

一种剪力墙元的力学性能研究^{*}

陈树坚 李冬梅

王伟明

(中山大学应用力学与工程系, 广州 510275) (广州市设计院)

摘 要 为了满足高层建筑结构分析的需要, 提出 1 种比较简单的四节点矩形墙单元. 它不同于一般的板壳元, 这种单元每节点 4~5 个自由度, 可以和其它空间单元较好地接合. 此墙元能反映剪力墙面内和部分面外的变形, 通过子结构自动细化方法可以处理开洞和不开洞剪力墙, 且精度可以满足工程要求.

关键词 剪力墙, 有限元位移法, 静力凝聚

分类号 TU 311

剪力墙在钢筋混凝土高层建筑结构中应用非常广泛, 目前常用的分析方法主要是采用开口薄壁杆件模型. 开口薄壁杆件假设整个截面内只有 7 个自由度, 在处理复杂的空间剪力墙系统时, 会导致一些不合理的计算结果. 现有的各种结构分析程序中, 也有采用空间膜单元和板壳单元^[1], 前者是平面单元, 只能反映墙的面内变形, 后者虽然具有平面内外的刚度, 但不能与其它空间单元很好地接合. SAP84 中采用的是一种空间墙元^[2,3], 可用于处理开洞剪力墙并提高计算精度, 但计算工作量比较大.

本文采用有限元位移法, 用适合于矩形单元的 Hermite 三次式作为位移插值函数, 加以一定假设, 提出一种简单的四节点矩形墙单元. 这种墙元每节点 4~5 个自由度, 平面内的 4 个自由度: 线位移 u , w 和角位移 u_z , w_x , 反映了剪力墙主要的面内变形, 1 个与其不耦合的平面外线位移 v 用于计算扭转和平面外变形. 因此, 该墙元能简单地和其它空间单元接合, 并可以通过子结构自动细化方法来处理开洞和不开洞的剪力墙问题. 总自由度数减少, 降低了计算工作量, 且精度可以满足工程需要.

1 基本模型

如图 1 所示, 建模时假定: ① x 方向线位移 u 与 x 成线性关系, 与 y 无关, 与 z 成三次关系; ② y 方向线位移 v 与 x , z 成线性关系, 与 y 无关; ③ z 方向线位移 w 与 x 成三次关系, 与 y 无关, 与 z 成线性关系; ④ 当墙单元与梁、柱等空间单元交接时, 在交接节点上增加约束条件: $u_z = -w_x$, 节点自由度从 5 减为 4.

1.1 基本墙单元

平面内:

^{*} 广东省自然科学基金 (930233) 资助项目

收稿日期: 1997-01-20 陈树坚, 男, 59 岁, 教授

$$U = \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = [N_1, N_2, N_3, N_4] \delta \quad (1)$$

其中, $N_1 = (1 - \frac{x}{a}) \begin{bmatrix} 1 & z & z^2 & z^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C(h),$

$$N_2 = \frac{x}{a} \begin{bmatrix} 1 & z & z^2 & z^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C(h),$$

$$N_3 = (1 - \frac{z}{h}) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix} C(a),$$

$$N_4 = \frac{z}{h} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix} C(a),$$

$$C(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3t^{-2} & -2t^{-1} & 3t^{-2} & -t^{-1} \\ 2t^{-3} & t^{-2} & -2t^{-3} & t^{-2} \end{bmatrix}$$

求导得到 $\epsilon = [X, X_z, V_x]^T = B^T [B_1, B_2, B_3, B_4] \delta \quad (2)$

其中应变矩阵

$$B_1 = \frac{1}{a} \begin{bmatrix} -1 & -z & -z^2 & -z^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a-x & (a-x)z & (a-x)z^2 \end{bmatrix} C(h), B_2 = \frac{1}{a} \begin{bmatrix} 1 & z & z^2 & z^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & xz & xz^2 \end{bmatrix} C(h),$$

$$B_3 = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -x & -x^2 & -x^3 \\ 0 & h-z & (h-z)x & (h-z)x^2 \end{bmatrix} C(a), B_4 = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x & x^2 & x^3 \\ 0 & z & zx & zx^2 \end{bmatrix} C(a) \quad (3)$$

直接积分计算墙元 16×16 的平面内刚度矩阵 K_1^e 为

$$K_1^e = \int_V B^T D B dv \quad (4)$$

其中, 弹性矩阵 $D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & - & 0 \\ - & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}$

在平面外 $v = \left[(1 - \frac{x}{a})(1 - \frac{z}{h}) \quad (1 - \frac{x}{a})\frac{z}{h} \quad \frac{x}{a}(1 - \frac{z}{h}) \quad \frac{x}{a}\frac{z}{h} \right] [v_i, v_l, v_j, v_k]^T \quad (5)$

