

一个垂直平均水流运动的边界通用程式 I . 程式结构*

陈小红 刘美南

Malhani M Al

(中山大学城市与资源规划系, 广州 510275) (英国东伦敦大学)

摘 要 采用一种破开算子和特征线方法, 将垂直平均二维水流运动方程转化为一系列一维方程式, 从而由特征有限差分法求解. 该模式适用于河流、河口和海湾的平面二维水流或潮流模拟. 为使模式在这些水域模拟中具有边界通用性, 设计了一个包含实际水域可能出现的各种不同类型边界 (共 28 种) 的边界信息库, 并分别给出了计算域内点和各种边界的计算公式.

关键词 通用程式, 二维水力模型, 破开算子, 特征方法, 边界库

分类号 TV 131.21

自 Hansen^[1]的研究以来, 求解二维明渠水流方程的数学模式已十分普遍, 而 Leendertse^[2]研制的有限差格式 (或其变种) 仍是最广泛的应用方法之一. 现有的大多数模型和数值方法都试图针对某个特定水域或问题改进基本方程或数值格式, 并取得不少成果. 但实际上许多现存的模型和格式并没有本质上的差异, 而且大多能获得合理的结果. 实际上, 除模型的准确度外, 水流模拟的精度很大程度上取决于可得到的数据及其可靠性. 从实用的角度而言, 在模拟精度差别不大的情况下, 一个通用的、易于操作的水流模拟模式更具有优越性.

1 模型描述

在垂向均匀流速、静水压力分布假设下, 不可压缩流体垂直平均二维流动方程为

$$\frac{\partial z}{\partial t} + u \frac{\partial z}{\partial x} + v \frac{\partial z}{\partial y} + H \frac{\partial u}{\partial x} + H \frac{\partial v}{\partial y} = u \frac{\partial z_0}{\partial x} + v \frac{\partial z_0}{\partial y} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial z}{\partial x} = -g \frac{u}{C_z^2 H} \frac{u^2 + v^2}{2} + Fv \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial z}{\partial y} = -g \frac{v}{C_z^2 H} \frac{u^2 + v^2}{2} - Fu \quad (3)$$

其中, z 为水位, z_0 为水底高程, $H = z - z_0$ 为水深, u, v 分别为 x 和 y 方向的流速, t 为时间, g 为重力加速度, F 为 Coriolis 参数, C_z 为谢才系数.

采用破开算子法, 由式 (1) ~ (3) 推得

$$\frac{z^{n+1/2} - z^n}{\Delta t} + u \frac{\partial z}{\partial x} + H \frac{\partial u}{\partial x} = u \frac{\partial z_0}{\partial x} \quad (4)$$

* 收稿日期: 1998-06-01 陈小红, 男, 35 岁, 副教授

$$z_{i,j}^{n+1} = z_{i,j}^{n+1/2} + \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left\{ v_{i,j}^{n+1} z_{01} - |v_{i,j}^{n+1}| z_{02} - v_{i,j}^{n+1/2} z_1^{n+1/2} + a_{i,j}^{n+1/2} z_2^{n+1/2} - \frac{a_{i,j}^{n+1/2}}{g} \left(a_{i,j}^{n+1/2} v_1^{n+1/2} - v_1^{n+1/2} v_2^{n+1/2} \right) \right\} \quad (18)$$

其中, $z_1^{n+1/2} = z_{i,j+1}^{n+1/2} - z_{i,j-1}^{n+1/2}$, $z_2^{n+1/2} = z_{i,j+1}^{n+1/2} + z_{i,j-1}^{n+1/2}$, $z_{01} = z_{0i,j+1} - z_{0i,j-1}$, $z_{02} = z_{0i,j+1} - z_{0i,j-1}$, $v_1^{n+1/2} = v_{i,j+1}^{n+1/2} - v_{i,j-1}^{n+1/2}$, $v_2^{n+1/2} = v_{i,j+1}^{n+1/2} + v_{i,j-1}^{n+1/2}$.

