

北江枯季中期预报的线性响应模型^{*}

季 冰

沈灿榮

(珠江水利委员会勘测设计研究院, 广州 510611) (中山大学城市与资源规划系)

摘 要 通过对北江流域的自然地理条件和枯季水文特征的分析, 采用一种以多元线性回归方法为基础的一种黑箱模型——径流线性响应模型, 假设流域符合叠加原理, 以降雨、径流作为输入、输出, 用最小二乘法率定参数, 对石角站实测旬径流进行了模拟和预报, 模型取得了令人满意的结果, 证明了模型的可行性.

关键词 线性响应模型, 中期预报, 枯季, 北江

分类号 P 338. 3

天然河道上枯水流量的大小及枯水期的长短, 对水库的有效库容确定、农田灌溉面积、城市与工矿企业供水量及航运上设计航水深与通航吨位的确定等都有直接的决定性影响, 但直至 70 年代后期, 国外的水文学家才开始这方面的研究, 国内至今仍处于起步阶段.

中长期水文预报目前常用的方法是数理统计方法. 随机模型是随着随机理论和电子计算机技术在水文学中的应用而逐渐发展起来的, 它们可概括为马尔柯夫模型和非马尔柯夫模型, 前者包括自回归模型、自回归滑动平均模型、谐波和模型等, 后者包括自回归滑动平均求和模型、解集模型、散粒噪声模型、分数高斯噪声模型、快速分数高斯噪声模型以及折线模型等^[1]. 其中一些比较复杂的模型, 由于计算能力的限制, 目前还不能投入实用. 而 Nash^[2]在 80 年代提出的线性响应模型, 由于其结构简明, 易于验算而受到关注. 本文通过对北江流域枯季水文特点的分析, 选用线性响应模型对北江枯季旬径流进行了预报.

1 模型的建立

简单的水文系统, 由输入、输出 (在水文预报中, 输入相当于预报因子, 输出相当于预报对象) 和系统转换器 3 部分组成. 输入系统通过系统转换器转换成输出. 在降雨径流预报中, 输入为降雨 $P(t)$, 输出是径流 $Q(t)$, 系统转换器是有关的流域概念性的和抽象性的表达式^[1]. 通常, 系统转换器的详细结构不十分清楚, 我们称之为黑箱. 一般黑箱是比较复杂的, 不可能用简单的结构来确切代表, 但可以通过对黑箱的有限认识, 以及要进行实测输入和输出的综合分析, 将复杂的黑箱原型结构, 经过简化和概化, 也就是根据物理和统计上的相似性, 作出模拟. 这样可将原型模拟成相似的且经过简化的模型. 具体来说, 在水文问题中, 可用一些水文模型来模拟水文现象与周围环境之间的相互关系, 以使输入通

^{*} 收稿日期: 1997-03-03 季 冰, 女, 31 岁, 工程师

过模型得到输出结果. 因此, 分析黑箱结构的任务, 主要是建立模型、确定模型参数和检验模型. 利用模型可以对水文资料进行综合, 并做出预报.

径流线性响应模型是以多元线性回归方法为基础的, 假设流域符合线性叠加原理, 用最小二乘法率定参数的一种黑箱模型^[3]. 模型假设各输入与输出之间存在线性关系, 那么出口断面流量的通用公式为^[4]

$$q_r = c_1^{(1)} i_r^{(1)} + c_2^{(1)} i_{r-1}^{(1)} + \cdots + c_{L(1)}^{(1)} i_{r-L(1)+1}^{(1)} + c_1^{(2)} i_r^{(2)} + c_2^{(2)} i_{r-1}^{(2)} + \cdots + c_{L(2)}^{(2)} i_{r-L(2)+1}^{(2)} + \cdots + c_1^{(J)} i_r^{(J)} + c_2^{(J)} i_{r-1}^{(J)} + \cdots + c_{L(J)}^{(J)} i_{r-L(J)+1}^{(J)} + v_r \quad (1)$$

写成离散卷积形式

$$q_r = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{L(j)} c_k^{(j)} i_{r-k+1}^{(j)} + v_r \quad (2)$$

式中, J 为枯季旬降雨、径流等输入系列的个数; $L(j)$ 为第 j 个输入的系统记忆长度, 即滞时; $c_k^{(j)}$ 为第 j 个输入的离散脉冲响应纵标; v_r 为扰动项, 即预报与实测径流量的误差.

公式 (1) 的矩阵表达式为

$$Q = I^{(1)} C^{(1)} + I^{(2)} C^{(2)} + \cdots + I^{(J)} C^{(J)} + V \quad (3)$$

式中, Q 为枯季旬径流输出系列的 $(n \times 1)$ 阶列向量; $I^{(j)}$ 为第 j 个输入的 $[n \times L(j)]$ 阶矩阵; $C^{(j)}$ 为第 j 个输入相应的脉冲响应纵标的 $[L(j) \times 1]$ 阶列向量; V 为预报误差的 $(n \times 1)$ 阶列向量.

