

文章编号: 0529-6579 (2000) 02-0119-03

对斯坦尔克伯格均衡存在性的质疑

李志强

(中山大学科学计算及计算机应用系, 广州 510275)

摘 要: 首先介绍完全信息时双寡头垄断的企业产量决策的静态模型, 这时得到的均衡是库诺特均衡; 然后介绍完全信息时寡头垄断情形的产量决策的动态模型, 这时得到的是斯坦尔克伯格均衡; 最后分析了后者的局限性, 得到在理性假设的前提下, 斯坦尔克伯格均衡不是一个稳定的状态, 完全信息时的双寡头垄断产量决策的动态博弈的结果必然是最终趋近于静态博弈的结果.

关键词: 信息; 均衡; 理性假设

中图分类号: O225 **文献标识码:** A

我们来看一个寡头垄断情形的产量竞争的例子.

假设市场上的某种产品由 2 家企业生产, 总产量为 $Q = q_1 + q_2$, 其中, q_1 表示第 1 家企业的产量, q_2 表示第 2 家企业的产量, 市场出清时的价格函数为 $P(Q) = a - Q$, 这里 a 为某个常数. 进一步还可以规定当 $Q < a$ 时, $P(Q) = a - Q$; 而当 $Q \geq a$ 时, $P(Q) = 0$. 假设 2 个企业有相同的边际成本 c , 而固定成本为 0, 即它们总成本函数分别为 $C_1(q_1) = cq_1$ 和 $C_2(q_2) = cq_2$. 当然可以假设 $c < a$.

在上述博弈模型中, 博弈的参与人就是 2 个企业, 各个参与人的策略就是选择各自的产量 q_i , 由于产量不可能为负, 且还假设该种产品的产量是连续可分的, 因此参与人策略空间可以表示为 $S_i = [0, +\infty)$. 每个策略 s_i 就是选择一个产量 $q_i \geq 0$. 因为当 $Q \geq a$ 时, $P(Q) = 0$, 所以任何一个企业的产量 $q_i \leq a$.

博弈参与人的支付 $u_i(s_i, s_j)$ 就是在各自选择相应的产量时的利润, 在这种情形下, 支付可以写作

$$\pi_i(q_i, q_j) = q_i[P(Q) - c] = q_i[a - (q_i + q_j) - c]$$

回忆 Nash 均衡的定义, (s_1^*, s_2^*) 是一个 Nash 均衡, 如果对任意的 i 及任意的策略 $s_i \in S_i$, 都有

$$u_i(s_i^*, s_j^*) \geq u_i(s_i, s_j^*)$$

也就是说 s_i^* 必须是下面的最大化问题的解

$$\max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_j^*)$$

* 基金项目: 国家自然科学基金重大项目资助项目 (79790130)

收稿日期: 1999-04-07 作者简介: 李志强 (1965~), 男, 博士生.

相应地本例中, (q_1^*, q_2^*) 是一个 Nash 均衡, 当且仅当它是以下最大化问题的解

$$\max_{0 \leq q_i < +\infty} \pi_i(q_i, q_j^*) = \max_{0 \leq q_i < +\infty} q_i[a - (q_i + q_j^*) - c]$$

由一阶条件得 $q_i = (a - q_j^* - c)/2$

所以如果 (q_1^*, q_2^*) 是一个 Nash 均衡, 则它们必然满足

$$q_1^* = (a - q_2^* - c)/2 \text{ 和 } q_2^* = (a - q_1^* - c)/2$$

因而得 $q_1^* = q_2^* = (a - c)/3$

这一均衡结果称为库诺特 (Cournot) 均衡^[1].

下面看看完全信息下的动态博弈的例子. 所有的假设和情况都与上例基本相同, 所不同的只是其中一个企业先决定产量, 然后另外一家企业再决定产量.

注意到所谓的“理性假设”, 是指博弈的参与者都是理性的, 并且每个参与者还知道其它的参与者是理性的, 不仅如此, 每个参与者还知道其它的参与者知道自己是理性的,^[2].

假设第 1 家企业选择产量 q_1 , 则第 2 家企业将选择产量 q_2 来最大化它的利润

$$\pi_2(q_1, q_2) = q_2(a - q_1 - q_2 - c)$$

由一阶条件得到第 2 家企业对第 1 家企业的产量的最佳反应是 $R_2(q_1) = (a - q_1 - c)/2$, 第 1 家企业知道第 2 家企业是理性的, 所以第 1 家企业必定预计到第 2 家企业将怎样根据第 1 家企业的产量来决策它的产量, 所以第 1 家企业在选择产量时必定最大化自己的利润

$$\pi_1(q_1, q_2) = q_1(a - q_1 - q_2 - c) = q_1\left(a - q_1 - \frac{a - q_1 - c}{2} - c\right)$$

由一阶条件得到 $q_1^* = (a - c)/2$, 因而得到

$$q_2^* = (a - q_1^* - c)/2 = (a - c)/4$$

这一结果称为斯坦克尔伯格 (Stackelberg) 均衡^[2].