求导得到 $\bar{\epsilon} = [X, V_{xz}, V_{yz}]^T = \bar{B}^T \delta \quad (6)$

直接积分计算墙元平面外的刚度矩阵 K_2^e 为

$$K_2^e = \int_V \bar{B}^T \bar{D} \bar{B} dv \quad (7)$$

其中, $\bar{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (1-\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(h-z) & -z & h-z & z \\ -(a-x) & a-x & -x & x \end{bmatrix}$

将平面内外的刚度矩阵 K_1^e, K_2^e 扩充为 20×20 的方阵, 叠加形成基本墙元的单元刚度矩阵。如果墙元与梁、柱等空间单元连接时, 在交接节点上增加 $u_x = -w_x$ 的约束条件, 以实现单元之间的刚性连接并降低了单元刚度矩阵的阶数。

1.2 墙单元的特性及适用范围

基于简化假设, 每一墙元内各个水平截面的弯矩 M_x 值相同, 即此墙元具有常弯矩特

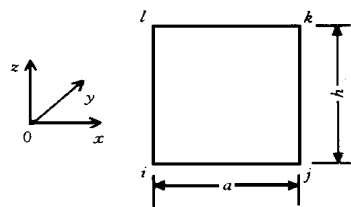


图 1 基本墙单元

Fig. 1 Basic wall element

性. 为此, 采用单元细化而不增加自由度的方法使得: ① 墙元总数增加, 提高计算精度; ② 可以处理开洞剪力墙问题; ③ 单元内部得到多个弯矩值后, 可以采用插值函数对弯矩进行内插, 这样, 不仅可以得到任一截面的弯矩值, 还可以得到靠近边界和荷载作用处截面较精确的弯矩值, 从而减小边界效应的影响. 这种墙元主要用来进行结构的整体分析.

1.3 墙单元子结构自动细化

细分过程是首先增加内部节点, 将墙单元细分为 9 个小单元 (开洞处视作厚度为 0 的单元) (图 2), 计算并组装 9 个小单元的刚度矩阵, 形成大单元总刚度矩阵; 然后采用静力凝聚的方法, 在单元一级上消去内部节点自由度, 得到只与外部节点自由度有关的墙元刚度矩阵. 如果单元与梁、柱等空间单元交接时, 在交接节点上增加 $u_z = -w_x$ 的约束条件.

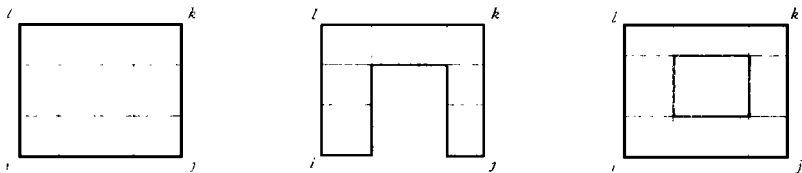


图 2 3种墙单元的细分
Fig. 2 Refinement of three wall elements

组集所有单元的刚度矩阵形成总刚阵, 进行总体求解, 得到单元的外部节点位移后通过回代求解计算内部节点的位移, 进一步可以计算应力, 并积分求出所需截面处的内力值.

2 算 例

(1) 如图 3所示实体墙及图 4单元划分, 计算顶部受集中力作用, 其竖向位移及水平应力如表 1. 墙的长宽高分别为 4, 1, 1 m, 材料常数: $E=256\text{ kN/m}^2$, $\mu=0$.

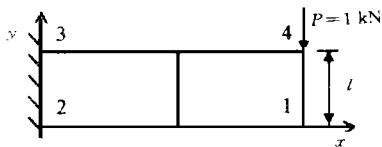


图 3 实体墙
Fig. 3 Solid wall



图 4 单元划分
Fig. 4 Refinement of wall elements

表 1 实体墙的竖向位移和水平应力

Tab. 1 The vertical displacements and horizontal stress of solid wall

墙元单 元数 /个	未知数	1点竖向 位移 /m	4点竖向 位移 /m	3点水平 应力 /kN	2点水平 应力 /kN
2 (2* 2)	20	0.966 5	0.978 0	18.16	- 18.16
4 (2* 4)	40	1.012 7	1.028 3	21.26	- 21.26
8 (2* 8)	60	1.017 1	1.032 8	21.25	- 21.25
32 (4* 8)	200	1.029 7	1.051 8	22.98	- 22.98
40 (4* 10)	250	1.031 2	1.053 6	23.38	- 23.38
80 (4* 20)	500	1.033 3	1.057 1	24.35	- 24.35

(2) 计算如图 5所示开洞剪力墙的弯矩、剪力和轴力及节点应力分别列于表 2, 3.