如果令 $I = [I^{(1)} I^{(2)} \cdots I^{(J)}]$, $C = [C^{(1)T} C^{(2)T} \cdots C^{(J)T}]^T$

则 $Q = IC + V \quad (4)$

这便是线性响应模型推求流域出口断面径流量的数学表达式的矩阵形式.

在这个模型中, 解出待定参数 C 是根本问题, 用最小二乘法估算.

误差的平方和为 $V^2 = V^T \cdot V$, 而 $V = Q - IC$,

$$\begin{aligned} \text{所以} \quad V^2 &= (Q - IC)^T (Q - IC) = \\ &= [Q^T - (IC)^T] (Q - IC) = [Q^T - C^T I^T] (Q - IC) = Q^T Q - Q^T IC - \\ &\quad C^T I^T Q + C^T I^T IC \\ \frac{\partial V^2}{\partial C} &= \frac{\partial}{\partial C} (Q^T Q - Q^T IC - C^T I^T Q + C^T I^T IC) \end{aligned}$$

根据矩阵求导的性质: ① 常数的导数为 0, 即 $\partial(Q^T Q) / \partial C = 0$; ② $\partial(Q^T IC) / \partial C = I^T Q$; ③

$\partial(C^T I^T Q) / \partial C = I^T Q$ ④ $\partial(C^T I^T IC) / \partial C = 2 I^T IC$

所以 $\partial V^2 / \partial C = 0 - I^T Q - I^T Q + 2 I^T IC I^T Q = I^T IC$

则 $C = (I^T I)^{-1} I^T Q$

不难看出, 当 $J = 1$ 时, 线性响应模型有以下简单形式

$$q_r = c_1^{(1)} i_r^{(1)} + c_2^{(1)} i_{r-1}^{(1)} + \cdots + c_{L(1)}^{(1)} i_{r-L(1)+1}^{(1)} + v_r \quad (5)$$

如果令输入 I 为降雨系列, 而输出 Q 为径流系列, 那么 (5) 式与传统的单位线性推求出口断面流量的公式完全吻合.

2 模型在北江流域的应用

2.1 北江地理环境及枯季径流特征

北江是珠江流域的第二大水系, 流贯广东中部心脏地带, 流域面积 46 686 km², 干流

长 468 km. 主要支流由东西两侧羽状汇入, 西侧支流多于东侧. 流域内雨量充沛, 年平均降雨量在 1 300~ 2 400 mm 之间, 分布大致自南向北递减, 山区大于平原. 北江流域降雨的主要特点是暴雨多, 清远—英德附近地区是全国最大的暴雨径流中心之一, 年平均降雨量达 1 800 mm 以上. 另外, 北江流域在枯季降雨较频繁, 量也较大, 因此在北江枯季径流预报中应考虑降雨的影响因素.

相应地, 北江径流量也较丰富, 年平均径流达 482 亿 m^3 . 和降雨的年内分配一样, 径流的分配主要集中于汛期的 4~ 9 月, 占全年径流量的 70%~ 80%, 而非汛期只占 20%~ 30%. 石角站位于北江下游, 控制着北江上游 4 万 km^2 面积的来水. 在对石角站水文资料深入分析中, 可以看出, 10 月至次年 2 月的径流量为全年最小季节, 一般占全年的 16.6%, 这是北江的枯水季节.

北江流域的下垫面情况比较繁杂, 地势由北向南递减, 依次为山区、丘陵、冲积平原, 东部以红岩盆地为主, 而粤北山区喀斯特地形发育显著, 岩溶与非岩溶地形相互交错, 有峰丛和洼地发育, 个别部位有天窗、漏斗、落水洞等大型溶道. 这些地貌特征可以改变降雨所产生径流的天然分配和补给, 给径流的模拟预报工作增加了困难.

2.2 模型在北江流域的应用

(1) 基本资料. 取石角站 1970~ 1980 年枯季作为率定期, 1981~ 1983 年枯季作为验证期, 输出系列为枯季旬径流系列. 模型中所使用的是除去基流的直接径流, 基流的分割方法很多, 依据枯季径流特征, 采用历年的最低流量的平均值作为基流分割线, 在本流域中, 取 $Q_0 = 189.4 \text{ m}^3/\text{s}$. 输入系列为流域枯季旬降雨量和湊湾站的枯季旬径流量.

(2) 降雨量. 降水通常是地表水的唯一来源, 因此降水的计算, 很大程度上决定着径流模拟的精度, 但是由于降雨的空间、时间分布不均匀性, 使得面雨量的计算一直是一个难题. 目前, 主要计算面雨量的方法有平均法、权重法以及泰森多边形法等. 根据具体情况, 在北江区选择 4 个空间分布较均匀、降水时空分布较合理的控制站, 它们是湊水的始兴站、南水的乳源站、翁江的茂园街站和连江的高道站, 将降水量逐旬平均, 得到旬降水量系列.