3 边界设计

3.1 边界结构信息库

本文的模式适用于河口、海湾及河流的任意边界的水流模拟. 这些水域差分网格中可能出现的所有边界形态可描述为 8 种线性边界 (No. 1~ No. 8) 和 20 种角边界 (No. 1~ No. 20), 按其种类序号分别排列如图 2, 3.

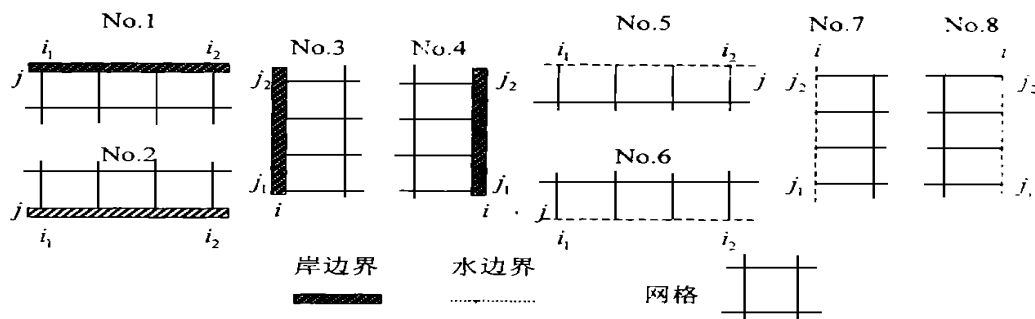


图 2 线性边界信息库

Fig. 2 Library of linear boundaries

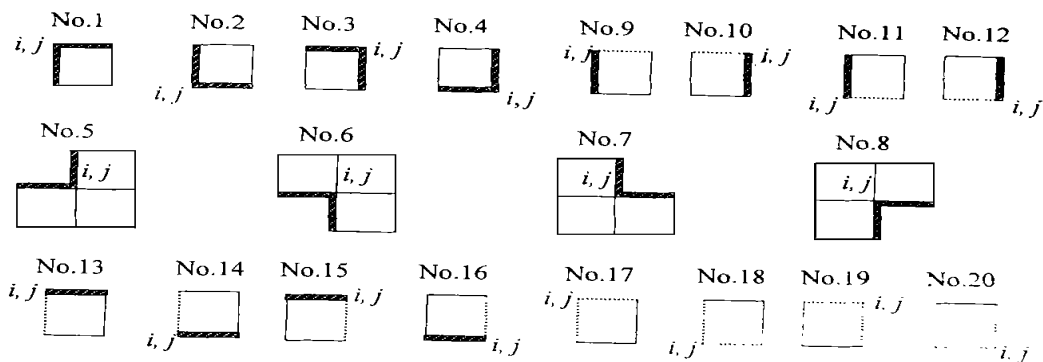


图 3 角边界信息库

Fig. 3 Library of corner boundaries

3.2 边界计算

3.2.1 岸边界 岸边界计算基于 2 点考虑: ① 其法向流速分量为零; ② 根据各自的特征方向对特征关系进行离散.

3.3.2 水边界 通常水边界上有水位记录而只需计算流速. 水边界上对动量方程线性化得

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial z}{\partial x} = N_1 \quad (19)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial z}{\partial y} = N_2 \quad (20)$$

且凡属水岸衔接的边界, 均令垂直于岸边界的流速分量为零.

4 光滑处理

光滑作用相当于在基本方程中加上高阶的“人为虚粘顶”, 起到在计算过程中抑制水流高频振荡的作用^[5]. 参考 Shapiro^[6]的方法, 本文为内点和边界点设计了 4 种光滑模型. 在每一个时间步 $n+1$ 和节点 (i, j) , 通过计算结果的加权平均对 $u_{i,j}^{n+1}$, $v_{i,j}^{n+1}$, $z_{i,j}^{n+1}$ 进行空间光滑修正.

