位相的改变量 $Z_n=\arccos[\cos k_n a+(\Gamma n/2k_n)\sin k_n a]$.

为了利用 Landauer公式求系统的电导、我们将模型看成散射模型. 每一个散射中心是由转移矩阵 $T_N$ 来描写. 整个系统的总转移矩阵为

$$T_N=\begin{pmatrix} 1/t^* & r/t \\ r^*/t^* & 1/t \end{pmatrix}$$

其中 $t$ 及 $r$ 是穿透系数和反射系数.不难求出一维无序系统的转移矩阵:

$$T_N=(T_N+T_{N-1}^*\,U_N/U_{N-1})\,T_{N-1}-(U_N/U_{N-1})\,T_{N-2} \tag{6}$$

这里 $T_j=(1-i\Gamma j/2kj)$, $U_j=(-i\Gamma j/2kj)\,e^{-i2k_j ja}$, $j=1\cdots,N$.系统的电导由透射系数 $|t|^2$ 求出, $|t_N|^2=1/|T_N|^2$.

依据 Landauer公式,无序系统的电阻率为: $d_N=|T_N|^2-1=(1-|t_N|^2)/|t_N|^2$.利用系综平均求出系统的平均电阻为 $\langle d_N\rangle=\dfrac{1}{4}\langle T_r T_N^{\dagger} T_N\rangle-\dfrac{1}{2}$.我们用这种方法和模型进一步研究一维 Wigner晶体的钉轧与量子输运问题,详细结果将随后发表.

## 参　考　文　献

1　Sanchez A, Adame F D. Enhanced Suppression of localization in a continous random- dimer model. J Phys A: Math Gen, 1994, 27: 3725

2　Taykei, K, Ikegami M, Nagaoka Y. Conductance fluctuation in mesoscopic quantum wires. J of physical soc of JPN, 1994, 63: 1093

3　Mendez B, Adame F D, Macia E. A transfer matrix method for the determination of one- dimensional band structures. J Phys A: Malh Gen, 1993, 26: 171

# Resistance of a Quasi-One-Dimensional Disorder System and the Kronig-Penney Model Subjected to Magnetic Field

*Wu　Shenshang**

**Abstract**　The Kronig- Pcnney modet is used to study the resistance of a quasi- one- dimensional disorder system. By using the transfer- matrix technique, the resistance formula is derived.

**Keywords**　disorder 1D system, trnsfer- matrix technique, Landauer′s resistance

*　Department of Physics, Zhongshan University, Guangzhou 510275