

高斯光束在中空圆形波导中的传输理论^{*}

邓宇俊 凌 宁 周建英

(中山大学超快速激光光谱学国家重点实验室, 广州 510275)

摘 要 利用高斯光束的傍轴光线近似, 光在介质表面以及介质内传播的物理光学原理, 并考虑到高斯光束在中空波导耦合端的衍射效应, 用计算机数值模拟以及近似算法导出了 $10.6\ \mu\text{m}$ 高斯光束通过不同的中空圆形波导的透过率. 分析结果表明镀适当厚度的透明介质膜中空金属波导传输损耗较小, 而常规的中空光纤损耗较大. 分析了介质膜中空波导膜层厚度以及膜材料对光传输损耗的影响. 还提出了镀介质膜中空锥形波导的结构, 这种波导可以同时具有低耦合损耗与低传输损耗.

关键词 波导, 介质膜, 锥形波导

分类号 TN 252

中空波导作为一种光的能量载体, 具有传输功率高, 不存在芯径损伤以及应用波长范围广泛等优点而受到重视. 尤其对波长为 $10.6\ \mu\text{m}$ 的 CO_2 激光, 中空波导被认为是最适当的波导结构^[1]. 在已有的研究中, CO_2 激光中空光纤作为一种很好的波导结构而被广泛采用^[2,3]. 然而, 由于中空光纤的实际传输损耗较高 (对 $1\ \text{mm}$ 内径的波导损耗约 $> 1\ \text{dB/m}$), 由此导致的焦耳热效应限制中空光纤作为医用激光导入系统的实用器件. 镀介质膜的中空波导理论上具有低的传输损耗, 但在早期的研究中由于制备这种波导涉及到复杂的工艺, 制备难度大而未被广泛采用.

在近期的研究中, 人们采用了在中空金属波导内镀高分子膜层的方法, 使简易制备这种波导成为可能^[2]. 我们也发展出了一种新的中空波导制作方法^[4], 制备出了高光学品质以及不同膜层材料的中空金属波导.

镀介质膜中空波导本征模的传输问题仅对平板波导讨论过. 对中空圆形波导, 则采用光线的几何光学近似及物理光学的反射定律的分析方法^[5,6]. 然而, 这种近似方法目前仅适用于简单的中空波导透过率分析.

考虑波导各种损耗的影响, 我们提出了一种计算机数值处理新方法. 这种方法将波导入射端的耦合损耗, 光束在镀有不同膜层的波导内的传输损耗予以考虑. 由于引入了一种简便的计算机数据处理方法, 使得本工作还能处理特殊形状的中空波导, 如锥形波导. 从而为设计新的中空波导提供了理论依据.

^{*} 国家 863 高技术青年基金 (065B019) 和国家教委跨世纪优秀人才青年基金资助项目

收稿日期: 1996-03-28 邓宇俊, 男, 22 岁, 大学本科

1 理论模型与计算方法

1.1 理论模型

通过对高斯光束的远场 ($z \gg kr_0^2$) 作傍轴光线 ($\tan \theta \approx \theta$) 近似, 腰粗 r_0 的高斯光束可等效为由一点发出的球面光束, 其光强在波前上具有高斯分布^[6].

如图 1, 光线在腰上的光场半径 d 与远场观察时的 θ 有:

$$\theta = d_0 / r_0^2 k$$

式中 $k = 2\pi / \lambda$ 为波矢, r_0 为光强腰斑半径.

由于高斯光强满足 $I(d, z) = I(0, z) \exp(-d^2 / r^2)$ 的关系式, 如果在腰的平面上取一小面元, 其光通量为

$$dP = I_0 \exp(-d^2 / r_0^2) d_0 d d_0 dh \quad (2)$$

由 Crenn 公式^[4], 波导透射率 T 为

$$T = P_s / P_0 \quad (3)$$

式中, $P_0 = c I_0 r$ 为波导的入射光通量,

$$P_s = \int_0^R 2\pi I_0 t_n(d_0) \exp(-d_0^2 / r_0^2) d_0 d d_0 \quad (4)$$

为波导的出射光通量, $t_n(d_0) = (|r_p^{2n(d_0)}| + |r_s^{2n(d_0)}|) / 2$ 是光线在管内反射的损耗系数, r_p, r_s 为光场电矢量平行或垂直于入射面的光线的反射系数. $n(d)$ 是光线在管内的反射次数.

