

文章编号: 0529-6579(2000)01-0027-04

数字电路的神经网络模型研究^{*}

潘中良, 张光昭

(中山大学无线电电子学系, 广州 510275)

摘 要: 研究数字电路的 Hopfield 神经网络模型, 说明了这种模型的原理及建立方法, 并指出这种模型存在的不足, 然后研究电路的最优神经网络模型, 给出了该模型的相关定义, 讨论了任意数字电路对应的最优神经网络的存在性. 这些建模方法可应用于电路的测试、逻辑验证等领域, 能提高相关技术的计算效率.

关键词: 数字电路; 神经网络模型; 能量函数

中图分类号: TP306 **文献标识码:** A

数字电路的神经网络模型是电路测试、逻辑验证等领域中相关问题的基础, 例如在基于神经网络的电路测试生成方法中, 首先必须建立被测电路对应的神经网络模型^[1]. 目前人们对电路神经网络模型的研究主要集中于 Hopfield 网络^[2,3], 但从总体上看, 基于 Hopfield 网络的电路神经网络模型在应用时其效率有待提高, 如对一般的数字电路其神经网络的规模较大, 因此迫切需要建立更有效的电路神经网络模型. 为此, 本文对数字电路的 Hopfield 神经网络模型和最优神经网络模型进行了较深入研究.

1 电路的 Hopfield 神经网络模型

一个基本逻辑门电路可以被表示成一个 N 端电路, 它有多个主输入和一个主输出. 电路的每个节点可以用一个神经元来表示, 且节点的值是神经元的激活值(记这种激活值为 V_i , 它只取 0 或 1 两个值). 把与电路主输入(主输出)节点对应的神经元叫做主输入(主输出)神经元. 把与各个门的输入(输出)节点对应的神经元叫做输入(输出)神经元. 这样可以给每一基本门电路(AND、OR 等)定义一种相应的神经网络模型. 在这里我们首先讨论基本门的离散 Hopfield 神经网络模型. 取神经元的非线性函数为阈值特性函数, 且使神经元的权值具有对称性, 即 $T_{ij} = T_{ji}$, $T_{ii} = 0$, 则网络的能量函数 E 可以表示为

$$E = -\frac{1}{2} V^T T V - V^T I + K = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N T_{ij} V_i V_j - \sum_{i=1}^N I_i V_i + K \quad (1)$$

其中, N 为网络中神经元的数目, I 为神经元的阈值, K 为常数. 由 (1) 式可知 E 由连接各神经元的权值和神经元的阈值所确定, 下面我们就用这种能量函数来表达基本门电路

^{*} 基金项目: 广东省博士后基金资助项目

收稿日期: 1999-04-21 作者简介: 潘中良(1966 ~) 男, 博士后, 现在华南师范大学物理系.

的逻辑特征.

定义 1 称符合一种基本门电路的功能函数的取值组合为这种门的一个相容状态, 其他不符合功能函数的取值组合为门的非相容状态.

对于门电路的一个相容状态, 可以选择(1)式描述的能量函数 E , 使此时 E 的值为某一个非负常数 D , 而对于所有非相容状态, 使 E 的值大于 D . 如果对一种基本门电路, 这样的能量函数 E 存在, 那么就可以用它来表示这种门电路的逻辑特性, 并称门的相容状态为能量函数对应神经网络的相容状态. 这里的一个主要问题是: 对任意一个基本门电路是否存在满足这种条件的能量函数, 也就是存在相应的离散 Hopfield 神经网络; 如果存在这种神经网络, 那么神经元间的连接权值和各神经元的阈值如何确定, 下面对此做些讨论.

设神经网络中神经元数目为 N , 神经元 i 的激活值为 V_i ($1 \leq i \leq N$). 对 i , 定义一个与它对应的 $N-1$ 维空间 Ω^{N-1} , Ω^{N-1} 中向量的形式为 $(V_1 \cdots V_{i-1}, V_{i+1} \cdots V_N)$. 因此 Ω^{N-1} 中的任意一点是由除神经元 i 之外的其他神经元的激活值 V_j ($j \neq i$) 所决定的.

