

精确测量棱镜材料的折射率^{*}

袁剑辉

(中山大学物理学系, 广州 510275)

摘要 介绍了用垂直折射法及等顶角入射法测量棱镜材料的折射率, 原理和方法简单, 有较高的测量精确度.

关键词 棱镜, 折射率, 垂直折射, 等顶角入射

分类号 O 435.1

光学材料折射率的测量, 一般要先把材料磨制成棱镜形状, 而棱镜在光学实验及光学仪器中又使用很广. 因此, 用简单而精确的方法来测量其折射率, 就很有意义. 本文介绍了两个用分光计测量棱镜折射率的方法, 能达到满意的测量效果.

如图所示, 单色光束①在棱镜折射面 AB 上入射, 经棱镜后, 折射光束②从另一折射面 AC 上出射, 由折射定律及几何关系, 得

$$\begin{cases} \sin i = n \sin i' \\ n \sin h' = \sin h \\ i' + h' = T \end{cases}$$

消去 i' 和 h' , 得棱镜折射率^[3]

$$n = \frac{\sin^2 i \sin^2 T + (\sin i \cos T - \sin h)^2}{\sin T} \quad (1)$$

显而易见, 要得出 T, i, h , 就必须对入射光①、折射光②、法线③及法线④等 4 个角位置进行测

量读数, 才能由 (1) 式计算折射率 n . 由于要测的量较多且 (1) 式的计算较烦, 容易引起较大的误差, 因此, 一般都不按 (1) 式来直接测量棱镜的折射率, 但我们可以从 (1) 式导出其它的测量方法.

如常采用的最小偏向角法^[2]. 当入射线和出射线的偏向角 W 最小时, $W = 2h - T, i = h$, 代入 (1) 式, 得

$$n = \frac{\sin^2 h + [\sin h (1 - \cos T) \sin T]^2}{\sin^2 h [1 + \cot^2 (T/2)]} = \frac{\sin h}{\sin (T/2)} = \left[\sin \frac{W}{2} \right] \left[\sin \frac{T}{2} \right]$$

虽然从理论上分析, 最小偏向角法的准确度高, 但在实际操作时, 由于对 W 及 T 仍须要测出

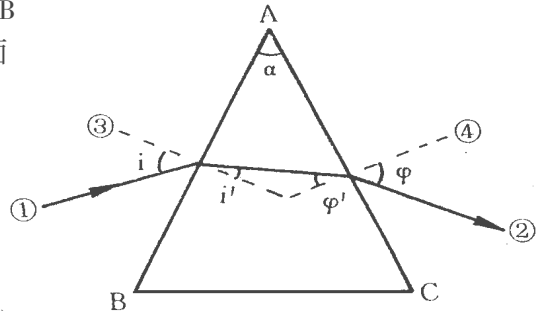


图 1 棱镜光路

* 收稿日期: 1997-08-05 袁剑辉, 男, 53 岁, 副教授

个角位置读数, 且肉眼也不易准确判断最小偏向角的位置, 因此会产生较大的测量误差.

又如掠入射法^[3]. 当入射光线①平行于 AB面入射, 即 $i=\pi/2$ 时, 由 (1) 式得

$$n = \frac{1}{1 - [(\sin b + \cos T) \sqrt{\sin T}]^2}$$

这也是常用的方法, 其中角 b 有正负之分. 由于测量时不易准确找到明暗分界线, 也容易产生误差.

下面介绍垂直折射法及等顶角入射法, 它们的原理及操作步骤简单, 测量误差小, 适用于实验教学及实际测量的需要.

1 垂直折射法

在棱镜的顶角 T 较小时 (如 30° 左右), 若入射光线以某一角度入射, 则其出射光线②会垂直于折射面 AC, 即出射光线②就是 AC面的法线方向^[1], 有 $b=0$, 如图 2 所示. 此时光线①和②的偏向角 $W=i-T$, 代入 (1) 式, 得

$$n = \frac{\sin^2 i \sin^2 T + \sin^2 i \cos^2 T}{\sin T} = \frac{\sin i}{\sin T} \frac{\sin(W+T)}{\sin T} \quad (2)$$

很显然, 只要在分光计上测出入射光线①、折射光线②及法线③这 3 个位置的角读数, 就能确定顶角 T 和偏向角 W , 按公式 (2) 来计算折射率 n .

测量步骤如下:

(1) 点亮钠光灯, 按常规调好分光计. 将待测棱镜放在平台上. 调节平台, 使平行光管发出的平行光有少许部分能从棱镜的上方进入望远镜, 再调节平台使棱镜主截面垂直于仪器转轴.

(2) 转动圆盘, 使折射面 AC 正对望远镜. 转动望远镜并从目镜中观察从 AC 面折射出来的狭缝象②, 再转动圆盘, 找到从 AC 面反射回来的垂直叉丝象. 同时微调望远镜及圆盘, 使折射狭缝象②、AC 面反射回来的垂直叉丝象及目镜中的垂直叉丝三者重合, 这就是折射光线②的位置, 它已和折射面 AC 垂直, 记下位置读数 H_2 .