考虑高斯光通过管口后的衍射修正得

$$P_s = \int_0^R 2\pi I_0' t_n(d_0) \exp(-d_0^2 / r_0'^2) d_0 d d_0 \quad (5)$$

其中 $I_0' = I_0 [1 - \exp(-R^2 / r_0^2)] / [1 - \exp(-R^2 / 2r_0^2)]^2$ (6)

$$r_0' = r_0 [1 - \exp(-R^2 / 2r_0^2)] \quad (7)$$

式中, R 为波导口半径.

1.2 计算及实现方法

1.2.1 反射次数 $n(d)$ 的计算 对于直管, 当

$$0 < \theta < \arctan(R / L) \quad \text{无反射}$$

$$\arctan(R / L) < \theta < \arctan(3R / L) \quad \text{反射 1 次}$$

$$\arctan[(2n-1)R / L] < \theta < \arctan[(2n+1)R / L] \quad \text{反射 } n \text{ 次}$$

由于反射次数 $n(d)$ 是一个 d_0 即 θ 的节跃函数, 故 (4) 式中被积函数对 d_0 并不连续, 但在相同反射次数的区间连续. 于是我们将根据反射次数的区间分区进行高斯积分, 其过程用 C 语言编写的程序实现 (参见高斯积分说明).

对于锥型波导管, 在管内传播的仰角为 θ 的光线在波导管壁上反射一次, 则入射角减少

$$\Delta\theta = 2\arctan[(R_1 - R_2) / L] \quad (8)$$

其中, R_1, R_2 为锥形波导的入射与出射口半径. 由几何关系可得, 当

$$0 < \theta < \arctan(R_2 / L) \quad \text{无反射}$$

$$\arctan(R_2 / L) < \theta < T_1 \quad \text{反射 1 次}$$

$$T_1 < \theta < T_2 \quad \text{反射 2 次}$$

.....

$$T_{n-1} < \theta < T_n \quad \text{反射 } n \text{ 次}$$

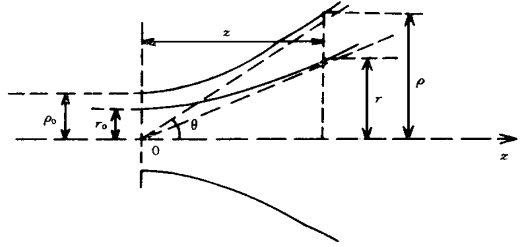


图 1 Gaussian 光束的主要参量

Fig. 1 Main parameters of a Gaussian beam

其中, $T_n = \arcsin\{R_2 \sin[(2n+1)\Delta\theta/2]/R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2\cos[(2n+1)\Delta\theta/2]\}$ (9)

1.2.2 反射系数 r_P, r_S 的确定^[7] 为了计算光在波导中的传输损耗,我们需要确定光在波导内简单或复合表面上的反射系数,如图 2

$$\text{令} \begin{cases} n_2 \cos\theta_2 = u_2 + iv_2 \\ n_3 \cos\theta_3 = u_3 + iv_3 \end{cases} \quad (10)$$

则根据折射定律: $n_3 \cos\theta_3 = n_2 \cos\theta_2 = n_1 \cos\theta_1$

$$\begin{cases} 2u_2^2 = n_2^2(1-k_2^2) - n_1^2 \sin^2\theta_1 + \\ \frac{[n_2^2(1-k_2^2) - n_1^2 \sin^2\theta_1]^2 + 4n_2^4 k_2^2}{2v_2^2 = -[n_2^2(1-k_2^2) - n_1^2 \sin^2\theta_1] + \\ \frac{[n_2^2(1-k_2^2) - n_1^2 \sin^2\theta_1]^2 + 4n_2^4 k_2^2} \end{cases} \quad (11)$$

对于 u_3, v_3 , 也有类似公式.