定义 2 设 $x \in \Omega^{N-1}$, P_{i-1} , P_{i-0} 和 P_{i-n} 是与神经元 i 和网络相容状态有关的点集, 它们的定义 $P_{i-1} = \{x | x \text{ 仅对应于一个相容状态且 } V_i = 1\}$, $P_{i-0} = \{x | x \text{ 仅对应于一个相容状态且 } V_i = 0\}$, $P_{i-n} = \{\text{除去 } P_{i-1} \text{ 和 } P_{i-0} \text{ 中的点, 与网络相容状态对应的其他 } \Omega^{N-1} \text{ 中的点}\}$.

定义 3 (1) 把 T_{ij} , I_i 作为常数, $\sum_{j=1}^N T_{ij} V_j + I_i = 0$ 为空间中的一个超平面, 称它为神经元 i 对应的超平面, 记为 Ψ_i . (2) 如果点集 P_{i-1} 和 P_{i-0} 中的点分别位于超平面 Ψ_i 的两侧, 而 P_{i-n} 中的点位于超平面 Ψ_i 上, 则称 Ψ_i 为神经元 i 对应的决定超平面.

引理 1^[1,3] 对于一个 N 端电路, 存在一个由 N 个神经元组成的神经网络与它对应的必要条件是: 这 N 个神经元中的每一个神经元都存在一个决定超平面. 如果这种神经网络存在, 则网络能量函数的形式为 $E = -V^T T V / 2 - V^T I + K$.

根据引理 1, 我们可以得到与基本门(AND、OR 等)对应的神经网络模型的参数. 对一组合电路, 利用构成它的基本门的神经网络模型, 能获得一种与该电路对应的神经网络, 方法如下: (1) 把对应于同一个门的输入节点的神经元相互连接, 输出节点对应的神经元与输入节点对应的神经元相互连接. (2) 把电路中多个门电路的神经网络合并成该电路对应的新神经网络时, 把相同的神经元标号合二为一, 相应的阈值, 权值分别相加, 构成新的神经网络的权值和阈值. 对结构复杂的组合逻辑电路(如含有多输入门), 首先把它表示为基本逻辑门的组合, 然后由上述方法可以得到电路的神经网络模型.

2 电路的最优神经网络模型

以上这种建立电路神经网络模型的方法是可行的, 也有一定的典型性, 只是网络中包含的神经元数目会较大, 即随着电路规模的增大, 神经网络的规模会迅速增加, 而在一些应用中(例如电路的测试生成), 要求这种网络的规模越小越好. 这种方法的另一个不足之处是对多输入基本门(m 个输入节点一个输出节点, $m \geq 3$) 不能用由 $m+1$ 个神经元组成的神经网络来表征该基本门的逻辑功能, 例如对三输入 AND 门, 需用 5 个神经元组成的网络来表征. 特别是对任意的多输入多输出电路(m 个输入 n 个输出), 与这种电路对应的神经网络的最小规模是 $m+n$, 因为少于 $m+n$ 个神经元组成的网络显然不能表征该电路的逻辑功能, 这样的网络(规模为 $m+n$) 被认为是最优的. 对多输入逻辑电路, 其最优网络是否存在

在, 是人们十分关注的问题, 下面对此进行一些研究.

定义 4 对有 m 个主输入和 n 个主输出的逻辑电路, 如果一个由 $m+n$ 个神经元组成的神经网络能表征该电路的逻辑功能, 则把这个神经网络称为能表征电路逻辑功能的最优神经网络.

