

文章编号: 0529-6579 (1999) 04-0112-05

规划制图中折线式曲线的曲线化模型^{*}

张新长¹, 曾广鸿¹, 邓良炳¹, 常 征²

(1. 中山大学城市与资源规划系, 广州 510275; 2. 广州市城市规划局)

摘 要: 在单一折线曲线化的基础上, 根据 Bezier 曲线的生成原理, 通过两次对折线组的修正, 形成保持原拓扑关系的 Bezier 曲线组, 并保持折线组在曲线化过程中失真程度小. 通过检验, 利用三次 Bezier 曲线化模型曲线化的曲线组能够满足制图学的精度和拓扑要求. 该模型适宜在 GIS、电子地图、虚拟现实等方面运用. 最后阐述了该模型在城市规划、土地利用等方面制图的应用.

关键词: 折线式曲线; Bezier 曲线拼接; 规划制图; GIS

中图分类号: P 28 **文献标识码:** A

基于计算机图形输入及硬件等原因, 传统计算机辅助地图制图(CAC)一般采用折线来逼近曲线. 这种方法在数学精度、图形美观程度以及相关应用中存在不可克服的缺陷^[1]. 因此, 采用曲线逼近曲线成为 CAC 及 GIS 的一个发展方向. 现在曲线式数字化已经较为成熟. 但是在利用已有折线数据生成曲线数据方面研究较少, 同时在高质量的电子地图漫游功能、GIS 软件地形模拟、城市规划虚拟现实等新领域中, 需要建立一个能满足曲线组拓扑关系的曲线化模型. 本文提出的三次 Bezier 曲线化模型, 克服一般曲线化模型针对单条曲线的问题, 充分考虑线组之间的拓扑关系, 拓宽了它的应用领域, 特别适应规划制图方面的要求.

1 模型的提出

曲线化一直是计算机图形学的重要研究内容. 本文利用三次 Bezier 曲线分段拼接建立曲线化模型, 对已有折线数据进行曲线化, 很好地解决具有拓扑关系的折线组(主要是等值线组)曲线化后的拓扑关系处理问题.

1.1 Bezier 曲线与三次 Bezier 曲线的拼接

Bezier 曲线是一种用控制多边形定义曲线和曲面的方法, 具有始点、末点与其特征多边形端点重合, 且始点、末点的切线方向与特征多边形的第一和最后一条边一致等特性^[2]. 为了拟合一条等值线, 用一条三次 Bezier 曲线(即 4 个控制点)是不够的, 如果采用高次 Bezier 曲线拟合则计算量大, 而且拟合精度不高^[3]. 对折线分段用 Bezier 曲线拟

^{*} 收稿日期: 1998-07-16 作者简介: 张新长, 男, 1957 年生, 副教授.

合，则较好地解决了这个问题。由于精度和计算速度的需要，本文采用三次模型。

在三次 Bezier 曲线的拼接模型中，每段三次 Bezier 曲线的特征多边形由折线的一个顶点作为二重导引点与前后相邻两线段上的一点构成，其特征多边形是一个三角形，曲线段的端点与其前后曲线段的相应端点重合，其插值拟合公式相应为：

$$C(t) = \sum_{i=0}^3 P_i B_{i,2}(t) = (1-t)^3 P_0' + 3t(1-t)P_1 + t^3 P_2' \quad 0 \leq t \leq 1$$

如果折线闭合，则每一个顶点对应一段曲线；如果折线不闭合，分别将折线的始点、末点作为最前一段曲线的始点、最后一段曲线末点。因此，曲线拼接模型中曲线的特征多边形(即需要曲线化的折线)的点满足形成一条连续光滑曲线^[3]。