$$\text{令} \quad U = (2c/h)n_2 \cos\theta_2 h = (u_2 + iv_2)k \quad (12)$$

对于电矢量垂直于入射面 (TE波) 有:

$$r_S = [r_{S12} + r_{S23} \exp(2U)] / [1 - r_{S12} r_{S23} \exp(2U)] \quad (13)$$

其中, 在介质 1, 2 交界面的反射系数为:

$$r_{S12} = [\hat{n}_1 \cos\theta_1 - (u_2 + iv_2)] / [\hat{n}_1 \cos\theta_1 + (u_2 + iv_2)] \quad (14)$$

在介质 2, 3 交界面的反射系数为:

$$r_{S23} = [(u_2 + iv_2) - (u_3 + iv_3)] / [(u_2 + iv_2) + (u_3 + iv_3)] \quad (15)$$

对于电矢量平行于入射面 (TM波), 可由以上 TE波相应公式简单的用 $\cos\theta_j / n_j$ 代换 $n_j \cos\theta_j$ 而得出.

1.2.3 高斯积分 通过计算反射次数, 得到分段连续的区间. 高斯积分法精度较高, 对于积分 $\int_a^b f(x) dx$, 在积分区间取 5 个高斯点, 表为 $\{x_i | i = 1, 2, \dots, N\}, N = 5$

$$\text{则} \quad \int_a^b f(x) dx = \sum_{i=1}^N A_i f(x_i) \quad (A_i \text{ 为高斯系数})$$

5 点高斯积分具有 9 次代数精度, 即若 $f(x)$ 是 9 次多项式, 则上式是精确的. 分区积分后, 再求所有区间的总和

$$P_s = \sum_{i=0}^n P_i$$

P_i 是具 i 次反射区间中的积分和; n 是区间总数. 据 $T = P_s / P_0$, 可求得 T .

2 结果分析与讨论

2.1 材料对透过率的影响

由于玻恩公式对各种材料以及膜层均适用^[7], 所以我们的方法适用于计算各种体材料的波导以及多膜层中空波导的透过率. 计算中代入膜层材料对给定波长的折射率 n 以及其衰减系数 k , 即可得到此种波导对某种给定波长的透过率曲线. 现以一个实例来说明.

对单横模 CO_2 激光器 ($\lambda = 10.6 \mu\text{m}$), 输入端高斯光束腰束半径为 0.25 mm , 波导半径为 0.5 mm , 长 1 m , 波导内管先镀一层 Ag ($n = 13.4, k = 75.6$), 再在 Ag 上镀一层介质膜

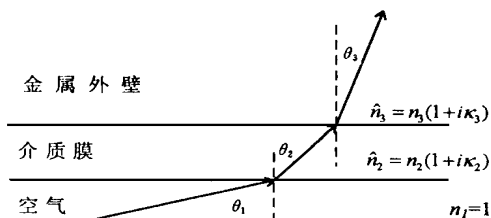


图 2 反射面参量图

Fig. 2 Main parameters of the reflecting surface

有 SiO_2 , Ge , GeO_2 , ZrO_2 四种材料的介质膜可供选择.

图 3 为透射率 T 与厚度 h 的关系曲线.

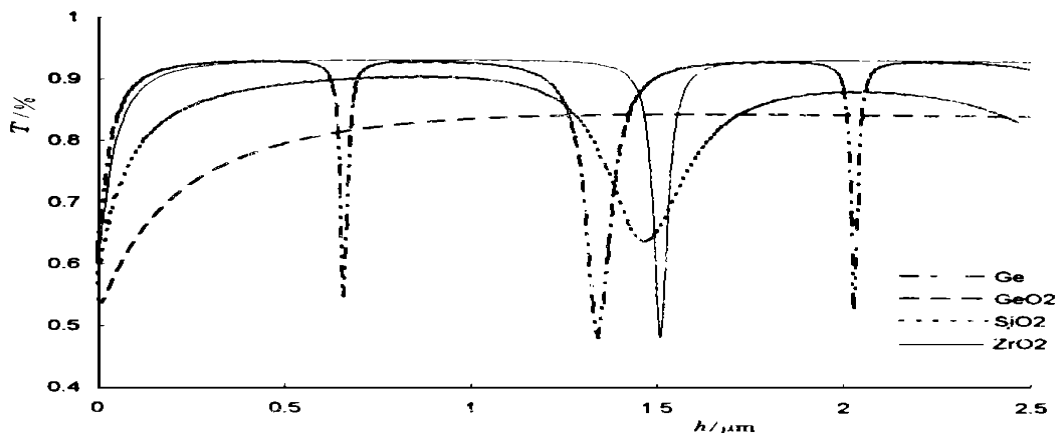


图 3 4种材料的透过率 - 膜厚曲线

Fig. 3 Transmission-thickness of the coated dielectric relationship of four different dielectric materials