把对应于电路的主输入和主输出节点的神经元激活值分别记为 $V_1, V_2 \cdots V_{m+n}$, 把它们组成的向量记为 V , $V = (V_1, V_2 \cdots V_{m+n})$. 神经网络的能量函数 E 可以表示为 $E = E(V, T, I, K)$. 这里 T 为神经元间的权矩阵, I 为神经元的阈值, $I = (I_1, I_2 \cdots I_{m+n})$, K 为一个常数. 神经网络的结构由权矩阵 T 和阈值 I 等所决定. 当神经元的激活值 V 满足电路的真值表时, 使神经网络的能量函数 E 的值为 0, 不满足时使 E 的值大于 0 (比如使 E 的值为 1), 这样就能用神经网络的能量函数来表征电路的逻辑功能. 把这种对 E 的约束条件代入它的表达式 $E = E(V, T, I, K)$ 中, 可得到关于 T, I, K 的多个方程, 用这些方程构成如下的方程组:

$$AX = B \quad (2)$$

这里 A 为一常数矩阵, B 为一常向量, X 是一个向量, 它是由权矩阵 T 的元素、阈值 I 的分量和 K 组成. 由线性方程组不难得到: 电路的最优神经网络存在的充要条件是方程组 (2) 有解. 因此通过求解方程组 (2) 的解, 可以得到最优神经网络的基本参数值, 从而确定网络的结构. 下面讨论满足方程组 (2) 的神经网络的存在性. 这里用高阶关联神经网络^[4]来表征电路的逻辑特性, 由 N 个神经元组成的这种神经网络的能量函数如下

$$E = K - \sum_{i=1}^N I_i V_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N T_{ij} V_i V_j - \frac{1}{N!} \sum_{i,j,k,\dots,l=1}^N T_{ijkl\dots} V_i V_j V_k \cdots V_l \quad (3)$$

权 $T_{ij\dots l}$ 具有对称性, 在权 $T_{ij\dots l}$ 中只要有二个下标相等, 则权的值为 0, 例如 $T_{445} = 0$ 等.

定理 1 对任意的一个组合电路, 都存在一种最优神经网络能表征该电路逻辑功能.

定理 1 说明了电路对应的最优神经网络的存在性. 在证明时我们用高阶关联神经网络, 下面给出定理 1 证明的大致过程. 设电路 C 的输入节点为 $x_1, x_2 \cdots x_m$, 输出节点为 $z_1, z_2 \cdots z_n$. 把节点 $x_1, x_2 \cdots x_m, z_1, z_2 \cdots z_n$ 对应神经元的激活值分别记为 $v_1, v_2 \cdots v_m$ 和 $f_1, f_2 \cdots f_n$, 这里 $v_i \in \{0, 1\}$, $f_j \in \{0, 1\}$, $i = 1, 2 \cdots m$; $j = 1, 2 \cdots n$. 设 $v = (v_1, v_2 \cdots v_m)$, $f = (f_1, f_2 \cdots f_n)$. 记这些神经元组成的网络中权矩阵为 T , 阈值为 I .

对电路的一个输入 $x = (x_1, x_2 \cdots x_m)$, 它有一个输出 $z = (z_1, z_2 \cdots z_n)$ 与之对应. 如果一个高阶关联神经网络能表征电路 C 的逻辑功能, 则它的能量函数 E 当神经元的激活值满足电路的真值表时 E 的值为 0, 不满足时 E 为大于 0 的常数, 把这种约束条件代入能量函数 E 的表达式 (3) 中, 可得到一个线性方程组 $AZ = B$, 这里 A 为 2^{m+n} 阶方阵, Z 和 B 为 2^{m+n} 阶向量, 记常数 $L = 2^{m+n}$, $\tau = (2^n - 1) \cdot 2^m$.

$$Z = (k, -I_1, -I_2 \cdots -I_{m+n}, -T_{12} \cdots -\frac{1}{2} T_{1, m+n} \cdots -T_{m+n-1, m+n} \cdots \frac{1}{L!} T_{12 \cdots L})^T$$

$$B = (0, E_1, E_2 \cdots E_{2^n-1} \cdots 0, E_{2^n}, E_{2^n+1} \cdots E_{2^{n+1}-2}, 0 \cdots E_\tau)^T$$

