

有耗介质平面上表面波特征方程的数值解^{*}

龙云亮 蒋鸿雁

(中山大学无线电电子学系, 广州 510275)

摘 要 推导了有耗介质平面上表面波的电磁场表达式及其特征方程, 用 Kuhn 法求解该复超越方程, 很方便地得出了其精确数值解.

关键词 有耗介质, 表面波, 微带天线, Kuhn 法

分类号 TN 011.4, O 174.5

表面波的最基本的特征是波场沿表面外法线方向按指数衰减, 对表面波的分析, 是研究微带传输线或微带天线的基础^[1]. 从 50 年代开始, 人们就对表面波进行了研究^[2]. 当时为寻找一种低耗而廉价的微带传输线, 选用的介质材料是低损耗或无耗的, 因此采用小损耗近似条件来分析表面波在介质中的传播特性^[3]. 近年来, 随着微带天线在移动通讯、卫星通讯、直接广播系统 (DBS)、全球定位系统 (GPS) 和遥感遥测等方面的广泛应用, 人们对宽带微带天线的研究日益重视起来^[4]. 而采用高损耗介质则是展宽微带天线频带的一种有效手段^[1], 因此, 表面波在高耗介质中的传播特性得到人们的关注, 此时仍采用小损耗近似显然是不恰当的.

实际上, 分析介质导引的表面波, 关键是求解其特征方程. 在介质为有耗时, 该特征方程为一复超越方程, 数值求解具有相当的难度. 本文将 Kuhn 提出的求代数方程的全部根的 Kuhn 法推广到求解超越方程, 得出了有耗介质平面上表面波特征方程的精确数值解.

1 表面波场及特征方程

如图 1 所示, 一微带天线的介质基片厚为 h , 由参数为 X, Y, Z, W (X, Y, Z, W 均为复数, X, Y, Z, W 分别为真空中的介电常数和磁导率), 用同轴线探针在微带贴片的中心馈电. 微带天线贴片端口除了激励起空间辐射波外, 也在介质基片上激励起表面波. 在远离探针的区域, 由于辐射波能量衰减比表面波快, 可以近似认为只存在表面波, 这种表面波是柱面波, 且具有轴对称性^[1], 因而采用圆柱坐标系. 探针很细, 它上面的电流近似为轴向分布, 激励出的电磁波没有轴向磁场, 因而为 TM 波. 利用 Hertz 矢量和边界条件, 可得空气和介质中的表面电磁场分量.