比较曲线峰值的大小,发现 k 越大的介质膜,如 GeO_2 ,其透过率的最高值越小.而对于 $k=0, n=2$ 和 $n=4$ 的 ZrO_2 与 Ge ,其透过率大致相等.所以,波导的传输损耗主要是由介质膜折射系数的虚部引起,而与折射率 n 关系不大.所以在选择材料作介质膜时,若要提高波导的透过率,就必须选用对传输波长损耗小的介质作为波导膜层材料.从图 3 还可以看出,中空光纤由于存在折射率虚部而使其实部小于 1,所以中空光纤存在严重的传输损耗,因而不是最佳的波导结构.

通过比较各种材料波导透过率的极小值位置以及个数,我们还发现随着 n 的增加,在一定的膜层厚度变化范围内,极小值个数增加, n 越小,波导透过率对介质膜厚度变化的敏感性越小.这是因为光在介质膜的上下表面干涉而产生极大或极小值所导致,而这种干涉取决于光程差. Ge 的折射率是 ZrO_2 的两倍,因此在图上我们可以看到波导透过率随 Ge 厚度出现两个极小值,而 ZrO_2 膜层中才出现一个极小值.这一结果对于实际的工艺问题具有指导意义.因为对制备工艺而言,希望介质膜的反射率对厚度 h 变化的敏感性越小越好.因此,若要减少镀膜工艺上的难度,则因该选择 n 较小的介质作介质膜.因此,在 4 种材料中,我们认为应该选用 ZrO_2 作为膜层材料.

综上所述,我们可以得到一个关于以银为衬底的中空介质膜波导的镀膜选择规律:①在选择材料时,应选择对透射光的衰减系数较小(最好为零)的介质.②应选择折射率较小的介质.③镀膜的最佳厚度,可以由相对应的透过率 - 膜厚 ($T-h$) 曲线确定.

2.2 波导形状对透过率的影响

激光波导传输损耗包括光在波导内的耦合损耗以及光的传输损耗.在实际应用中,应该在波导入口处适当聚焦.因为腰斑太大或太小会由于衍射损耗或传输损耗的增加而使波导透过率减小.然而对多横模激光传输,这种条件难以对每一横模均满足.因此需寻找新的波导耦合途径.图 4 是我们对一特定锥形波导的透过率的理论计算结果.波导的尺寸为:入射端为大口径端,内径 2 mm;出射端为小口径端,口径为 1 mm;波导长 1 m.计算结

果表明锥形波导对于腰斑半径较大 ($r_0 = 0.3 \text{ mm}$) 的 Gauss 光束有着较好的耦合效应。

为了更清楚的了解腰粗与波导的耦合作用, 我们又作出了对同一波导, 透过率随入射光斑半径变化的 $T-r_0$ 曲线。如图 5 所示。

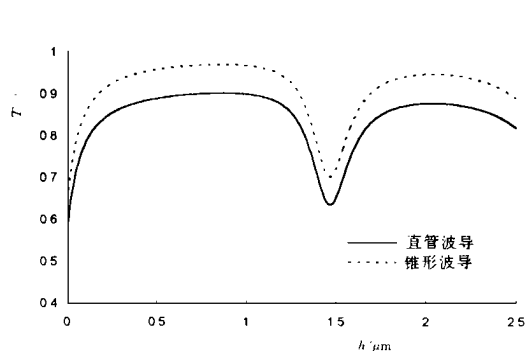


图 4 $r_0 = 0.3 \text{ mm}$ 时的透过率-膜厚曲线 ($T-h$)

Fig. 4 Transmission- thickness of the coated dielectric with $r_0 = 0.3 \text{ mm}$

