

文章编号: 0529-6579 (2000) 04-0001-04

流中水平无旋浅水波与大圆柱相互作用^{*}

孙明光, 高虎山

(中山大学应用力学与工程系, 广东 广州 510275)

摘 要: 对于流中的水平无旋浅水波动, 由三维的纳维-斯托克斯方程出发, 导出了一组 Boussinesq 方程. 通过求解此方程组可得到一特定水深的水平速度及表面抬高, 然后即可由解析表示式很容易地求出三维速度分布及压力分布. 用此方法讨论浅水波流绕射垂直穿刺水面大圆柱的波浪力, 考虑了碎波影响, 得到了较好的结果.

关键词: 水平无旋运动; Boussinesq 方程; 波流与物体相互作用

中图分类号: O353.2 **文献标识码:** A

波流与物体的相互作用, 是海洋工程中的一个主要问题, 得到了广泛的研究^[1]. 陶建华等^[2]用边界元法讨论了波流对大柱的作用力, 提出了一种简化的自由面条件. 但限制于弱流及较大水深, 亦不考虑粘性影响. Park^[3]利用标识密度法, 讨论了大振幅波与流对结构物的作用, 考虑了粘性影响, 但是需要大规模的数值计算. 因此, 一些作者为简化起见, 利用不同形式的 Boussinesq 方程来研究波流与物体的相互作用. Carmo^[4]导出了一组包括强流、碎波、底面与自由面影响在内的修正 Boussinesq 方程, 并用这组方程讨论了波流绕射圆柱的问题, 但它限于垂向平均影响. 而在本文, 对于流中的水平无旋浅水波, 由三维的纳维-斯托克斯方程出发, 导出一组 Boussinesq 方程. 通过求解此方程组可得到特定水深的水平速度及表面抬高, 然后即可由解析表示式很容易地求出三维速度分布及压力分布, 节省大量计算量. 本文用此方法, 讨论了浅水波流绕射垂直圆柱问题, 并考虑了碎波影响.

1 控制方程

设 (x^*, y^*, z^*) 为空间坐标, t^* 为时间, (u^*, v^*, w^*) 为速度场, η^* 为表面抬高, p^* 为压力, h_0 为平均水深, $c_0 = \sqrt{gh_0}$ 为浅水波速. 设 a 及 L 为特征振幅及水平特征长度, 引入振幅非线性参数 $\epsilon = a/h_0$ 及浅水度参数 $\sigma = h_0/L$, 引入无量纲量

$$(x^*, y^*) = L(x, y), \quad z^* = h_0 z, \quad \eta^* = \epsilon h_0 \eta, \quad t^* = tL/c_0.$$

$$p^* = \rho gh_0 p, \quad (u^*, v^*) = \epsilon c_0(u, v), \quad w^* = \epsilon \sigma c_0 w$$

^{*} 基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (19572077, 19802023)

收稿日期: 1999-07-02; 作者简介: 孙明光 (1938~), 男, 教授.

在 Boussinesq 假设下, 有 $\epsilon \ll 1$, $\epsilon = o(\sigma^2)$. 再设流动水平旋度分量为零, 即 $\Omega_x = 0$ 及 $\Omega_y = 0$, 则由不可压流体的纳维-斯托克斯方程, 可得到垂向速度分布公式:

$$w = [1 + z - \epsilon(1 + z)\eta] \eta_t - \sigma^2 \left[\frac{1}{6} z^3 + \frac{1}{2} z^2 + \frac{1}{3} z \right] (\eta_{xx} + \eta_{yy}) + \epsilon(1 + z)(u_0 \eta_x + v_0 \eta_y) + o(\epsilon^2, \sigma^4) \quad (1)$$

压力分布分式:

$$p = p_0 - z + \epsilon \eta - \epsilon \sigma^2 (z + \frac{1}{2} z^2) \eta_t - \frac{1}{2} \epsilon (u^2 + v^2) + \frac{1}{2} \epsilon^2 (u_0^2 + v_0^2) + o(\epsilon^3, \epsilon \sigma^4) \quad (2)$$

以及 Boussinesq 的方程:

$$u_t + \epsilon u u_x + \epsilon v u_y = -\eta_x + \frac{\sigma}{Re} (u_{xx} + u_{yy}) + \frac{1}{Re \sigma} (\tau_{x0} - \tau_{xb}) / h_0 \quad (3)$$

$$v_t + \epsilon u v_x + \epsilon v v_y = -\eta_y + \frac{\sigma}{Re} (v_{xx} + v_{yy}) + \frac{1}{Re \sigma} (\tau_{y0} - \tau_{yb}) / h_0 \quad (4)$$

$$u_x + v_y + (1 - \epsilon \eta) \eta_t - \frac{1}{3} \sigma^2 (\eta_{xx} + \eta_{yy}) + \epsilon (u \eta_x + v \eta_y) = o(\epsilon^2) \quad (5)$$

其中, $Re = c_0 h_0 / \nu$, τ_x , τ_y 为 x 及 y 向摩擦力, 脚标 0 表示在水面取值, 脚标 b 表示在底面取值.