1.2 每段三次 Bezier 曲线始、末点的确定

每段三次 Bezier 曲线特征多边形的中间两点是折线的顶点，是确定的。而始、末点是顶点相邻两线段上的点，其位置决定了曲线的拟合程度，也是处理线与线之间拓扑关系的基础。可以证明曲线的偏差(图 1 阴影部分)为其特征三角形面积的 1/10，同时由 Bezier 曲线的凸包性可知，曲线总是落在特征三角形内。而特征三角形的面积取决于曲线始末点位置。当曲线始点、末点靠近折线顶点时，特征三角形面积逐步减少，当其中一点与折线顶点重合时，曲线退化为直线。为了便于各段 Bezier 曲线拼接，本模型曲线的始末点分别按其与其前一个折线顶点间距离与对应线段的长度比一致的方式取点。在图 1 中，即按 $P_0P_0'/P_0P_1 = P_1P_1'/P_1P_2$ 的方式取 P_0' 与 P_1' 点。

在地理数据中，一条折线往往由大量的节点组成，这使得特征三角形面积占曲线所围面积一般小于 5%。如果控制取点位置的比例在 1/4 ~ 1/10 (相对应另一点为 3/4 ~ 9/10) 时，特征三角形的面积一般少于曲线所围面积的 2%，这样曲线的面积偏差小于 0.2%。

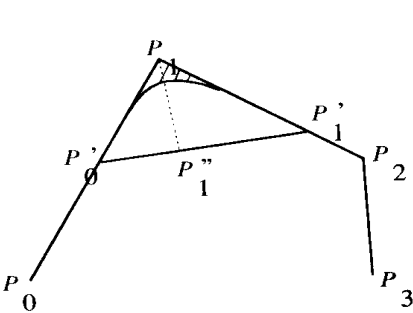


图 1 特征三角形与曲线的偏差

Fig. 1 Deflection between the feature pediment and the Bezier

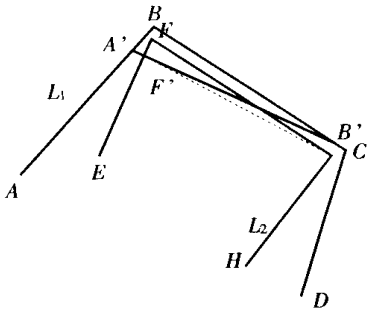


图 2 第一次修正

Fig. 2 the first modification

2 等值线(折线组)的曲线化

对于单条独立的折线，通过如上步骤可以得到一条所要求的曲线。但是，对于一组等值线，它们之间存在一定的拓扑关系，折线曲线化后仍保持它们的拓扑关系。在 GIS 中等值线主要的拓扑关系之一就是包含与被包含的拓扑关系，本模型通过对折线组两次修正来保证等值线组的拓扑关系。

2.1 从外向内的折线组第一次修正

Bezier 曲线具有凸包性，即曲线上各点均落在该曲线的特征多边形内，这样只要曲线凸包内的折线没有点落在曲线外，那么凸包内折线生成的曲线就不可能与该曲线相交。为了简化计算，用曲线的特征三角形进行判断，即如果曲线内的折线没有点落在其特征三角形内，则折线生成的曲线不可能与该曲线相交的。依据上述原理对折线组由外向内判断折线曲线化后的曲线是否可能相交。如果有顶点落在其特征三角形内，则需对折线进行修正。如图 2，折线 L_2 的一个顶点 F 落在折线 L_1 的一个顶点 B 的特征三角形 $A'BB'$ 内，可以求知线段 EF 与弦的交点 F' ，将 F 点修正为 F' 点。由曲线的特征三角形的面积是受控制在一定范围内的，则 F 点的位移也是在一定范围内的。同时图中与 F 相邻的两线段修正为 EF' 和 $F'G$ 。依次对所有的折线的顶点进行判断和修正，即第一次修正。修正后，折线组的凸包形成的曲线组是相离的。