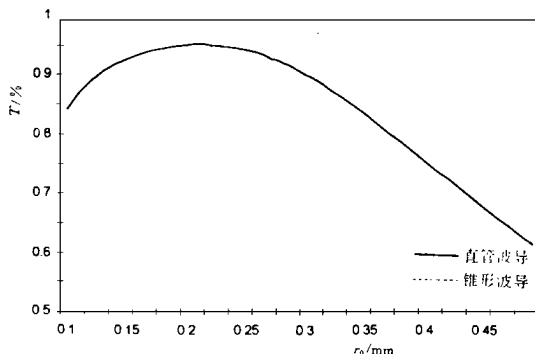


图 5 透过率-腰斑半径曲线

Fig. 5 Transmission- waist radius relationship

由图 5 可见, 在 Gauss 光束的腰粗大于 0.28 mm 时, 锥形波导的透过率比同细口径的直波导要大。腰粗越大, 锥形波导的优越性越明显。这与实际情况是相符的。因为根据 Grenn 的工作, 波导入口能量与总能量的百分比 T_0 与入口的半径 R 的关系为:

$$T_0 = 1 - \exp(-R^2 / r_0^2)$$

对于锥形波导, 能达到透过率大于 90% 的 r_0 选择区域要比直管大; 因而在实际条件下更易得到高透过率。注意到当 r_0 较小时, 直波导要比锥形波导的透过率大。其原因主要是当 r_0 小到一定程度时, 无论是直波导还是锥形波导, 耦合损耗均小于 2%, 但由于在锥形波导表面上反射一次, 其下一次的入射角就要减小一个 W , 而反射率在越接近掠入射时越高, 就使得锥形波导的损耗大于直波导。

由此, 我们得到如下结论: 在 r_0 较大时, 波导的主要损耗源于耦合损耗; 当 r_0 较小, 耦合损耗可忽略不计时, 主要是反射损耗起作用。因此若对同一聚焦条件下的激光, r_0 较小应用直波导; r_0 较大时, 应用锥形波导。不过对于直波导, 其透过率对 r_0 的变化太敏感, 高透过率区域较窄。因而若要放松激光光束的聚焦条件, 用锥形波导更容易获得高透过率。

参 考 文 献

- 1 Wilson S J, Jenkins R M, Devereux R W J. Hollow-Core Silica Waveguides. IEEE J-QE, 1987, QE23 52
- 2 Alaluf M, Dror J, Dahan R, et al. Plastic hollow fibers as a selective infrared radiation transmitting medium. J Appl Phys, 1992, 72 3878
- 3 候蓝田, 付连符, 吕平, 等. 二氧化锗空芯光纤的研究. 中国科学 (A 辑), 1995, 25 444
- 4 周建英, 吕刚宁, 李振先, 等. 一种高品质中空金属光波导. 光学学报, 1996, 16(5): 690
- 5 Crenn J P. Gaussian beam transmission through circular waveguides with conducting wall material. Appl Opt, 1985, 24 3648

- 6 Crenn J P. Optical theory of Gaussian beam transmission through a hollow circular dielectric waveguide. Appl Opt, 1982, 22: 4533
- 7 M 玻恩, E 沃尔夫. 光学原理. 北京: 科学出版社, 1978. 61~ 64

Theory of Gaussian Beam Propagation through Hollow Circular Waveguide

Deng Yujun^{} Ning Ling Zhou Jianying*

Abstract Transmission of $10.6\mu\text{m}$ Gaussian beam radiation through hollow circular waveguide is numerically evaluated by taking into account of Gaussian beam paraxial approximation, physical optics of light on dielectric surfaces and coupling losses of the beam to the waveguide. The analysis shows that a hollow dielectric-coated waveguide, if properly coated, presents lower losses than a hollow fiber. The design guideline of hollow dielectric-coated metallic waveguide is given. A new waveguide configuration—a tapered, dielectric coated hollow metallic waveguide is proposed. It is demonstrated theoretically that this waveguide can simultaneously provide low coupling losses and propagation losses.

Keywords waveguide, dielectric-coated, tapered waveguide

^{*} State Key Laboratory of Ultrafast Laser Spectroscopy, Zhongshan University, Guangzhou 510275