(3) 固定圆盘, 将望远镜正对平行光管, 使部分入射光直接进入望远镜. 微调望远镜, 使入射狭缝象和目镜中的垂直叉丝重合, 这就是入射光线①的位置, 记下读数 H_1 .

(4) 固定望远镜, 松开并转动圆盘, 使棱镜 AB 面正对望远镜时, 其反射回来的垂直叉丝象与目镜中的垂直叉丝重合, 这就是法线③的位置, 记下读数 H_3 .

很显然, 有

$$\begin{cases} T = 180^\circ - |H_2 - H_3| \\ W = |H_2 - H_1| \end{cases}$$

把 T, W 代入 (2) 式, 求出棱镜折射率 n .

这种测量方法的优点是, 要测的量少, 计算公式简单, 能准确地将折射狭缝象、叉丝的反射象和目镜中的叉丝对准, 因而提高了测量的精确度. 但对顶角较大的棱镜, 如等边三棱镜, 却不能用这种方法测量. 由简单的分析可知, 对折射率 $1.3 \sim 1.9$ 的材料而言, 若顶角太大, 它的折射光不可能与折射面 AC 垂直. 但对顶角较小 (如 30° 左右) 的棱镜, 可采用这种方法测量, 且折射率可测范围宽, 对 $n < 2$ 的棱镜材料都能测量.

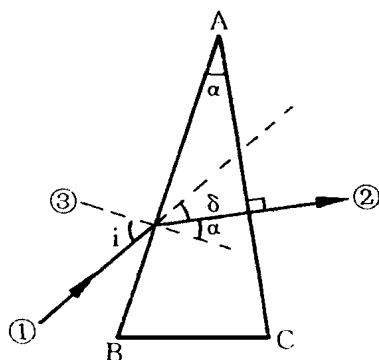


图 2 垂直折射

2 等顶角入射法

若入射光线①垂直于折射面 AC 的方向入射^[2], 出射角为 h , 如图 3 所示. 在此情况下, 由于入射角 i 的两边和顶角 T 的两边互相垂直, 有 $i = T$, 即入射角等于棱镜的顶角, 代入 (1) 式, 得

$$n = \frac{\sin^4 T + (\sin T \cos T + \sin h)^2}{\sin^2 T (\cos T + \sin h / \sin T)^2} \quad (3)$$

只要在分光计上测出入射光线①、折射光线②及法线③这 3 个位置的角读数, 就能确定 T 和 h , 按公式 (3) 来计算折射率.

测量方法与垂直折射法大致相同:

(1) 将望远镜正对平行光管, 使部分入射光从棱镜上方进入望远镜. 转动望远镜让入射狭缝象和目镜中的垂直叉丝重合. 再转动圆盘, 使棱镜 AC 面反射回来的垂直叉丝象也与目镜中的垂直叉丝重合. 此时入射光线①就和折射面 AC 垂直, 记下光线①的读数 H_1 .

(2) 固定圆盘, 转动望远镜, 找出从 AC 面折射出来的狭缝象②并与目镜中的垂直叉丝重合, 记下出射光线②的位置读数 H_2 .

(3) 固定望远镜, 转动圆盘, 使棱镜 AB 面正对望远镜时, 其反射回来的垂直叉丝象与目镜中垂直叉丝重合, 这就是法线③的位置, 记下读数 H_3 .

于是, 有

$$\begin{cases} T = 180^\circ - |H_1 - H_3| \\ h = |H_2 - H_1| \end{cases}$$

将棱镜顶角 T 出射角 h 代入 (3) 式, 求出棱镜折射率 n .

此方法的优点和垂直折射法一样, 有较高的测量精确度, 但不受顶角 T 大小的限制, 对任意三棱镜都可采用这种方法测量.

3 测量举例

我们对实验室常用的 30° 直角棱镜用垂直折射法及等顶角入射法在 JJY 型 1' 分光计上作过测量, 数据见表 1.

根据表 1 的测量数据分别对两种测量方法算出其测量结果.

垂直折射法:

$$\text{顶角 } T = 180^\circ - |H_2 - H_3| = 29^\circ 43.4' \pm 0.66'$$

$$\text{偏向角 } W = |H_2 - H_1| = 18^\circ 37' \pm 0.56'$$

$$\text{折射率 } n = \sin(W/T) / \sin T = 1.50655$$

$$\text{因为 } \frac{\partial n}{\partial T} = \frac{\sin T \cos(W/T) - \sin(W/T) \cos T}{\sin^2 T} = -1.2985$$

$$\frac{\partial n}{\partial W} = \frac{\cos(W/T)}{\sin T} = 1.3904$$

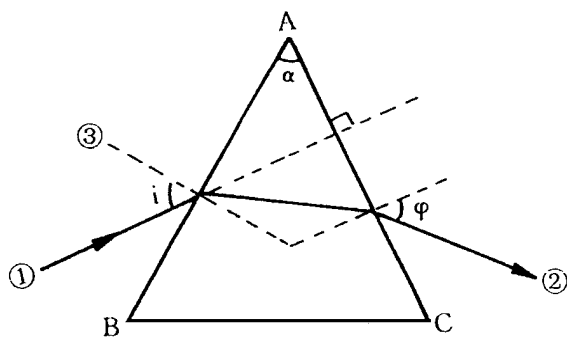


图 3 等顶角入射

得折射率 n 的标准偏差

$$\epsilon_n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial T}\epsilon_T\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial W}\epsilon_W\right)^2} = 0.0004$$

其中, $\epsilon_T = \pm 0.66' = \pm 0.0002 \text{ rad}$, $\epsilon_W = \pm 0.56' = \pm 0.0002 \text{ rad}$.