2.2 从内向向外折线组的第二次修正

对于一组折线，还存在与凸包相对应的凹段，它实际上可以认为是从内向外的凸包，这样用同样的方法由内向对外折线组进行第二次修正。折线顶点凸与凹可以通过顶点的叉积计算得知^[4]，如图 3a。第二次修正时，如图 3b，外围折线 L_1 的一点 C 落在 L_2 的顶点 G 的特征三角内，修正时 C 点移到 C' 点，这就使外围折线上与 C 相邻的凸包顶点 B 的特征三角形的一个顶点 B' 移动 B'' ，与之相邻的凸包的特征三角形由 $A'BB'$ 变为 $A'BB''$ ，即特征三角形变小，这使得经过第一次修正的折线 L_2 的顶点 F 不可能会因第二次修正而落入 B 点的特征三角形内。其它情况可以得到类似结果，即第二次修正不会改变第一次修正后从外向内凸包内的曲线相离关系。

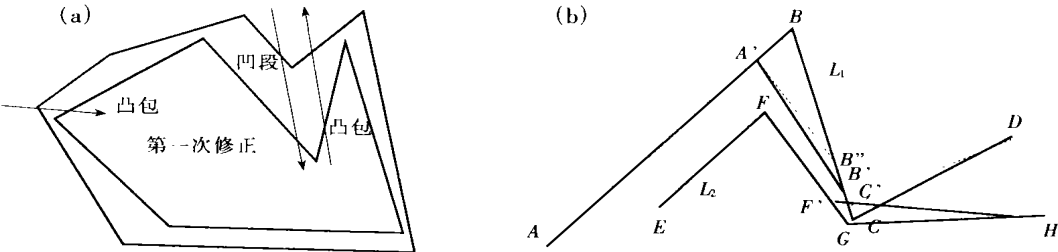


图 3 两次修正方向示意图 (a) 和第 2 次修正对第 1 次修正的影响 (b)
Fig. 3 The two directions of modifications (a) and the effect of the second modification

经 2 次修正后的折线组按 Bezier 曲线拼模型生成曲线组，曲线组满足等值线拓扑关系的要求。

3 模型应用

3.1 利用原有数据和数字测图数据，提高城市地图及规划图质量

数字化测图或原有数字化数据中是用折线逼近曲线的，利用这些数据制作地图时，其图形精度较差，利用本文模型可以大幅度提高图件质量。如在区域规划和城镇规划中，通常需要制作系列规划图。为使这些规划地图不仅能表达丰富的规划内容，而且还能有较高的地图质量，就需要对数字化后的地图线划进行光滑，使其具有生动的表现能力。在绘制

某区域土地利用规划图时，等高线通常被用来表示地面的起伏高低，坡度对土地利用的影响等。为使地图具有较好的等高线质量，采用本文模型进行曲线化。下面以广州市某区域等高线图作为实验区，按比例为 1/8 的取点方式用本文所提出模型对等高线图进行曲线化，其结果如图 4a。曲线化的等高线偏差小，当显示比例尺与原图一致时，其偏差用肉眼是难以发现的，但曲线更光滑。随着图不断放大，折线图曲线越来越不光滑（图 4b），而曲线化后图中等高线其本身以曲线表示，故不管比例尺大小，始终是光滑的曲线（图 4c）。

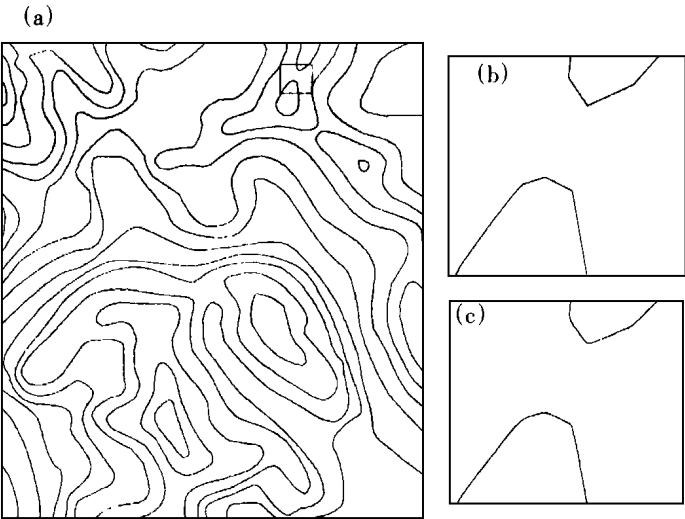


图 4 曲线化后等高线图 (a) 和曲线化前 (b) 与曲线化后 (c) 的放大图

Fig. 4 The contour map after smoothing (a) the contrast maps (b, c) after magnifying the rectangle in (a)