比较上述 2 个例子的结果可发现, 期坦克尔伯格均衡时的总产量为 $3(a - c)/4$, 而库诺特均衡时的总产量为 $2(a - c)/3$, 前者大于后者.

再来看看 2 种情形下各个企业的利润状况, 在库诺特均衡时, 2 家企业的利润相等

$$\pi_1(q_1^*, q_2^*) = \pi_2(q_1^*, q_2^*) = (a - c)^2/9$$

而在期坦克尔伯格均衡时, 第 1 家企业的利润是 $\pi_1(q_1^*, q_2^*) = (a - c)^2/8$; 第 2 家企业的利润是 $\pi_2(q_1^*, q_2^*) = (a - c)^2/16$.

可见, 第 1 家企业在期坦克尔伯格均衡时的利润比在库诺特均衡时的利润高, 这在博弈论中称为先动优势, 而第 2 家企业在期坦克尔伯格均衡时的利润却比在库诺特均衡时的利润低得多.

有些学者在解释这个问题时说^[2], 第 2 家企业在斯坦克尔伯格均衡中的利润之所以低于库诺特博弈中的利润, 是因为它在决策之前就知道了第 1 家企业的产量, 即第 1 家企业的决策, 第 1 家企业的决策具有先动优势. 如果第 2 家企业在决策之前不知道第 1 家企业的决策, 这时实际上就回到了库诺特均衡的情形, 因为这时, 第 1 家企业的先动优势就不存在了.

问题是, 斯坦克尔伯格均衡是不是实际发生的情况呢? 本文认为在理性假设的前提下, 斯坦克尔伯格均衡一般是不会发生的, 换句话说先动优势是不会存在的. 因为第 1 家

企业知道第2家企业是理性的, 因此知道第2家企业会选择产量 $(a - c)/4$, 由于第1家企业本身当然是理性的, 它必定会重新考虑自己的产量 q_1 使得利润 $\pi_1(q_1, q_2^*) = q_1(a - q_1 - (a - c)/4 - c)$ 最大化, 由一阶条件可知, 第1家企业必定选择产量 $q_1 = 3(a - c)/8$.

又由于第2家企业是理性的, 并且它也知道第1家企业是理性的, 所以第2家企业必定知道第1家企业将选择产量 $3(a - c)/8$. 这样第2家企业将重新确定自己的产量 q_2 来最大化自己的利润 $\pi_2(q_1, q_2) = q_2(a - 3(a - c)/8 - q_2 - c)$

同样由一阶条件可得 $q_2 = 5(a - c)/16$.

同样道理, 第1家企业又会预计到第2家企业的产量, 从而重新调整自己的产量 q_1 使得自己的利润最大

$$\pi_1(q_1, q_2) = q_1(a - q_1 - 5(a - c)/16 - c)$$

再由一阶条件可得 $q_1 = 11(a - c)/32$

以上的过程将无限地进行下去, 得到2个产量序列; 第1家企业的产量序列 $q_1^1, q_1^2, \dots, q_1^n, \dots$, 第2家企业的产量序列 $q_2^1, q_2^2, \dots, q_2^n, \dots$, 2个序列的关系为

$$q_2^n = \frac{(a - c) - q_1^{n-1}}{2}, q_1^n = \frac{(a - c) - q_2^n}{2}$$

对上述2式求极限, 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} q_1^n = q_1^*$, $\lim_{n \rightarrow \infty} q_2^n = q_2^*$, 得到

$$\begin{cases} 2q_2^* + q_1^* = a - c \\ 2q_1^* + q_2^* = a - c \end{cases}$$

解得 $q_1^* = q_2^* = (a - c)/3$

这一结果与库诺特均衡的结果完全一致.

从以上结果可见, 斯坦尔克伯格均衡在理性假设的前提下不是一个稳定的状态. 完全信息时双寡头垄断下的产量竞争的动态博弈结果必然逐渐趋向静态博弈的结果.

参考文献:

- [1] 张维迎. 博弈论与信息经济学[M]. 上海: 上海人民出版社, 1996. 74 ~ 78. *
- [2] ROBERT G. A primer in game theory[M]. Hertfordshire: John & Willey, 1992. 59 ~ 64.

Existence Analysis of Stackelberg Equilibrium

LI Zhi-qiang *

Abstract: We introduce a model of static games of complete information Cournot model of duopoly, and a model of dynamic games of complete information which leads to Stackelberg model of duopoly. The question is that the Stackelberg equilibrium is not stable. These show that the equilibrium in Stackelberg model of duopoly would trend to equilibrium of Cournot model.

Keywords: information; equilibrium; rationality assumptions

* Department of Scientific Computing and Computer Application, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China