内点的光滑公式为

$$w_{i,j} = T_{w_{i,j}} \frac{1-T}{16} \left\{ w_{i+1,j+1} + w_{i+1,j-1} + w_{i-1,j+1} + w_{i-1,j-1} + 2(w_{i+1,j} + w_{i,j+1} + w_{i,j-1} + w_{i-1,j}) + 4w_{i,j} \right\} \quad (21)$$

其中, w 代表 u^{n+1} , v^{n+1} 或 z^{n+1} . 权重系数 $T \in [0, 1]$.

岸边界和水边界 (包括线性边界和角边界) 处 u^{n+1} , v^{n+1} 及 z^{n+1} 的光滑处理可根据边界位置参照式 (21) 计算.

5 结 论

现存大量水流模拟模型和格式, 但大多没有本质上的差异. 本文则提出了一个针对河流、河口及海湾的垂直平均二维水流模拟的边界通用程式. 采用破开算子和特征线方法, 将垂直平均二维水流运动方程转化为一组一维方程式, 从而由特征有限差分法求解. 本文设计了一个包含实际水域可能出现的各种不同类型边界 (共 28 种) 的边界信息库, 并分别给出计算域内点和各种边界计算公式. 本文的模式具有边界通用、简便、易行的突出优点.

参 考 文 献

- 1 Hansen W. Hydrodynamic methods applied to oceanographic problems. In: Proceedings of the symposium on mathematical hydrodynamical methods of physical oceanography. Germany: Institute fur Meereskunde der Universitat Hamburg, 1962. 25~34
- 2 Leendertse J J. Aspects of a computational model for long-period water wave propagation. The Rand Corporation, Santa Monica, Calif. RM-5294-PR, 1967
- 3 Lister M. The numerical solution of hyperbolic partial differential equations by the method of characteristics. In: Ralston A, Wilf H S, eds. Numerical methods of digital computers. New York: John Wiley & Sons Inc, 1960. 165~179
- 4 Lai C. Comprehensive method of characteristics models for flow simulation. J Hydr Engrg, ASCE, 1988, 114 (9): 1074~1097
- 5 Molls T, Chaudhry M H. Depth-averaged open-channel flow model. J Hydr Engrg, ASCE, 1995, 121 (6): 453~465
- 6 Shapiro R. Smoothing, filtering, and boundary effects. Rev Geophys Space Phys, 1970, 8 (2): 359

A General Program for Depth-Averaged Flow

I . Model Structure

Chen Xiaohong* Liu Meinan Malhani M Al

Abstract Using a split operator approach and characteristic method, the depth averaged two-dimensional (2D) flow equations are transformed into a series of one-dimensional (1D) equations which are solved by a characteristic finite difference scheme. A boundary library containing 28 different types of boundaries is constructed on a rectangular grid to include any possible boundaries which may appear partly or simultaneously in real water fields. The formulae for calculations of interior nodes and boundaries are given. The boundary conditions and other input data required for modeling are designed as lookup tables.

Keywords general program, two-dimensional hydrodynamic model, split operator, characteristic method, boundary library

· 简 讯 ·

中山大学新增一批博士生导师

经中山大学学位评定委员会审批,最近,中山大学新增一批博士生导师,其中理科导师 31名,所属学科专业及名单如下:

周昌清	生态学	关履泰	计算数学	何振辉	凝聚态物理
施苏华	植物学	陈仲英	计算数学	罗锡璋	无线电物理
张润杰	动物学	李 磊	应用数学	闫小培	人文地理学
张景强	生物物理学	郑志勇	基础数学	罗会邦	气象学
徐安龙	生物化学与分子生物学	王燕鸣	基础数学	贺海晏	气象学
邓芹英	有机化学	余卫龙	光学	陈新庚	环境科学
刘冠昆	物理化学	张纯祥	粒子物理与原子核物理	温琰茂	环境科学
李玉光	物理化学	刘良钢	粒子物理与原子核物理	蓝崇钰	环境科学
麦堪成	高分子化学与物理	李志兵	理论物理	陈桂珠	环境科学
伍 青	高分子化学与物理	罗向前	理论物理	吴超羽	环境科学
符若文	高分子化学与物理				

(张 文)

* Department of City and Resource Planning, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China