* 国家自然科学基金 (49604058) 及广东省自然科学基金 (950079) 资助项目

收稿日期: 1996-11-18 龙云亮, 男, 34 岁, 副教授

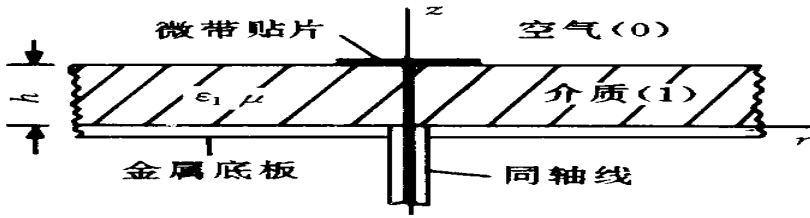


图 1 微带天线的表面波分析

Fig. 1 Analysis of the surface wave on a microstrip antenna

$$\begin{cases} E_{0z} = X \cos(k_z h) H_0^{(2)}(k_r r) \exp[-j k_{0z}(z-h)] \\ E_{0r} = -j(X k_{0z}/k_r) \cos(k_z h) H_0^{(2)'}(k_r r) \exp[-j k_{0z}(z-h)] \quad (z > h) \\ H_{0h} = -j(kX/k_r) \cos(k_z h) H_0^{(2)'}(k_r r) \exp[-j k_{0z}(z-h)] \\ E_{1z} = \cos(k_z z) H_0^{(2)}(k_r r) \\ E_{1r} = -(k_z/k_r) \sin(k_z z) H_0^{(2)'}(k_r r) \quad (z < h) \\ H_{1h} = -j(kX/k_r) \cos(k_z z) H_0^{(2)'}(k_r r) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} E_{0z} = X \cos(k_z h) H_0^{(2)}(k_r r) \exp[-j k_{0z}(z-h)] \\ E_{0r} = -j(X k_{0z}/k_r) \cos(k_z h) H_0^{(2)'}(k_r r) \exp[-j k_{0z}(z-h)] \quad (z > h) \\ H_{0h} = -j(kX/k_r) \cos(k_z h) H_0^{(2)'}(k_r r) \exp[-j k_{0z}(z-h)] \\ E_{1z} = \cos(k_z z) H_0^{(2)}(k_r r) \\ E_{1r} = -(k_z/k_r) \sin(k_z z) H_0^{(2)'}(k_r r) \quad (z < h) \\ H_{1h} = -j(kX/k_r) \cos(k_z z) H_0^{(2)'}(k_r r) \end{cases} \quad (2)$$

其中 $H_0^{(2)}(k_r r)$ 为第二类 Hankel 函数, 而波数 k_{0z}, k_z 应满足特征方程

$$X k_{0z} + j k_z \tan(k_z h) = 0 \quad (3)$$

k_{0z}, k_z 与 k_r 之间有关系

$$\begin{cases} k_{0z}^2 + k_r^2 = k_0^2 X \\ k_z^2 + k_r^2 = k^2 X \end{cases} \quad (4)$$

显然, 只要从式 (3), (4) 中得出 k_{0z}, k_z 和 k_r 后, 就可求得表面波的全部解.

令 $z = k_z h$, z 为复数, 从式 (3) 和 (4) 中可推出

$$f(z) = -X^2 (k_0 h)^2 (X_r - 1) + X_z^2 + z^2 \tan^2 z = 0 \quad (5)$$

由于 X, X_r 均为复数, 上式为一复平面上超越方程的求根问题.

2 数值方法及结果

2.1 Kuhn 法

式 (5) 的求解, 一直是数值计算中的一大难点. 如采用常用的 Newton 迭代法, 因涉及初值选取及 $f(z)$ 的求导问题, 当 $f(z)$ 较复杂时, 未必能给出令人满意的结果.

Kuhn 法是针对代数方程的求解而提出的一种寻根方法, 不需初值, 也不必求 $f'(z)^{[5]}$. 我们曾将其结合围线积分推广到复平面上超越方程的零点求解, 效果良好^[6]. 但该方法因需进行围线积分, 只适合于 $f(z)$ 较简单时的情形, 并不适用于式 (5) 的求解. 实际上, 根据 Kuhn 法的本质, 我们可以将 Kuhn 法直接用于超越方程的求根, 虽不能保证其求根的完备性, 但重要的是, 只要 Kuhn 法求出一个解, 它必定是所求超越方程之根, 这可通过将求出的根代回原方程而得到验证. 有关 Kuhn 法的基本原理请参阅文献 [6].

2.2 数值结果

首先, 为验证本文方法的有效性与正确性, 我们先研究表面波在介质中的每波长径向衰减常数 T 由 Hankel 函数的大数近似 $H_0^{(2)}(x) \sim e^{-jkx}$ 可推出

$$T = -20 \operatorname{Im}(k_r) \lg e \quad (\text{dB}/\lambda) \quad (6)$$

式中 k_r 由式 (5)和 (4)求出 .

而文献 [3 中给出其近似表达式

$$\Gamma \approx 54.6 X_s R_s$$

(7)

其中 R_s, X_s 从表面波归一化阻抗 Z_s 中给出

$$Z_s = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{X}{\tanh(-jk_0 h \sqrt{\epsilon_r} X)} = R_s + jX_s$$

(8)

设 $f=1\text{ GHz}$, $X=10-j0.5$, $\epsilon_r=1-j2$, 由式 (6)和 (7)分别求出的结果见表 1, 可以看出 , 一致性相当好 .

在微带宽频技术中 , 一般采用高耗介质以增加微带天线的带宽 . 对两组典型参数 , 我们求解了式 (5), 其数值结果见表 2.

