

文章编号: 0529-6579(1999)04-0024-04

扭转线性双折射光纤的本地模^{*}

陈冠三

(中山大学无线电电子学系, 广州 510275)

摘 要: 求解了扭转线性双折射光纤的本地模场分布和传播常数, 解决了只能用物理近似的方法分析该种光纤的问题.

关键词: 光纤; 双折射; 扭转; 本地模

中图分类号: TN 252 **文献标识码:** A

随着对光纤使用要求的提高和光纤技术的不断发展, 出现了各种各样的光纤, 虽然各种光纤结构各不相同, 但是, 如果根据光纤本身固有的双折射特性, 可以把光纤分成①低双折射光纤, ②线性双折射光纤, ③圆双折射光纤和④椭圆双折射光纤 4 类. 前 3 类光纤的理论研究已经比较完善^[1,2], 而以高线性双折射高扭转光纤为代表的椭圆双折射光纤的理论还很不完善, 目前还只能用物理近似的方法进行分析^[3,4], 还没有严格的理论对该类光纤的传输特性进行完整的描述, 本文将试图解决这个问题.

1 理 论

设 (x_0, y_0, z_0) 为正交的实验室坐标系, (x, y, z) 为绕 z_0 轴旋转的非正交的本地坐标系^[5], 扭转率为 τ . 对于高线性双折射高扭转光纤, 其折射率分布在本地坐标系中可以表示为

$$\bar{n}^2(x, y) = \begin{bmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

如果该折射率张量要在实验室坐标系中表示, 它将是纵坐标的复杂函数, 从而使得直接在实验室坐标系中研究该种光纤难于进行, 因而我们要从本地坐标系出发研究该种光纤的传输特性.

从麦克斯韦方程出发, 可以得到折射率张量为 $\bar{n}$ 的介质内电场满足的矢量微分方程, 即使只考虑弱导, 弱各向异性波导, 方程可写为

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \bar{n} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2)$$

* 基金项目: 广东省自然科学基金(970138)资助项目

收稿日期: 1998-09-08 作者简介: 陈冠三, 男, 1963 年生, 博士, 副教授.

注意到 $\bar{n}$ 只是横坐标 (x, y) 的函数, 与纵坐标 z 无关, 因而本地模场可以假设为

$$\begin{aligned} E(x, y, z) = & e(x, y, z) \exp(-i\beta z) = \\ & [e_x(x, y)\mathbf{a}_x + e_y(x, y)\mathbf{a}_y + e_z(x, y)\mathbf{a}_z] \exp(-i\beta z) \end{aligned} \quad (3)$$

把(1)和(3)式代入(2)式可以得到本地模场满足的微分方程组, 该方程组是复杂的耦合方程组, 无法获得其解析解. 如果我们把 (1) 式改写为

$$\bar{n}^2(x, y) = \begin{bmatrix} n_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_0^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta n_z^2 \end{bmatrix} = n_0^2 + \Delta \bar{n}^2 \quad (4)$$

式中, $\Delta n_x^2 = n_x^2 - n_0^2$, $\Delta n_y^2 = n_y^2 - n_0^2$, $\Delta n_z^2 = n_z^2 - n_0^2$ 是小量, 可以被当作微扰项. 如果折射率为 n_0 的本地场已知, 则可以用微扰的方法求得所要的结果.

把 n_0 和 (3) 式代入方程 (2), 同时进行坐标变换, 令 $x = r \cos \theta$ 和 $y = r \sin \theta$, 则可以得到本地场的横向分量满足的方程为

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1 + \tau^2 r^2}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2i\beta\tau \frac{\partial}{\partial \theta} + k^2 n_0^2 - (\beta^2 + \tau^2) \right] e_x + \left[2i\beta\tau + 2\tau^2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] e_y &= 0 \\ \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1 + \tau^2 r^2}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2i\beta\tau \frac{\partial}{\partial \theta} + k^2 n_0^2 - (\beta^2 + \tau^2) \right] e_y - \left[2i\beta\tau + 2\tau^2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] e_x &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

这里只考虑单模情况, 并且设

$$n_0^2 = \begin{cases} n_{co}^2 & r < \rho \\ n_{cl}^2 & r > \rho \end{cases} \quad (6)$$