故所测棱镜材料折射率为 $n = 1.5066 \pm 0.0004$, 相对误差 0.03% .

表 1 30°角棱镜测量数据

测量方法	入射光线①		折射光线②		法 线③	
	“1” 窗口	“2” 窗口	“1” 窗口	“2” 窗口	“1” 窗口	“2” 窗口
垂直 折射 法	301°57′	121°56′	320°33′	140°30′	170°16′	350°18′
	301°58′	121°56′	320°34′	140°33′	170°17′	350°18′
	301°58′	121°55′	320°35′	140°33′	170°14′	350°16′
	301°57′	121°55′	320°34′	140°31′	170°17′	350°19′
	301°58′	121°53′	320°35′	140°35′	170°17′	350°15′
平均	301°57.6′ ± 0.24′	121°55′ ± 0.55′	320°34.2′ ± 0.37′	140°32.4′ ± 0.87′	170°16.2′ ± 0.58′	350°17.2′ ± 0.73′
等顶 角入 射法	190°41′	10°42′	206°35′	26°35′	40°25′	220°20′
	190°41′	10°40′	206°35′	26°40′	40°20′	220°20′
	190°40′	10°42′	206°38′	26°38′	40°22′	220°22′
	190°40′	10°41′	206°38′	26°40′	40°24′	220°21′
	190°41′	10°42′	206°37′	26°38′	40°22′	220°20′
平均	190°40.6′ ± 0.2′	10°41.4′ ± 0.4′	206°36.6′ ± 1′	26°38.2′ ± 0.9′	40°22.6′ ± 0.9′	220°20.6′ ± 0.6′

等顶角入射法:

顶角 $T = 180 - |H_1 - H_3| = 29^\circ 40.6' \pm 0.59'$

折射角 $h = |H_2 - H_1| = 15^\circ 56.4' \pm 0.50'$

折射率 $n = \frac{\sin^2 T}{\sin^2 h} \left(\cos T - \frac{\sin^2 h}{\sin T} \right)^2 = 1.50723$

因为
$$\frac{\partial n}{\partial T} = -\frac{1}{n} \left[\sin h \frac{\sin h \cos^2 T}{\sin^2 T} + \frac{\sin^2 h \cos T}{\sin^3 T} \right] = -1.1019$$
$$\frac{\partial n}{\partial h} = \frac{1}{n} \left[\frac{\cos T \cos h}{\sin T} + \frac{\sin h \cos h}{\sin^2 T} \right] = 1.8342$$

得折射率 n 的标准偏差

$$\epsilon_n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial T}\epsilon_T\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial h}\epsilon_h\right)^2} = 0.0004$$

其中, $\epsilon_T = \pm 0.59' = \pm 0.0002 \text{ rad}$, $\epsilon_h = \pm 0.50' = \pm 0.0002 \text{ rad}$.

所以, 所测棱镜材料折射率为 $n = 1.5072 \pm 0.0004$, 相对误差 0.03% .

4 结 论

对垂直折射法及等顶角入射法测量棱镜材料的折射率, 其共同的特点是能准确找到折射光线的位置, 而不是靠肉眼的主观感觉, 因而提高了测量精确度. 而传统的最小偏向角法及掠入射法则不同, 需要靠眼睛反复观察来判断最小偏向角或明暗分界线的位置, 不易

做到准确, 这就影响了测量精确度.

从前面测量结果分析可以看到, 垂直折射法及等顶角入射法的测量精确度很高, 折射率都能达到 5 位有效数字, 符合通常对折射率测量精确度较高的要求, 测量效果好. 若是在精度为 $1''$ 的分光计上测量, 则测量精确度更高.

参 考 文 献

- 1 Tang Z. Measurement of the thermo-optics coefficient of a barium fluoride single crystal. *Applied Optics*, 1994, 33 (13): 2620
- 2 Sigmund W. Measurement of refractive indices of prismatic materials. *Applied Optics*, 1996, 35 (34): 6815
- 3 林杼, 龚镇雄. 普通物理实验. 北京: 人民教育出版社, 1981. 386~ 371

Accurate Measurement of the Refractive Index of Prismatic Materials

Yuan Jianhui^{*}

Abstract Measuring the refractive index of prismatic materials with normal refraction method and equal to the corner angle incidence method is introduced. The principle and methods are simple. They are more accurate.

Keywords prism, refractivity, normal refraction, equal to the corner angle incidence

^{*} Department of Physics, Zhongshan University, Guangzhou 510275