向量 B 中所有的 E_i ($i = 1 \cdots \tau$) 为大于 0 的常数, 可以把它们的值都取为 1. 为方便说明, 把 A 写成 $A(m, n)$ 的形式, 即矩阵 A 与整数 m 和 n 有关. 这样要说明定理 1 成立, 只需证明对给定的一个向量 B , 方程组 $AZ = B$ 有解存在, 即系数矩阵 A 的行列式 $|A| \neq 0$.

下面我们可用数学归纳法证明: (1) 对任意正整数 m 且 $n = 1$ 时 $|A| \neq 0$, 即 $|A(m, 1)| \neq 0$.

1) $|A(k+1, 1)| = (-1)^u |B1| \cdot |B2|$, 这里 u 为正整数, $B1$ 和 $B2$ 都为 $A(k, 1)$ 形式的矩阵. (2) 对任意正整数 m 和 n 时 $|A| \neq 0$, 即 $A(m, n) \neq 0$. 经过计算, 可得到 $|A(m, k+1)| = (-1)^v |B3|^2$, 这里 v 为正整数, $B3$ 为 $A(m, k)$ 形式的矩阵. 由以上结论及归纳法, 方程组 $AZ = B$ 的系数行列式 $|A| \neq 0$, 因此对一个给定向量 B , 方程组 $AZ = B$ 有唯一解. 有了方程组 $AZ = B$ 的解, 实质上就求出了与电路对应的高阶关联神经网络的参数 T, I 等, 至此能完成定理 1 的证明.

求方程组 $AZ = B$ 的解时, 可以采用迭代法或克兰姆法则等一些有效方法, 例如对输入节点为 $x_1, x_2 \cdots x_n$, 输出节点为 x_{n+1} 的 AND 门电路, 采用这种方法可获得它的最优神经网络模型, 其能量函数为 $E = V_1 V_2 \cdots V_n + V_{n+1} - 2 V_1 V_2 \cdots V_n V_{n+1}$. 对其它一般结构的组合电路, 用这种方法都可以求得表征电路逻辑功能的最优神经网络模型.

3 结 论

本文研究数字电路的神经网络模型建立的原理, 详细研究了 Hopfield 神经网络模型和最优神经网络模型的存在性及设计方法, 其中电路的最优网络模型由于它的网络规模是最小的, 在电路的测试、逻辑验证等领域应用能提高相关问题的求解效率, 有关这方面的研究成果将另文给出.

参考文献:

- [1] 潘中良. 数字电路测试的神经网络方法的研究与实现[D]. 成都: 电子科技大学, 1997.
- [2] CHAKRADHAR S T. Energy minimization and design for testability[J]. J Electro Testing: Theory and Application, 1994, 5(1): 57 ~ 66.
- [3] CHAKRADHAR S T. Toward massively parallel automatic test generation[J]. IEEE Trans on CAD, 1990, 9(9): 981 ~ 994.
- [4] 焦李成. 神经网络系统理论[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1992.

Neural Network Model For Digital Circuits

PAN Zhong-liang^{*}, ZHANG Guang-zhao

Abstract: The Hopfield neural network model and optimal neural network model for digital circuits are studied. For a logic circuit which has m input and n output nodes, the circuit can be represented by an optimal neural network, i. e. the circuit is characterized by the network energy function that has global minima only at the neuron states consistent with the logic functions of the circuit and that the neural network consists of $m+n$ neurons. It is proved that there exist optimal neural networks for an arbitrary digital circuit. The optimal neural network model will have wide applications in circuit test and verification.

Keywords: digital circuits; neural network model; energy function

^{*} Department of Radio and Electronics, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China