ρ 是光纤的芯半径. 把(6)式代入方程(5), 可以得到 2 个解, 分别为

$$E_r^T(x, y, z) = [\mathbf{a}_x + i\mathbf{a}_y] \Psi(x, y) \exp(-i\beta z) \quad (7)$$

$$E_l^T(x, y, z) = [\mathbf{a}_x + i\mathbf{a}_y] \Psi(x, y) \exp(-i\beta z)$$

$$\text{式中, } \Psi = \begin{cases} J_0(ur/\rho)/J_0(u) & r < \rho \\ K_0(wr/\rho)/K_0(w) & r > \rho, \beta_r = \beta_0 - \tau, \beta_l = \beta_0 + \tau, \end{cases}$$

β_0 是 $u \frac{J_1(u)}{J_0(u)} = w \frac{K_1(w)}{K_0(w)}$ 的解., $u^2 = \rho^2(k^2 n_{co}^2 - \beta_0^2)$, $w^2 = \rho^2(\beta_0^2 - k^2 n_{cl}^2)$, $J_i(x)$ 和 $K_i(x)$ 分别是第 i 阶的贝塞尔函数和修正的贝塞尔函数. $e_z(x, y)$ 分量可以由 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, 即

$$\frac{\partial e_x}{\partial x} + \frac{\partial e_y}{\partial y} + \left[\tau_y \frac{\partial e_z}{\partial x} - \tau_x \frac{\partial e_z}{\partial y} - i\beta z \right] = 0 \quad (9)$$

求得.

折射率分布为 n_0 的光纤的本地场如 (7) 式所示, 显然是两个相互正交的圆偏振模, 即 $\mathbf{E}_r^T \cdot \mathbf{E}_l^{T*} = 0$. 该光纤受到各向异性扰动时, 这两个模将相互耦合. 传统的耦合模理论是以实验室坐标为基础的, 要研究本地模耦合, 必须作适当的推广. 我们已经把它推广到受扰动的螺旋光纤的情况^[9], 利用和文献 [6] 类似的推导过程, 注意本地坐标系的不同和扰动性质的差异, 可以很方便地推得我们所需要的耦合方程

$$\frac{dc_j}{dz} + i\beta_j c_j = -\frac{i\omega\epsilon_0}{k_j} \int (\Delta \bar{n}^2 \cdot \mathbf{E}) \cdot \mathbf{e}_j^* dx dy \quad (10)$$

式中, $j = r, l$.

$$k_j = \int_A (\mathbf{e}_j \times \mathbf{h}_j^* + \mathbf{e}_j^* \times \mathbf{h}_j) \cdot \mathbf{a}_z dx dy \quad (11)$$

微扰作用下, 光纤的本地传输场用 $E(x, y, z)$ 表示; 折射率为 n_o 时光纤的本地模用 e_j 表示, E 和 e_j 的关系为

$$\begin{aligned} E^T(x, y, z) &= c_1(z) e_1^T(x, y, z) + c_2(z) e_2^T(x, y, z) \\ E_z^T(x, y, z) &= n_o^2 / n_z^2 [c_1(z) e_{z1}(x, y) + c_2(z) e_{z2}(x, y)] \end{aligned} \quad (12)$$

很显然, 无扰动时, 即 $\Delta \bar{n}^2 = 0$, 则(10)式的解为 $\exp(-i\beta z)$, 即是无扰动时光纤本地场解。(10)式表示的耦合方程与传统的耦合方程在数学表示式上是类似的, 但它比传统的耦合方程有更大的使用范围, 不但适用于实验室坐标系, 而且还适用于本地坐标系。

3 高线性双折射高扭转光纤的本地场

对于我们要求解的高线性双折射高扭转光纤, $\Delta \bar{n}^2$ 的表示式如(4)式所示, 只是横坐标 (x, y) 的函数, 与纵坐标 z 无关, 因此, 方程(10)可以被改写为

$$\frac{dc_r}{dz} + i(\beta_r + k_{rr})c_r = -ik_{rl}c_l, \quad \frac{dc_l}{dz} + i(\beta_l + k_{ll})c_l = -ik_{lr}c_r \quad (13)$$

