中山大学学报 (自然科学版)
ACTA SCIENTIARUM NATURALIUM UNIVERSITATIS SUNYATSENI
第 36卷 第 6期 Vol. 36 No. 6
1997年 11月 Nov. 1997

关于二项式系数的一个等式*

王尔冈 王则柯
(中山大学岭南学院, 广州 510275)

关键词 二项式系数, 等式, 间隔倍数递增性质
分类号 O 157

(1) 二项式系数的 1种表示 在本文中, k, m, n, N 均表示非负整数.

定义二维数组 $W(m, n)$ 如下:

当 m 或 n 为 0时, $W(m, n) := 1$;

当 m 和 n 均为自然数时, $W(m, n) := W(m, n-1) + W(m-1, n)$.

这就是说, 在如下排列的数组 $\{W(m, n)\}$ 阵列中, 上面第一行的元素均为 1, 左边第一列的元素也均为 1, 其余每个元素均为上邻一个元素和左邻一个元素之和.

n\m	0	1	2	3	4	5	6
0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	2	3	4	5	6	7
2	1	3	6	10	15	21	28
3	1	4	10	20	35	56	84
4	1	5	15	35	70	126	210
5	1	6	21	56	126	252	462
6	1	7	28	84	210	462	924
7	1	8	36	120	330	792	
8	1	9	45	165	495	1287	
9	1	10	55	220	715	2002	
10	1	11	66	286	1001		

* 国家自然科学基金 (19471088) 和国家教委博士学科点专项基金资助项目
收稿日期: 1997-09-17 王尔冈, 男, 22岁, 94级本科生

(2) 数组 $\{W(m,n)\}$ 阵列的一个性质　第 m 列的第 $km-1$ 个元素,是第 $m-1$ 列的第 km 个元素的 k 倍.在此把这个性质,称为间隔倍数递增性质.

命题　设 k, m 为自然数,则有 $W(m, km-1) = kW(m-1, km)$.

证明　事实上,$\{W(m, n)\}$ 是二项式系数阵列的新的表示.即

记 $$C(N,n) = N!/n!(N-n)!$$

则 $$W(m,n) = C(m+n,m)$$

于是 $$W(m,km-1)/kW(m-1,km) = C(km+m-1,m)/kC(km+m-1,m-1) = \frac{[(km+m-1)!/m!(km-1)!]}{k[(km+m-1)!/(km)!(m-1)!]} = km/km = 1$$ 证毕.

(3) 注记　性质发现以后,证明是简单的,因为迄今关于二项式系数和关于组合系数的文献[1,2]中未见类似的表达.

致谢　感谢美国密歇根州立大学高堂安博士的文献帮助.

参　考　文　献

1　MacMahon M P A. Combinatory Analysis. New York: Chelsea, 1984. 1~340

2　Riordan J. Combinatorial Identities. New York: Krieger, 1979. 1~256

A New Identity on Binomial Coefficients

*Wang Ergang** 　*Wang Zeke*

Abstract　A new formulation of the binomial coefficients is presented in this note to explore their alternatively-increasing-multiplier property.

Keywords　binomial coefficients, identity, the alternatively-increasing-multiplier property

* Lingnan College, Zhongshan University, Guangzhou 510275