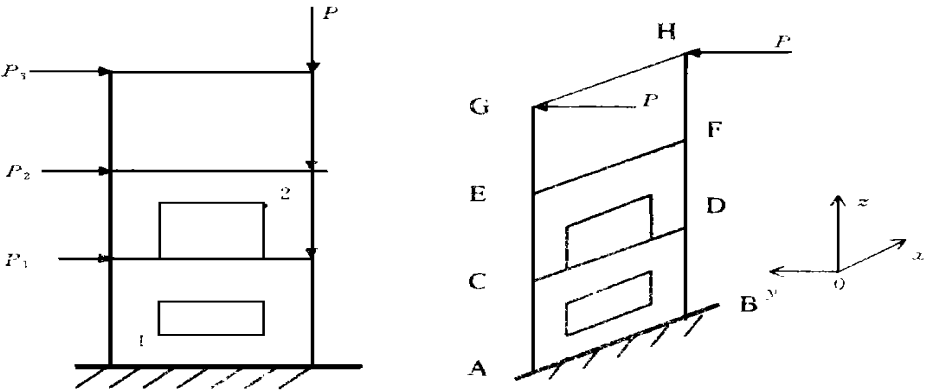


图 5 开洞剪力墙

Fig. 5 Shear wall with opening

工况 1: 在 C, E, G处作用水平集中力, $P_1= 100\text{ kN}$ $P_2= 200\text{ kN}$ $P_3= 300\text{ kN}$
工况 2 在 D, F, H处作用竖向集中力, $P= 50\text{ kN}$
工况 3 在 G, H处作用 y 向水平集中力, $P= 20\text{ kN}$
 $l_{AB}= 6.0\text{ m}$, $l_{AC}= 12.0\text{ m}$, 厚度 $t= 0.5\text{ m}$, 材料常数: $E= 2.6\times 10^8\text{ kPa}$, $\mu= 0.2$

表 2 开洞剪力墙的弯矩、剪力和轴力

Tab. 2 The moments, shear forces and axial forces of shear wall with opening

截面	工 况	1		2		3
		剪力 /kN	弯矩 /(kN° m)	轴力 /kN	弯矩 /(kN° m)	出平面剪力 /kN
A- B	墙元	597. 10	- 5 831. 00	- 151. 53	- 459. 20	- 50. 00
	精确值	600. 00	- 5 600. 00	- 150. 00	- 450. 00	- 50. 00
	相对误差 /%	0. 48	4. 13	1. 02	2. 04	0
C- D	墙元	503. 50	- 3 222. 50	- 109. 08	- 309. 41	- 50. 00
	精确值	500. 00(上)	- 3 200. 00	- 100. 00(上)	- 300. 00	- 50. 00
	相对误差 /%	0. 70	0. 70	9. 08	3. 13	0
E- F	墙元	502. 50	- 127 5. 20	- 100. 95	- 157. 04	- 50. 00
	精确值	500. 00(下)	- 120 0. 00	- 100. 00(下)	- 150. 00	- 50. 00
	相对误差 /%	0. 50	6. 26	0. 95	4. 69	0
G- H	墙元	303. 32	- 8. 99	- 50 43	- 150. 33	- 50. 00
	精确值	300. 00(下)	0	- 50. 00(下)	- 150. 00	- 50. 00
	相对误差 /%	1. 11	—	0. 86	0 22	0

表 3 开洞剪力墙的节点竖向应力

Tab. 3 The vertical stress of point of shear wall with opening

	/kN			
	A点	B点	1点	2点
本文墙元 1×3	2 555. 241 4	- 2 545. 330 8	- 32. 064 8	- 320 051 8
SAP90膜单元 6×13	2 300. 300 0	- 2 233. 200 0	- 35. 850 0	- 305. 286 6
相对误差 /%	11. 8	13. 2	10. 5	4. 5

3 结 论

从算例的结果可以看出, 3种结构的计算结果基本正确, 证明本文提出的墙元是一种比较简单和准确的三维模型. 其位移函数形式简单, 即使计算开洞剪力墙也不会增加太大的工作量, 方法易于被工程技术人员接受. 根据本墙元提出的公式, 已编制成高层建筑三维墙元分析程序 SSW, 该程序具有分析多塔楼、错层、跨层柱等复杂结构型式的功能.

致谢 感谢陆可风高级工程师在此项研究过程中的指导和帮助.

参 考 文 献

- 1 Allman D J. A compatible triangular element including vertex rotation for plane elasticity analysis. *Comp and Struct*, 1984, 19: 1~ 8
- 2 袁明武, 蔡定正. 一种新的墙单元. *土木工程学报*, 1992, 25 (1): 38~ 44
- 3 袁明武, 孙树立, 蔡定正. 一种新的墙单元. *计算结构力学及其应用*, 1996, 13 (1): 17~ 23

The Character of A Shear Wall Element

Chen Shujian^{} Li Dongmei Wang Weiming*

Abstract A new simple model of shear wall element, which is a 4-node rectangular element is presented. Different from a general shell element, each node includes 4 or 5 degrees of freedom in this element. Since the contributions of the stiffness both in the plane and out of the plane are considered, it can be jointed with other 3-dimension beam or column element of space frame. This element can be used to deal with the spatial deformation shear wall with or without opening through the refinement method. So, this is an accurate and practical model which can be used in microcomputer for structural analysis.

Keywords shear wall, displacement method of finite element, static concentration

^{*} Department of Applied Mechanics and Engineering, Zhongshan University, Guangzhou 510275