并且
$$k_{\mu\nu} = \frac{\omega \epsilon_0}{k_\mu} \int_A (\Delta \bar{n}^2 \cdot e_\mu) \cdot e_\nu^* dx dy \quad (14)$$

式中, $\mu, \nu = r, l$. e_μ 和 e_ν 是前面已经求得的折射率为 n_o 的光纤的本地场. 可以证明 $k_{\mu\nu}$ 与 z 无关, 且 $k_{\mu\nu} = k_{\nu\mu}^*$. 把(7)式和(13)式的解代入(12), 可获得高线性双折射高扭转光纤的总横电场为

$$E^T(x, y, z) = a_1 E_1^T(x, y, z) + a_2 E_2^T(x, y, z) \quad (15)$$

式中, a_1 和 a_2 是常数, 并且

$$\begin{aligned} E_1^T(x, y, z) &= \left[a_x + \frac{\beta_l - \beta_1 + k_{ll} + k_{lr}}{\beta_l - \beta_1 + k_{ll} - k_{lr}} i a_y \right] \Psi(x, y) \exp(-i\beta_1 z) \\ E_2^T(x, y, z) &= \left[a_x - \frac{\beta_r - \beta_2 + k_{rr} + k_{rl}}{\beta_r - \beta_2 + k_{rr} - k_{rl}} i a_y \right] \Psi(x, y) \exp(-i\beta_2 z) \\ \beta_1 &= (\beta_r + k_{rr} + \beta_l + k_{ll})/2 - \sqrt{k_{rl}k_{lr} + (\beta_r - \beta_l + k_{rr} - k_{ll})^2/2} \\ \beta_2 &= (\beta_r + k_{rr} + \beta_l + k_{ll})/2 + \sqrt{k_{rl}k_{lr} + (\beta_r - \beta_l + k_{rr} - k_{ll})^2/2} \end{aligned} \quad (16)$$

显然 E_1^T 和 E_2^T 是两个椭圆偏振模, 它们的传播常数分别为 β_1 和 β_2 . 可以很方便地证明 $E_1^T \cdot E_2^{T*} = 0$, 即两椭圆偏振模是正交的. (15)式表明: 当高线性双折射高扭转光纤在任意外场的激励下, 光纤内传输的总横场总可以表示为两个椭圆偏振模的线性迭加, 即这两个模是该种光纤的本地模. 因此, 我们就可以用(16)来描述高线性双折射高扭转光纤的传输特性. 该光纤的椭圆双折射为

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 2 \sqrt{k_{rl}k_{lr} + (\beta_r - \beta_l + k_{rr} - k_{ll})^2/2} \quad (17)$$

4 结 论

我们已经用推广的耦合模理论严格地求解了高线性双折射高扭转光纤, 得到了单模高线性双折射高扭转光纤的本地场分布和传播常数的解析表示式, 为该种光纤的应用研究提供了一种严格而又方便的分析工具.

参考文献:

- [1] MARUSE D. Theory of dielectric optical waveguides [M] . USA: Academic Press Inc, 1991.
- [2] CHEN G S, WANG Q. Local field in single-mode helical fibers [J] . Opt Quantum Electron, 1995, 27 (11): 1069~1074.
- [3] LAMING R J, PAYNE D N. Electric current sensors employing spun highly birefringent optical fibers [J] . J Lightwave Technol, 1989, 7 (12): 2084~2094.
- [4] QIAN J R, GUO Q, LI L. Spun linear birefringence fibers and their sensing mechanism in current sensors with temperature compensation [J] . IEEE Proc — Optoelectronics, 1994, 141 (6): 373~380.
- [5] TANG C H. An orthogonal coordinate system for curved pipes [J] . IEEE Trans MTT, 1970, 18 (1): 69.
- [6] CHEN G S, WANG Q. Mode coupling in single—mode helical fibers under perturbations [J] . Opt Quantum Electron, 1998, 30 (3): 209~216.

Local Modes in Spun Linear Birefringence Fibers

CHEN Guan-san^{*}

Abstract: The local fields and propagation constants in spun linear birefringence fibers are rigorously and analytically obtained. The conventional physical approximate method used to analysis this optical fiber is improved.

Keywords: optical fiber; birefringence; spin; local modes

^{*} Department of Radio and Electronics, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China