3.2 为高数学精度和低数据

在折线逼近曲线地图上，城市规划及土地利用规划进行面积量算时，精度往往受折线取点数的影响。为了提高量算精度，不得不大量增加节点数。而点位精度和面积精度要求往往出现矛盾。这样城市各类制图过程，点位精度、面积精度、劳动量和数据量三者之间出现了矛盾。而本文模型则解决了三者之间的矛盾。对制作的 1:10 000 城市地理底图进行统计得到表 1。

表 1 Bezier 曲线和折线逼近曲线的比较

Tab 1 Comparison of some indexes of Bezier curve and linear curve

项目	点位精度/mm	面积精度/%	劳动量/（人·月 ⁻¹ ）	数据量
折线	0.2~0.3	99	1.5	2×10 ⁶ ~10×10 ⁶
Bezier 曲线	≤0.05	99.8	300 ¹⁾	0.5×10 ⁶ ~4×10 ⁶

1) 跟踪数字化，利用数据自动转化，可以忽略

3.3 在电子城市规划图漫游等动态模拟系统中的应用

现在使用城市地图和 GIS 的规划工作者等人员为了动态地、深入地提取城市空间信息，已经不满足于静态地图。于是支持浏览功能的电子地图、带有三维虚拟现实功能的 GIS 出现了。在浏览折线式曲线地图时，随着比例尺的变化，为了维持地图合理的信息量和图面整洁程度，不得不制作一系列比例尺的地图供调用，无法达到无级变化的仿真效果。电子地图、城市 DTM 模型、城市规划模拟等进行动态浏览，利用本模型的数据，不会出现非正常菱形，同时可以调节取点的阈值，适应比例尺变化的细节程度，可以获得合

乎视觉原理的无级变化效果.

综上所述, 本文模型比较高精度地实现了由折线式曲线数据到 Bezier 曲线数据的转化, 同时保持了曲线组的拓扑关系, 可以保持与屏幕数字化(当今屏幕数字化一般采用 Bezier 曲线)地图数据库兼容. 而且采用参数曲线, 不受坐标系的限制, 可以从二维空间扩展到三维空间. 这使它在一些象动态游览及虚拟现实等新领域有较大的发展潜力, 为城乡规划制图开辟了更加广阔的前景.

参考文献:

- [1] MACEACHREN A M, KRAAK M J. Exploratory cartographic visualization: advancing the agenda [J]. Computers & Geoscience, 1997 (4): 335 ~ 343.
- [2] [美] T. 帕夫利迪斯. 计算机图形显示和图像处理的算法 [M]. 北京: 科学出版社, 1987. 210.
- [3] 沈伟烈. 计算机图形学教程 [M]. 北京: 航空工业出版社, 1995. 116 ~ 117.
- [4] 母河海. 地貌形态自动综合问题 [J]. 武汉测绘科技大学学报, 1994 (增刊): 1 ~ 6.

A Smoothing Model of Linearized Curve in Planning Mapping

*
ZHANG Xin-chang, ZENG Guang-hong, DENG Liang-bing, CHANG Zheng

Abstract: Curves are usually digitized by linear approximation in CAC and GIS. Although this method can keep the distort between a curve and a linear curve in control, it does not work well for a group of linear curves. On the basis of the method of making a single Bezier curve. The authors render the Piecewise Cubic Bezier Model to smooth linear. Each linear curve is made into Bezier curve after modifying the relation of linear curves to keep them not to intersect each other. The model can keep the element accuracy and topological. The paper discusses mainly the application of the model in urban planning, cartography of city map and so on.

Keywords: linear curve; the Piecewise Bezier; planning mapping; GIS

* Department of City and Resource Planning, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China