(3) 参数的优选. 根据模型的物理意义, 相邻两旬的降雨、径流的相关系数远大于隔旬之间的相关系数. 计算的结果为

$$\begin{aligned} L(1) = 2, L(2) = 6, \quad c_1^{(1)} = 4.213, c_2^{(1)} = 0.247; \\ c_1^{(2)} = 0.386, c_2^{(2)} = 2.939, c_3^{(2)} = 0.621, c_4^{(2)} = 0.011, c_5^{(2)} = 0.464, c_6^{(2)} = 0.092 \end{aligned}$$

(4) 模拟结果与分析. 选用文 [2] 建议的检验标准, 以北江湊湾站的枯季旬径流系列和北江流域枯季旬降雨系列作为输入系列, 模拟石角站枯季旬径流的结果统计表明, 在率定期, 效率为 97.6%, 在验证期, 效率为 98.0%. 若以相对误差小于 25% 为合格标准, 在率定期, 径流合格率为 78.8%, 在验证期, 合格率为 83.0%. 模拟和预报的结果是令人满意的, 证明了模型的可行性.

现将用线性响应模型模拟的 1981~ 1982 年枯季和 1982~ 1983 年枯季的石角站径流量与相应的实测流量示于图 1a, 并选率定期中的枯季丰水年 (1972~ 1973 年枯季)、平水年 (1976~ 1977 年枯季)、枯水年 (1979~ 1980 年枯季), 将它们的计算径流与相应实测径流点绘于图 1b, 进行比较分析.

从图中可以看出, 平水年的误差较小, 其次是丰水年, 最差是枯水年. 模拟中所造成的误差是多方面的, 资料的精度是个不可忽视的方面, 而输入资料的统计方法是否恰当也

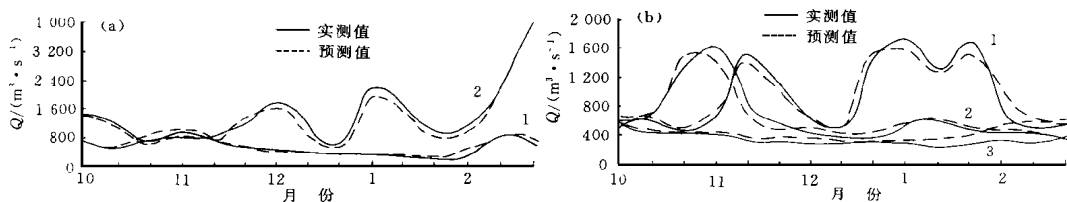


图 1 预报与实测对比

Fig. 1 The comparison of the forecasted and actual runoff

- (a) 1 1981年 10月上旬~ 1982年 2月下旬, 2 1982年 10月上旬~ 1983年 2月下旬
 (b) 1 1972年 10月上旬~ 1973年 2月下旬, 2 1976年 10月上旬~ 1977年 2月下旬,
 3 1979年 10月上旬~ 1980年 2月下旬

是其中原因之一。另外,本地区的地形、地貌的特殊性也可能是造成误差的重要原因。

在率定期,1980年2月3旬的降雨量误差较大,但径流量误差不大。作者认为,在其前6旬的总降雨量不超过10 mm,之后3旬的降雨可能被人为地存蓄,造成预报值大于实测值;也可能随岩溶地形而落入地下河,造成预报值大于实测值。

参 考 文 献

- 1 金光炎. 水文水资源随机分析. 北京: 中国科学技术出版社, 1993. 423~ 436
- 2 Nash J E, Sutcliffe J V. River flow forecasting through conceptual models. Journal of Hydrology, 1970 (10): 282~ 290
- 3 Cooper D M, Wood E F. Parameter estimation of multiple input-output time series models. Water Resources Research, 1982, 18 (5): 1352~ 1364
- 4 文康, 梁庚辰. 总径流线性响应模型与线性扰动模型. 水利学报, 1986 (6): 1~ 10

A Linear Response Model for Middle-Term Forecast in Low-Water Season in Beijiang River

Ji Bing* Shen Canshen

Abstract Based on the analyses of the natural geographical conditions and the hydrological characteristics of Beijiang River catchment in low-water season, a black-tank model-linear response model builded on a multivariate linear regression method is used to simulate and predict the ten-days runoff at Shijiao station. In the experiment, the parameters are determined through the least squares method. The simulated results agree quite well with the observational results.

Keywords linear response model, middle-term forecast, low-water season, Beijiang River

* Survey and Design Institute, Pearl River Water Resources Commission, Guangzhou 510611