2 波流绕射圆柱的波浪力

现考虑定常流中的水平无旋浅水波绕射垂直穿刺水面的圆柱问题, 压力由(2)式给出, 因此作用在圆柱的水平波浪力 F_H 为:

$$F_H = - \int_0^{2\pi} \left[\int_{-1}^{\epsilon \eta} p dz \right] \cos \theta R d\theta$$

这里, θ 是法向与 x 轴夹角, R 是无量纲柱半径, 将(2)式代入上式, 得:

$$F_H = -R \int_0^{2\pi} \left[\epsilon \eta + p_0 \epsilon \eta + \frac{1}{2} \epsilon^2 \eta^2 + \frac{1}{3} \epsilon \sigma^2 \eta_t \right] \cos \theta d\theta + o(\epsilon^3) \quad (6)$$

由上式可见, 水平波浪力可由表面运动历程完全确定, 它的量阶为 $o(\epsilon)$, 其次, $p_0 \epsilon \eta$ 一项是由于计算作用力时, 只估计湿表面这一部分而产生的, 实际上在非湿面积部分也有大气压的作用, 所以因大气压 p_0 的存在而产生的合力是为零的, 亦即从物理上看, 应从(6)式中把 $p_0 \epsilon \eta$ 这一项除去. 所以有:

$$F_H = -R \int_0^{2\pi} \left[\epsilon \eta + \frac{1}{2} \epsilon^2 \eta^2 + \frac{1}{3} \epsilon \sigma \eta_t \right] \cos \theta d\theta + o(\epsilon^3) = -C_M \epsilon R \frac{\text{th } 2\pi \sigma (L/\lambda)}{2\pi \sigma (L/\lambda)} + o(\epsilon^2) \quad (7)$$

$$\text{其中, 系数 } C_M = \left[\frac{2\pi \sigma (L/\lambda)}{\text{th } 2\pi \sigma (L/\lambda)} \right] \int_0^{2\pi} \left[\eta + \frac{1}{2} \epsilon \eta^2 + \frac{1}{3} \epsilon \sigma^2 \eta_t \right] \cos \theta d\theta \quad (8)$$

3 算例及讨论

为求解自由面运动的历程, 进而计算波浪力, 为此需求解方程组(3)至(5). 本文采用交替方向分步叠代格式进行计算. 圆柱直径 D , $\epsilon = 0.1$, $\sigma^2 = 0.1$. 计算区域长为 $30D$, 宽为 $3D$, 平均水深 $h_0 = 0.345D$, $\sigma/Re = 0.00005$, 初始时刻全流场置零, 在入射的左边界给出无量纲入射波 $\eta_1 = \sin(\frac{\pi}{2}t)$.

忽略移行波, 而只考虑辐射波的影响, 并假设均匀流流速比波速小得多, 因而辐射波近似于同心的圆柱波, 故在空间某点沿径向相对于均匀流的质点无量纲速度按线性理论近似

为 $\eta(1 + \epsilon u_c \cos \alpha)$ ，其中， u_c 为均匀流的速度。

故在右边波动出射侧近似有

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (1 + \epsilon u_c \cos \alpha) \frac{\partial \eta}{\partial x} \left[1 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 0$$
$$u = u_c + \eta \cos \alpha (1 + \epsilon u_c \cos \alpha) = u_c (1 + \epsilon \eta \cos^2 \alpha) + \eta \cos \alpha, \quad v = \eta \sin \alpha$$

在左边入射侧近似有

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (1 - \epsilon u_c \cos \alpha) \frac{\partial \eta}{\partial x} \left[1 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} =$$
$$\frac{\partial \eta_i}{\partial t} - (1 - \epsilon u_c \cos \alpha) \frac{\partial \eta_i}{\partial x} \left[1 + \left(\frac{\partial \eta_i}{\partial y} \right)^2 \left(\frac{\partial \eta_i}{\partial x} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$
$$u = u_c + (1 - \epsilon u_c) \eta_i - (1 - \epsilon u_c \cos \alpha) \frac{(\eta - \eta_i)}{h_0} \cos \alpha,$$
$$v = (1 - \epsilon u_c) \cos \alpha \frac{(\eta - \eta_i)}{h_0} \sin \alpha$$

这里 α 为辐射波方向与 x 轴(流向)的夹角.而在固壁边界上,满足滑移边界条件:

$$v_n = 0, \quad \partial v_t / \partial n = 0, \quad \partial \eta / \partial n = 0$$