表 1 式 (6)与式 (7)之比较

Tab. 1 Comparison between formulas (6) and (7)

h/cm	式 (6): $\Gamma/(\text{dB}^\circ \lambda^{-1})$	式 (7): $\Gamma/(\text{dB}^\circ \lambda^{-1})$
0.5	0.9938	1.106
1.0	1.418	1.639
1.5	-7.455	-6.124
2.0	-9.039	-8.705
2.5	-6.935	-6.736
3.0	-5.749	-5.470

表 2 特征方程的数值解

Tab. 2 Numerical solution to the eigenvalue equation

h/cm	$f=1\text{ GHz}, X=2-j1, \epsilon_r=1-j1$			$f=1\text{ GHz}, X=5-j2, \epsilon_r=1-j2$		
	k_{1z}	$\Gamma/(\text{dB}^\circ \lambda^{-1})$	$ f(z) $	k_{1z}	$\Gamma/(\text{dB}^\circ \lambda^{-1})$	$ f(z) $
0.5	$\pm (25.64-j25.53)$	0.4245	$<10^{-5}$	$\pm (51.32-j51.14)$	0.9485	$<10^{-5}$
1.0	$\pm (25.61-j25.19)$	1.627	$<10^{-5}$	$\pm (51.51-j50.71)$	2.713	$<10^{-5}$
1.5	$\pm (25.63-j24.65)$	3.434	$<10^{-5}$	$\pm (52.10-j50.35)$	1.357	$<10^{-4}$
2.0	$\pm (25.75-j23.96)$	5.649	$<10^{-6}$	$\pm (52.79-j50.57)$	-6.588	$<10^{-4}$
2.5	$\pm (26.05-j23.16)$	8.130	$<10^{-5}$	$\pm (52.96-j51.05)$	-11.62	$<10^{-4}$
3.0	$\pm (26.58-j22.30)$	10.82	$<10^{-5}$	$\pm (52.84-j51.31)$	-11.95	$<10^{-5}$
3.5	$\pm (27.50-j21.43)$	13.74	$<10^{-5}$	$\pm (52.70-j51.38)$	-11.14	$<10^{-4}$
4.0	$\pm (29.16-j20.81)$	16.84	$<10^{-5}$	$\pm (52.62-j51.39)$	-10.37	$<10^{-4}$

表中 $|f(z)|$ 是将求出的解代入式 (5)而得到的 , 可见 $z=k_{1z}h$ 确为式 (5)的根 . 在数值计算过程中 , 我们注意到用 Kuhn 法从式 (5)中只能得出唯一的两个解 , 形式为 $\pm (a-jb)$ ($a>0, b>0$). 这与文献 [7]中的讨论结果是相吻合的 .

参 考 文 献

- 1 张钧,刘克诚,张贤铎,等. 微带天线理论与工程. 北京: 国防工业出版社, 1988. 1~ 16
- 2 Barlow M, Cullen A L. Proc IEE part III. 1953, 100 321
- 3 F克拉特. 雷达散射截面. 阮颖铮译. 北京: 电子工业出版社, 1988
- 4 Huynh, T Lee K F. Single-layer single-patch wideband microstrip antenna. IEE Electronics Letters. 1995, 31(16): 1310~ 1312
- 5 Kuhn H W. Fixed Points. New York: Academic Press, 1977
- 6 龙云亮,文希理,谢处方. 复平面上超越函数零点的数值计算. 数值计算与计算机应用, 1994, 15 (2): 88~ 92
- 7 时振栋. 有耗介质涂覆导体表面上的表面波分析. 见: 1991年全国微波会议论文集. 西安, 1991. 244~ 248

Numerical Solution to the Eigenvalue Equation of the Surface Wave on a Lossy Dielectric Plane

Long Yunliang^{} Jiang Hongyan*

Abstract The electromagnetic field expressions and the eigenvalue equation of the surface wave on a lossy dielectric plane are deduced. The precise numerical solutions to the eigenvalue equation are worked out using Kuhn algorithm.

Keywords lossy dielectric medium, surface wave, microstrip antenna, Kuhn algorithm

^{*} Department of Radio and Electronics, Zhongshan University, Guangzhou 510275