其中, v_n 为法向速度分量, v_t 为切向速度分量. 计算结果如图 1 所示. 由图可见: ① 不同大小的定常流 u_c 组合相同的波浪, 其波流力的差异可能是相当大的; ② 当波峰碰到圆柱时, 会形成局部大的抬高及破碎, 形成波浪力的正峰值, 然后从两侧绕过圆柱, 在圆柱之后汇合, 又一次形成较大的抬高及破碎, 但波浪力负峰值是在波谷到达圆柱前端的时刻出现; ③ 本文使用粘性项修正, 计算稳定性较好, 在局部碎波的位置使该处的波面抬高合理地降低, 部分地模拟了能量的耗散, 模拟了圆柱后的静水区, 这对于无粘流计算是不易做到的. 在图 1b 中附有中山大学水池所进行的实验参考数据, 它接近本文的计算结果.

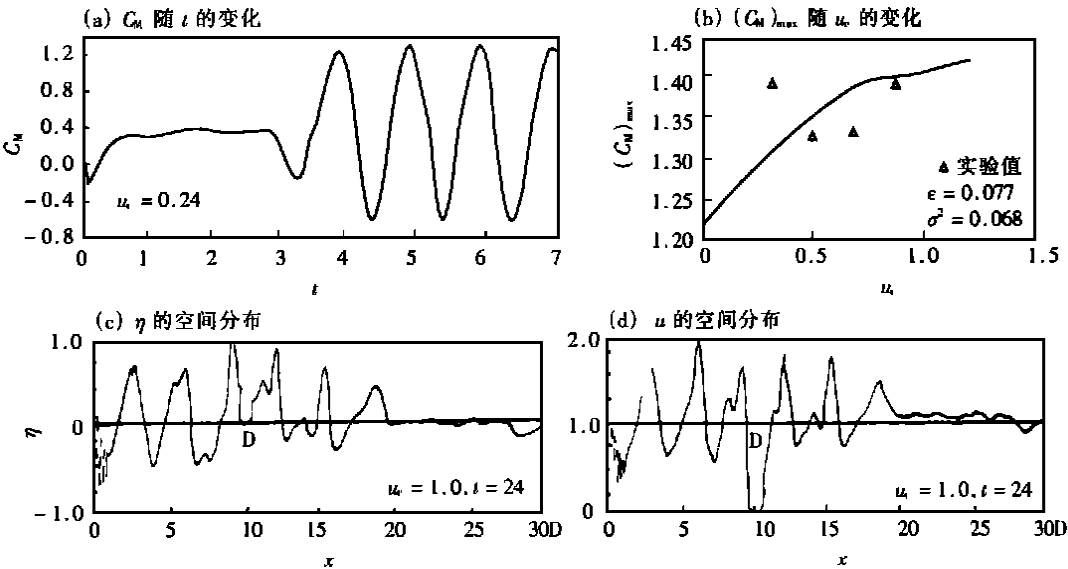


图 1 计算结果

Fig. 1 The results of calculation

通过本文导出的 Boussinesq 方程来计算波流绕射圆柱的波面抬高, 然后由波面抬高得到垂直圆柱的波浪力, 这一方法是可行的, 可以达到工程上的精度, 同时计算量是比较少的.

参考文献:

- [1] SARPKEYA T, ISAACSON M. Mechanics of wave forces on offshore structures [M]. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1981. 458~460.
- [2] 陶建华, 刘连武. 波浪和水流对大直径圆柱的共同作用力 [J]. 水动力学研究与进展, 1993, 8 (3): 265~272.
- [3] PARK J, MIYATA H. Numerical simulation of 3D breaking wave motions about on offshore structure under a severe sea condition [J]. Trans of Japan Shipbuilding Society, 1994, 176: 31~42.
- [4] AUTUNES DO CARMO J, SEABRA SANTOS F. On breaking wave and wave-current interaction in shallow water, a 2DH finite element model [J]. Int J For Numerical Method in Fluids, 1996, 22: 429~444.

Interaction Between the Large Cylinder and the Horizontal Irrotational Shallow Water Wave with Current

SUN Ming-guang^{*}, GAO Hu-shan

Abstract: Based on the Boussinesq assumption, a couple of equations for the horizontal irrotational shallow water wave are derived from the three dimension Navier-Stokes equations. The free surface displacement and horizontal velocities in a specific depth are obtained by solving the couple equations. Then the distribution of the vertical velocity and the pressure are obtained easily from the analytical expression. By the above procedure, the diffraction wave-current forces on the vertical large cylinder in shallow water with the breaking waves are computed. The results are good comparing with the experimental data.

Keywords: horizontal irrotational motion; Boussinesq equations; interaction between wave-current and body

^{*} Department of Applied Mechanics and Engineering, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China